

Estudio y predicción del fenómeno de Retemblado Regenerativo en los procesos de torneado y fresado

Autores:

Milton Fabián Coba Salcedo
Carlos Humberto Acevedo Peñalosa
Lisandro Vargas Henríquez

FACULTAD DE INGENIERÍA



Danilo Hernández Rodríguez
Rector

Miguel Caro Candezano
Vicerrector de Investigaciones, Extensión y Proyección Social

Alejandro Urieles Guerrero
Vicerrector de Docencia

Maryluz Stevenson Del Vecchio
Vicerrectoría Administrativa y Financiera

Josefa Cassiani Pérez
Secretaria General

Margarita Correa Vásquez
Jefe del Departamento de Investigaciones

Yussy C. Arteta Peña
Decana de la Facultad de Ingeniería

Catalogación en la publicación. Universidad del Atlántico. Departamento de Bibliotecas

Nombres: Coba Salcedo, Milton Fabián -- Acevedo Peñaloza, Carlos Humberto -- Vargas Henríquez, Lisandro.

Título: Estudio y predicción del fenómeno de retemplado regenerativo en los procesos de torneado y fresado.

Primera edición. Puerto Colombia, Colombia: Sello Editorial Universidad del Atlántico, 2023.

142 páginas : Incluye bibliografía, tablas, gráficos y figuras; 17x24 centímetros.

ISBN: 978-628-7657-22-9 (PDF)

CDD: 620 C652 SCDD 21

Estudio y predicción del fenómeno de retemplado regenerativo en los procesos de torneado y fresado

ISBN: 978-628-7657-22-9 (PDF)

© Universidad del Atlántico, 2024

Milton Fabián Coba Salcedo
Carlos Humberto Acevedo Peñaloza
Lisandro Vargas Henríquez, autores

Edición:

Sello Editorial Universidad del Atlántico Km 7 Vía Puerto Colombia (Atlántico)

https://investigaciones.uniatlantico.edu.co/omp/index.php/catalog/index_publicaciones@mail.uniatlantico.edu.co

Diagramación e Impresión: Gráficas del Litoral SAS

Calle 55 #45-53

314 5623304 - 313 6960799

Barranquilla, Colombia



Esta obra se publica bajo una licencia Creative Commons Reconocimiento-No Comercial-Compartir Igual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0). Esta licencia permite la distribución, copia y exhibición por terceros de esta obra siempre que se mencione la autoría y procedencia, se realice con fines no comerciales y se mantenga esta nota. Se autoriza también la creación de obras derivadas siempre que mantengan la misma licencia al ser divulgadas.

Estudio y predicción del fenómeno de Retemblado Regenerativo en los procesos de torneado y fresado

Autores:

Milton Fabián Coba Salcedo
Carlos Humberto Acevedo Peñaloza
Lisandro Vargas Henríquez

FACULTAD DE INGENIERÍA



Sello Editorial
**UNIVERSIDAD
DEL ATLÁNTICO**

CONTENIDO

	pág.
NOMECLATURAS.....	13
INTRODUCCIÓN.....	19
1. PRELIMINARES	21
1.1 MECÁNICA DEL CORTE ORTOGONAL.....	23
1.1.1 MODELAMIENTO MECÁNICO DE LAS FUERZAS DE CORTE.....	29
1.2 FUNDAMENTOS DE VIBRACIONES LIBRES Y FORZADAS EN EL MACANIZADO.....	31
1.3 RETEMPLADO EN LAS MÁQUINAS HERRAMIENTA.....	36
1.3.1 TIPOS DE RETEMPLADO	37
1.4 PREDICCIÓN ANALÍTICA DEL RETEMPLADO REGENERATIVO EN EL PROCESO DE TORNEADO	38
1.5 PREDICCIÓN ANALÍTICA DEL RETEMPLADO REGENERATIVO EN EL PROCESO DE FRESADO	46
1.5.1 MODELADO DINÁMICO DEL FRESADO.....	46
1.5.2 SOLUCIÓN DE ORDEN CERO DE LA ESTABILIDAD DEL RETEMPLADO EN EL FRESADO.....	53
2. DESARROLLO DEL PROYECTO.....	59
2.1 METODOLOGÍA PARA EL DESARROLLO DE UN ALGORITMO COMPUTACIONAL BASADO EN EL MODELO DE ALTINTAS Y BUDAK PARA GENERACIÓN DE DIAGRAMAS DE LÓBULOS DE ESTABILIDAD PARA EL PROCESO DE TORNEADO.....	59
2.2 METODOLOGÍA PARA EL DESARROLLO DE UN ALGORITMO COMPUTACIONAL BASADO EN EL MODELO DE ALTINTAS Y BUDAK PARA GENERACIÓN DE DIAGRAMAS DE LÓBULOS DE ESTABILIDAD PARA EL PROCESO DE FRESADO.....	71
2.3 CÓDIGO DE DEPURACIÓN EMPLEADO EN LOS ALGORITMOS PARA LA GENERACIÓN DE DIAGRAMAS LÓBULOS DE ESTABILIDAD EN EL PROCESO DE TORNEADO Y FRESADO	80
2.4 METODOLOGÍA PARA EL DESARROLLO DE UN ALGORITMO COMPUTACIONAL BASADO EN EL MODELO DE ALTINTAS Y BUDAK PARA GENERACIÓN DE DIAGRAMAS DE LÓBULOS DE ESTABILIDAD EN TRES DIMENSIONES PARA EL PROCESO DE TORNEADO	86

2.5 METODOLOGÍA PARA LA ELABORACIÓN DE LAS INTERFACES GRÁFICAS PARA LOS PROCESOS DE TORNEADO, FREZADO Y TORNEADO EN 3D.....	93
2.5.1 INTERFAZ PRINCIPAL.....	95
2.5.2 INTERFACES PARA LA GENERACIÓN DE DIAGRAMAS DE LÓBULOS DE ESTABILIDAD.....	97
2.6 METODOLOGÍA PARA LA CREACIÓN DE UNA VERSIÓN .EXE DEL PROGRAMA DE GENERACIÓN DE LÓBULOS DE ESTABILIDAD PARA LOS PROCESOS DE TORNEADO Y FRESADO.....	107
3. DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	113
3.1 APARIENCIA DE LAS INTERFACES GRÁFICAS DE USUARIO DE LA APLICACIÓN.....	113
3.2 VALIDACIÓN DE RESULTADOS.....	115
3.2.1 VALIDACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON EL GENERADOR DE DIAGRAMAS DE LÓBULOS DE ESTABILIDAD EN DOS DIMENSIONES PARA UN PROCESO DE TORNEADO.....	116
3.2.2 VALIDACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON EL GENERADOR DE DIAGRAMAS DE LÓBULOS DE ESTABILIDAD EN DOS DIMENSIONES PARA UN PROCESO DE FRESADO.....	121
3.2.3 VALIDACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON EL GENERADOR DE DIAGRAMAS DE LÓBULOS DE ESTABILIDAD EN TRES DIMENSIONES PARA UN PROCESO DE TORNEADO.....	126
4. CONCLUSIONES Y CONSIDERACIONES FINALES.....	133
5. BIBLIOGRAFÍA.....	137

LISTA DE TABLAS

.....	pág.
Tabla 3.1: Descripción de los límites de r para valores de	62
Tabla 4.1: Parámetros de entrada de referencia No. 1 para un proceso de torneado.....	117
Tabla 4.2: Parámetros de entrada de referencia No. 2 para un proceso de torneado.....	119
Tabla 4.3: Parámetros de entrada de referencia No. 1 para un proceso de fresado	121
Tabla 4.4: Parámetros de entrada de referencia No. 2 para un proceso de fresado	125

LISTA DE FIGURAS

.....	pág.
Figura 2.1: Geometría de los procesos de corte ortogonal y oblicuo	23
Figura 2.2: Zonas de deformación en el proceso de corte ortogonal	25
Figura 2.3: Mecánica del corte ortogonal.....	27
Figura 2.4: Modelo de un sistema de un solo grado de libertad (SDOF)	32
Figura 2.5: Función de la respuesta en frecuencia de un sistema SDOF.....	35
Figura 2.6: FRF de un sistema SDOF representado por sus partes real e imaginaria	36
Figura 2.7: Superficies fresadas con retemblado (izquierda y centro: para 12.000 rpm y 10.000 rpm, respectivamente) y sin retemblado (derecha: 11.000 rpm).....	37
Figura 2.8: Esquemático de una operación de torneado.....	39
Figura 2.9: Retemblado regenerativo en el corte ortogonal.....	40
Figura 2.10: Espesor dinámico de la viruta en el proceso de torneado.....	41
Figura 2.11: Plano complejo.....	44
Figura 2.12: Vibraciones auto-excitadas en las operaciones de fresado con dos grados de libertad.....	47
Figura 3.1: Parámetros de entrada para la generación de lóbulos de estabilidad en un proceso de torneado.....	59
Figura 3.2: Análisis del coeficiente de las frecuencias (γ) para la generación de los lóbulos de estabilidad.....	60
Figura 3.3: Diagramas de lóbulos de estabilidad para distintos rangos de	

valores del coeficiente de frecuencias (r).....	61
Figura 3.4: Código para la selección de rangos de r	63
Figura 3.5: Diagrama de lóbulos de estabilidad para un rango de valores de r usando las ecuaciones de la tabla 3.1.....	63
Figura 3.6: Código para el cálculo de Λ_R , Λ_l y a_{lim}	64
Figura 3.7: Código para el cálculo de la velocidad de rotación del husillo y de la matriz de lóbulos de estabilidad.....	65
Figura 3.8: Grafica donde se muestra los datos no relevantes, los datos depurados y los puntos de intersección entre lóbulos.....	67
Figura 3.9: Código para la generación de la gráfica de los lóbulos de estabilidad depurados.....	68
Figura 3.10: Esquema de la construcción de diagramas de lóbulos de estabilidad para el proceso de torneado.....	68
Figura 3.11: Diagrama de lóbulos de estabilidad depurado para un proceso de torneado.....	69
Figura 3.12: Diagrama de flujo para la generación de los diagramas de lóbulos de estabilidad para las operaciones de torneado.....	70
Figura 3.13: Parámetros de entrada para la generación de lóbulos de estabilidad en un proceso de fresado.....	71
Figura 3.14: Código de cálculo de factores direccionales.....	72
Figura 3.15: Valores de los coeficientes direccionales obtenidos con los valores ingresados en la Figura 3.13.....	72
Figura 3.16: Código para determinar los rangos de r en el proceso de fresado.....	73
Figura 3.17: Código para la determinación de los autovalores y los espesores límite de viruta.....	74
Figura 3.18: Diagramas de lóbulos de estabilidad para el proceso de fresado teniendo en cuenta los parámetros de la Figura 3.13.....	75
Figura 3.19: Código para calcular las velocidades de rotación del husillo.....	76
Figura 3.20: Código para la generación de diagramas de lóbulos de estabilidad en el proceso de fresado.....	78
Figura 3.21: Diagrama de flujo para la generación de los diagramas de lóbulos de estabilidad para las operaciones de fresado.....	79
Figura 3.22: Código de depuración empleado en los algoritmos para la generación de diagramas de lóbulos de estabilidad para los procesos de fresado y torneado.....	80
Figura 3.23: Vectores l_j y $ l_j $	81

Figura 3.24: Numeración ordinal de los lóbulos y las intersecciones.....	82
Figura 3.25: Gráfica del Polinomio de intersecciones (línea roja) entre lóbulos de estabilidad, para un diagrama de un proceso de torneado.....	83
Figura 3.26: Código para la generación de los gráficos de lóbulos de estabilidad.....	84
Figura 3.27: Diagrama de flujo para la generación del código para la depuración de los lóbulos de estabilidad.....	85
Figura 3.28: Código para la generación de diagramas de estabilidad en tres dimensiones para el proceso de torneado donde se emplea como tercer eje cartesiano la constante de amortiguamiento del sistema.....	87
Figura 3.29: Código para la generación de diagramas de estabilidad en tres dimensiones para el proceso de torneado donde se emplea como tercer eje cartesiano la constante de rigidez del sistema.....	88
Figura 3.30: Código para la generación de diagramas de estabilidad en tres dimensiones para el proceso de torneado donde se emplea como tercer eje cartesiano la frecuencia natural del sistema.....	89
Figura 3.31: Diagrama de estabilidad 3D, donde se usa la función lobul3.....	90
Figura 3.32: Diagrama de estabilidad 3D, donde se usa la función lobul1.....	90
Figura 3.33: Diagrama de estabilidad 3D, donde se usa la función lobul2.....	91
Figura 3.34: Diagrama de flujo para la generación del código para la depuración de los lóbulos de estabilidad.....	92
Figura 3.35: Botón de acceso a herramienta GUIDE de Matlab.....	93
Figura 3.36: Panel de trabajo de la herramienta GUIDE de Matlab.....	94
Figura 3.37: Código generado por Matlab al agregar un elemento en la interfaz.....	94
Figura 3.38: Interfaz principal para el acceso a los tres generadores de diagramas de estabilidad.....	95
Figura 3.39: Código asociado a la interfaz principal y a los botones que esta contiene.....	96
Figura 3.40: Código para las imágenes que se muestran dentro de los axes, al iniciar la interfaz principal.....	97
Figura 3.41: Recuadro para el ingreso de los parámetros de entrada de cada una de las interfaces de los generadores de diagramas de estabilidad.....	98
Figura 3.42: Asignación de etiquetas para uno de los textbox de la interfaz.....	99

Figura 3.43: Cuadro de selección de tercer eje en programa de torneado 3D.	100
Figura 3.44: Código para ingresar los rangos de valores para el tercer eje de la interfaz para la generación de lóbulos de estabilidad en tres dimensiones para el proceso de torneado	101
Figura 3.45: Recuadro para la selección de materiales predefinidos	102
Figura 3.46: Código para la selección de materiales predefinidos	102
Figura 3.47: Código del botón borrar gráfico	103
Figura 3.48: Código empleado en el botón borrar todo	103
Figura 3.49: Código donde se declaran las variables y se asocian con el textbox correspondiente en el panel de variables usando la función get y eval	105
Figura 3.50: Condicionales del ciclo if que se ejecuta durante la acción del botón generar	106
Figura 3.51: Cuadro de diálogo para la selección del compilador y la ruta para la ubicación de este	107
Figura 3.52: Ventana emergente de opciones para el archivo ejecutable	108
Figura 3.53: Ventanas emergentes y vínculos para el ingreso de archivos pertenecientes al programa que se llevara a .exe	109
Figura 3.54: Ventanas que aparecen luego de cargar los archivos que hacen parte de la aplicación (izquierda) y la ventana para incluir el instalador de las librerías de Matlab (derecha)	110
Figura 3.55: Ubicación de botón build en la ventana emergente de deployment tool	110
Figura 3.56: Barra de estado para la conversión del archivo nativo en Matlab a .exe	111
Figura 3.57: Archivos generados por Matlab para la ejecución de la aplicación en formato .exe	111
Figura 4.1: Interfaces gráficas de usuarios que posee la aplicación	115
Figura 4.2: Diagrama de lóbulos de estabilidad de referencia No. 1 para un proceso de torneado usando los valores de la tabla 4.1	116
Figura 4.3: Diagrama de lóbulos de estabilidad calculado No. 1 para un proceso de torneado usando los valores de la tabla 4.1	117
Figura 4.4: Comparación No.1 de diagramas de lóbulos de estabilidad para un proceso de torneado	118
Figura 4.5: Diagrama de lóbulos de estabilidad de referencia No. 2 para un proceso de torneado usando los valores de la tabla 4.2	119

Figura 4.6: Diagrama de lóbulos de estabilidad calculado No. 2 para un proceso de torneado usando los valores de la tabla 4.2.....	120
Figura 4.7: Comparación No.2 de diagramas de lóbulos de estabilidad para un proceso de torneado.....	120
Figura 4.8: Diagrama de lóbulos de estabilidad de referencia No. 1 para un proceso de fresado usando los valores de la tabla 4.3.....	122
Figura 4.9: Diagrama de lóbulos de estabilidad calculado No. 1 para un proceso de fresado usando los valores de la tabla 4.3.....	122
Figura 4.10: Valor de los coeficientes direccionales de la fuerza de fresado calculado por la aplicación	123
Figura 4.11: Comparación No.1 de diagramas de lóbulos de estabilidad para un proceso de fresado	123
Figura 4.12: Diagrama de lóbulos de estabilidad de referencia No. 2 para un proceso de fresado usando los valores de la tabla 4.4	124
Figura 4.13: Diagrama de lóbulos de estabilidad de calculado No. 2 para un proceso de fresado usando los valores de la tabla 4.4	125
Figura 4.14: Comparación No.2 de diagramas de lóbulos de estabilidad para un proceso de fresado	126
Figura 4.15: Diagramas de lóbulos de estabilidad de referencia para distintos valores de ζ	127
Figura 4.16: Diagrama de lóbulos de estabilidad en tres dimensiones para un proceso de torneado con un rango de valores de ζ de 0.1 a 0.4.....	128
Figura 4.17: Diagrama de lóbulos de estabilidad en 3D para un proceso de torneado para distintos valores de ζ , fijado en sus coordenados x y y	128
Figura 4.18: Diagramas de lóbulos de estabilidad para distintos valores de ω_n	129
Figura 4.19: Diagrama de lóbulos de estabilidad en tres dimensiones para un proceso de torneado con un rango de valores de ζ de 500 a 800 Hz.....	130
Figura 4.20: Diagrama de lóbulos de estabilidad en tres dimensiones para un proceso de torneado No. 2 después de ser fijado en sus coordenados x y y	131
Figura 4.21: Superficie de estabilidad límite para un proceso de torneado bajo un rango de ζ de 0.1 hasta 0.4.....	131
Figura 4.22: Superficie de estabilidad límite para un proceso de torneado bajo un rango de ω_n de 500 hasta 800 Hz.....	132

NOMENCLATURAS

b	Ancho de corte (profundidad de corte en torneado) [mm].
h	Espesor de la viruta sin cortar [mm].
F_t	Fuerza tangencial [N].
F_f	Fuerza de avance [N].
F_r	Fuerza radial [N].
i	Ángulo de inclinación en del borde de corte en el proceso de corte oblicuo
ϕ_C	Ángulo de corte
V	Velocidad de corte [mm/s]
τ_s	Esfuerzo cortante [N/mm ²].
σ_s	Esfuerzo normal de corte [N/mm ²].
F_c	Fuerza de corte resultante[N].
F_{fc}	Fuerza de avance de corte [N].
F_{tc}	Fuerza tangencial de corte [N].
β_a	Ángulo de fricción promedio
α_r	Ángulo de ataque
A_s	Área del plano de cizallamiento [mm ²].
F_v	Fuerza normal a la superficie de desprendimiento [N].
F_u	Fuerza de fricción sobre la superficie de desprendimiento
μ_a	Coefficiente de fricción promedio sobre la superficie de desprendimiento
σ_f	Presión en el flanco [N/mm ²].
F_{fm}	Fuerza normal en el flanco [N].
VB	Longitud de contacto del flanco [mm].

μ_f	Coeficiente promedio de fricción entre la superficie de incidencia y la superficie terminada
Cl_p	Ángulo de holgura o de alivio
F_{te}	Fuerza de contacto tangencial [N].
F_{fe}	Fuerza de contacto de avance [N].
K_{tc}	Coeficiente de la fuerza de corte tangencial [N].
K_{fc}	Constante de la fuerza de avance [N].
F_c	Fuerza de corte ortogonal [N].
m	Masa [Kg].
k	Constante de rigidez [N/mm].
c	Constante de amortiguamiento [N/(mm/s)].
$F(t)$	Fuerza externa de excitación [N]
ω_d	Frecuencia natural de amortiguamiento [Hz]
ω_n	Frecuencia natural del sistema vibratorio (herramienta) [Hz].
ζ	Razón de amortiguamiento del sistema vibratorio (herramienta).
$x(t)$	Vibración libre [m]
t_d	El período entre cada onda vibratoria
\mathcal{L}	Transformada de Laplace.
$\Phi(\omega)$	Función de la respuesta en frecuencia (FRF).
\emptyset	Ángulo de fase
$G(\omega)$	Componte real de la FRF.
$H(\omega)$	Componte imaginaria de la FRF.
K_c	Fuerza específica de corte [N/mm ²].
h	Profundidad de corte [m].
a	Espesor de viruta [m].

m_e	Masa equivalente [Kg].
c_e	Constante de amortiguamiento equivalente [N/(mm/s)].
k_e	Constante de rigidez equivalente [N/mm].
h_o	Espesor de nominal de la herramienta o avance estático [m].
$\Delta h(t)$	Espesor dinámico, producto de la vibración de la herramienta
T	Período de rotación del husillo [s].
$\Phi(s)$	Función de transferencia del sistema vibratorio en el dominio del tiempo (herramienta).
ω_c	Frecuencia de retemblado [Hz].
Λ	Término complejo o inverso negativo de la función de transferencia del sistema vibratorio (herramienta) en el dominio de la frecuencia.
Λ_R	Coeficiente de la parte real del término Λ .
Λ_I	Coeficiente de la parte imaginaria del término Λ .
k	Cociente del término Λ_R y Λ_I .
r	Razón de la frecuencia de retemblado y la frecuencia natural.
a_{lim}	Espesor límite de viruta o profundidad límite de corte [mm].
ϵ	Diferencia de fase entre la modulación anterior y la actual.
l	Numero de lóbulos.
ψ	Desplazamiento de la fase de la función de transferencia de la estructura
N_u	Velocidad de rotación del husillo [krpm].
N	Número de dientes de la herramienta.
v_j	Espesor de la viruta en coordenadas radiales
ϕ_j	Inmersión angular instantánea del diente j medido en sentido horario desde el eje normal (??)
Ω	Velocidad angular del cabezal
$\phi_j(t)$	Inmersión angular del diente j variable en el tiempo

$h(\phi_j)$	Espesor de la viruta medido en la dirección radial
$g(\phi_j)$	Función de paso unitario del diente j
ϕ_{st}	Ángulo de entrada de la herramienta
ϕ_{ex}	Ángulo de salida de la herramienta
F_{tj}	Fuerza de corte tangencial que actúa sobre el diente j [N].
F_{rj}	Fuerza de corte radial que actúa sobre el diente j [N].
F_{xj}	Fuerza de corte en las dirección x sobre el diente j [N].
F_{yj}	Fuerza de corte en las dirección y sobre el diente j [N].
F_x	Fuerza sobre la herramienta de todos los diente en la dirección x
F_y	Fuerza sobre la herramienta de todos los diente en la dirección y
ϕ	Ángulo instantáneo de inmersión Λ
ϕ_p	Ángulo de paso del corte Λ
K_t	Constante tangencial de corte [N/mm?].
K_r	Constante radial de corte [N/mm?].
$\alpha_{xx}, \alpha_{yy}, \alpha_{xy}, \alpha_{yx}$	Coefficientes dinámicos direccionales de las fuerzas
$\{F(t)\}$	Matriz de la fuerza dinámica de corte en el dominio del tiempo
$\{F(\omega)\}$	Matriz de la fuerza dinámica de corte en el dominio de la frecuencia.
\mathcal{F}	Transformada de Fourier.
$\{Q\}$	Vector de vibración en el momento actual.
$\{Q_0\}$	Vector de vibración en el período del diente anterior.
$\{Q(\omega)\}$	Vector de vibración en el momento actual en el dominio de la frecuencia.
$\{Q_0(\omega)\}$	Vector de vibración en el período del diente anterior en el dominio de la frecuencia.
$ \Phi(i\omega) $	Matriz de la función de la respuesta en frecuencia de la estructura en la zona de contacto herramienta-pieza.

$\Phi_{xx}(i\omega), \Phi_{yy}(i\omega)$ Funciones de transferencia directas en la dirección x y y .

$\Phi_{xy}(i\omega), \Phi_{yx}(i\omega)$ Funciones de transferencias cruzadas.

δ Función delta de Dirac.

ω_T Frecuencia de paso del diente [Hz].

r Número de armónicos

I Matriz identidad

$[\Phi_0(i\omega_c)]$ Matriz de la FRF orientada.

Λ Eigenvalor de la ecuación característica.

a_0, a_1 Coeficientes de la ecuación cuadrática.

ζ_x, ζ_y Razón de amortiguamiento del sistema vibratorio (herramienta) en la dirección x y y .

Γ_x, Γ_y Razón de la frecuencia de retemblado y la frecuencia natural en la dirección x y y .

k_x, k_y Constante de rigidez en la dirección x y y [N/mm]

ω_{nx}, ω_{ny} Frecuencia natural del sistema vibratorio en la dirección x y y [Hz].

El retemblado en las máquinas-herramienta causa inestabilidad en el mecanizado, alta rugosidad en la superficie de la pieza (acabado superficial pobre), y desgasta rápidamente la herramienta en los procesos de corte de metales, haciendo que estos sean menos eficientes. El retemblado consiste en vibraciones auto-inducidas, producidas y mantenidas por las fuerzas de corte en los procesos de mecanizado.

El objetivo de esta investigación es poder predecir y estudiar la ocurrencia del retemblado regenerativo en las operaciones de torneado y fresado, a través de la aplicación de métodos analíticos (físico-matemáticos), para la generación de diagramas de lóbulos de estabilidad donde se pueda observar, bajo qué condiciones de trabajo el proceso es estable.

Para cumplir con lo anterior se escogieron y estudiaron a profundidad los métodos propuestos por Altintas y Budak, para la estabilidad del retemblado en las operaciones de torneado y fresado aplicados al corte ortogonal, por los buenos resultados que se han obtenido en la práctica y porque han contado con gran aceptación dentro de la comunidad de especialistas e investigadores de los procesos de manufactura.

Luego de comprender los modelos, estos se tradujeron en algoritmos los cuales permitieron desarrollar tres códigos computacionales que, sumergidos dentro de interfaces gráficas amigables, permiten generar diagramas de lóbulos de estabilidad en dos dimensiones para las operaciones de torneado y fresado, y en tres dimensiones para el proceso de torneado.

Los diagramas de lóbulos de estabilidad en dos dimensiones generados se pueden aplicar en las operaciones de torneado y fresado, para optimizar la profundidad máxima de corte en la velocidad del husillo más alta disponible sin que se presente retemblado, mejorando así la tasa de arranque de material y aumentando la productividad.

Uno de los aspectos novedosos de esta investigación es desarrollar a partir de los modelos de Altintas y Budak, diagramas en tres dimensiones que permitan apreciar su comportamiento para distintos rangos de valores de frecuencias naturales o constantes de rigidez, o de amortiguamiento del sistema vibratorio característico del proceso de torneado. Este es un tema poco estudiado y en el que se debe investigar sobre las ventajas de esta representación.

Palabras claves: retemblado, lóbulos de estabilidad, torneado, fresado, máquinas herramienta.

INTRODUCCIÓN

El éxito de las operaciones de mecanizado depende de la relación dinámica entre la herramienta de corte y la pieza de trabajo. Bajo ciertas circunstancias, el movimiento de la herramienta contra la pieza de trabajo puede producir vibraciones auto-excitadas de gran amplitud conocidas como retemblado. Estas vibraciones, afectan negativamente a la vida de la herramienta, la calidad del corte y la velocidad a la que se pueden ejecutar las operaciones. Por tal motivo, entender y controlar la interacción dinámica herramienta-pieza para controlar el retemblado, puede producir reducción de costes y un aumento de la productividad en el mecanizado de manera global. Esto requiere la capacidad de predecir el comportamiento del retemblado, lo que permite que se establezcan directrices para simplificar el proceso de selección de los parámetros de mecanizado adecuados.

Una gran cantidad de investigaciones enfocadas en la comprensión y el control del retemblado se han realizado durante los últimos cincuenta años. El estudio del retemblado regenerativo fue introducido por Arnold, Tobias, Tlusty y Koenigsberger, quienes analizaron por primera vez la interacción entre las fuerzas de corte y las vibraciones estructurales. En estudios realizados de manera paralela, Gurney y Tobias⁶, usaron la teoría de sistemas dinámicos para determinar la estabilidad y construir diagramas de lóbulos de estabilidad, mediante la generación de gráficas particulares, partiendo de las soluciones armónicas de la ecuación característica del sistema. Estos estudios fundamentales son aplicables al corte ortogonal. Otras técnicas de análisis de vibraciones capaces de generar diagramas de lóbulos de

1 DESHPANDE, Naren y FOFANA, M. S. Nonlinear regenerative chatter in turning. En: Robotics and Computer-Integrated Manufacturing. Febrero, 2001, vol. 17, p. 107-112.

2 ARNOLD, R. The mechanism of tool vibration in the cutting of steel, En: Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers. Enero, 1946, Vol. 154, p. 261-284.

3 TOBIAS, S. A. Machine tool vibration research. En: International Journal of Machine Tools and Manufacture. Septiembre, 1961, vol. 1, p. 1-14.

4 TLUSTY, Jiri y POLACEK, M. The stability of machine tools against self-excited vibrations in machining. En: International Research in Production Engineering. 1963, vol. 7, p. 465-474.

5 KOENIGSBERGER, F. y TLUSTY, Jiri. Machine tool structures, vol. I, Oxford: Pergamon Press, 1971. 528 p.

6 GURNEY, J. P. y TOBIAS, S. A. A graphical method for the determination of the dynamic stability of machine tools. En: International Journal of Machine Tools and Manufacture. Septiembre, 1961, vol. 2, p. 148-156.

estabilidad de manera analítica, han sido introducidas recientemente por Altintas y Budak (1998⁷¹⁰, 2012⁸¹¹), que exponen la existencia de una frecuencia de vibración dominante, cerca de la frecuencia natural de la estructura que se produce cuando se desarrolla el retemblado. Estos modelos han tenido gran éxito en la práctica, a tal punto, que son usados para diseñar mecanismos para la supresión automática del retemblado en las máquinas CNC⁹¹².

Se ha desarrollado un algoritmo computacional, capaz de generar diagramas de lóbulos de estabilidad en dos dimensiones, para el proceso de torneado y fresado, y en tres dimensiones para el proceso de torneado, fundamentado en las técnicas de Altintas y Budak, que permite estudiar y predecir la ocurrencia de este indeseable fenómeno en las operaciones de mecanizado.

En el primer capítulo de este trabajo se presenta el planteamiento del problema que motivó su realización, los hechos que justifican su desarrollo y los objetivos que se plantearon como metas. En el segundo capítulo, se exponen los fundamentos de la mecánica del corte ortogonal, de vibraciones libres y forzadas, y se habla un poco de los tipos de retemblado, para terminar exponiendo los métodos analíticos de Altintas y Budak para predecir el fenómeno en las operaciones de torneado y fresado. El capítulo tres cubre toda la metodología utilizada para la construcción de los algoritmos, códigos y de las interfaces gráficas de usuario de la herramienta.

En el capítulo cuatro se presenta la herramienta terminada y se comparan y discuten los resultados obtenidos con casos que se encuentran en la literatura, para validar su funcionalidad y confiabilidad. Las conclusiones y recomendaciones derivadas de la discusión de los resultados y de los fundamentos teóricos, se presentan en el capítulo cinco. Por último, todas las referencias usadas para la correcta comprensión y elaboración de este trabajo se muestran en el sexto y último capítulo.

7 BUDAK, Erhan y ALTINTAS, Yusuft. Analytical prediction of chatter stability in milling- Part I: General formulation. En: Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control. Marzo, 1998, vol. 120, no. 1, p. 22-30.

8 ALTINTAS, Yusuft. Machine tool vibrations. En: Manufacturing automation. 2 ed. New York: Cambridge University Press, 2012, p. 125-190.

9 ALTINTAS, Yusuft. Sensor-assisted machining. En: Manufacturing automation. 2 ed. New York: Cambridge University Press, 2012, p. 333.

1. PRELIMINARES

En la industria manufacturera el torno y la fresadora juegan un papel fundamental debido a la gran variedad de piezas y mecanismos que se pueden elaborar. Por ejemplo, en la industria automotriz se fabrican piezas como ejes, cigüeñales, engranes de transmisión y el bloque de un motor; también tienen amplia aplicación en la industria aeronáutica, en la fabricación de los álabes de las turbinas de un avión y partes del fuselaje, entre otras. Todas estas piezas mecanizadas deben cumplir estándares de calidad necesarios para su óptimo funcionamiento, haciendo énfasis en la precisión dimensional y el acabado superficial de estas, cuya rigurosidad puede variar dependiendo de la aplicación final que tengan. Las vibraciones en las máquinas herramienta, son una de las mayores limitantes en las operaciones de mecanizado para cumplir a cabalidad con dichos estándares.

Estas vibraciones son el resultado de interacciones inestables entre las fuerzas de corte y las deflexiones estructurales. Las fuerzas que se generan cuando la herramienta de corte y la pieza entran en contacto, producen vibraciones significativas, las cuales modulan el espesor de la viruta que, al mismo tiempo, hace que varíen las fuerzas de mecanizado. Bajo ciertas condiciones de corte, este sistema de lazo cerrado herramienta-pieza, se vuelve dinámicamente inestable, llegándose a producir en los casos más críticos, un tipo de vibración autoinducida conocida como retemblado regenerativo o “regenerative chatter” (en inglés).

Cuando se presenta este fenómeno vibratorio, las fuerzas de corte pueden volverse excesivas y causar problemas como el rápido desgaste de la herramienta, y piezas mecanizadas defectuosas por cuenta del pobre acabado superficial y la poca precisión dimensional que se obtiene al final del proceso. Esto, sin duda, afecta severamente la productividad de la operación, debido a que la frecuencia de reemplazo de la herramienta de corte, por desgaste o fractura, aumenta y a que, en la mayoría de casos, es obligatorio que la pieza mecanizada sea sometida a posteriores procesos de corte abrasivo, para mejorar su acabado superficial como pueden ser el bruñido, el arenado (sandblasting), entre otras. Todo esto genera que el proceso de fabricación tome más tiempo, por la presencia de las vibraciones de retemblado.

A pesar de la rápida evolución e importancia que han adquirido las técnicas para la predicción y el control del retemblado, durante las operaciones de manufactura de piezas por arranque de viruta, han sido pocas las herramientas informáticas (softwares) desarrolladas para facilitar la comprensión y la aplicación de estas

técnicas. A nivel comercial, se conoce una herramienta llamada Cutpro®¹⁰ de la empresa Manufacturing Automation Laboratories Inc. En el ámbito académico nacional y latinoamericano, se han realizados algunos trabajos de grado^{11,12} que abarcan parcialmente el estudio del retemblado, limitándose solo a la predicción del fenómeno para un tipo de operación al tiempo (torneado o fresado). Por tal motivo, es necesario incentivar el desarrollo de nuevas aplicaciones informáticas que sean útiles para estudiar y predecir su ocurrencia y, de esta manera, generar criterios que permitan evitar los efectos negativos sobre la productividad de las operaciones de mecanizado.

Por ello, en este proyecto, se propone diseñar un software con una interfaz gráfica amigable que, basado en los modelos analíticos de Altinta¹³ y Budak¹⁴, se pueda usar para estudiar y predecir la ocurrencia del fenómeno de retemblado regenerativo en los procesos de torneado y fresado, y le permita al usuario, a través de la generación de diagramas de lóbulos de estabilidad, identificar para qué valores de velocidad de rotación del husillo y de espesor de viruta, la operación de corte será dinámicamente estable y libre de este indeseable fenómeno. Además, que pueda ser usada para complementar la formación académica y práctica de los estudiantes de Ingeniería Mecánica en el área de procesos de manufactura.

Se propone también el diseño de una herramienta anexa al software, que genere lóbulos de estabilidad en tres dimensiones, donde el ter-

10 Manufacturing Automation Laboratories Inc. Cutpro simulation software. Vancouver, Canada. 2016. <http://www.malinc.com/products/cutpro/>.

11 DE LA GUERRA, Oscar y RIVERO, Janiel. Predicción de vibraciones por retemblado en el proceso de fresado a través de un código computacional. Trabajo de grado ingeniero mecánico. Caracas: Universidad Central de Venezuela. Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Central de Venezuela, 2010. 141 p.

12 ARAÚJO, Oswaldo y LINAREZ, Javier. Ajuste teórico de los parámetros de corte en el proceso de torneado para la reducción de vibraciones por retemblado a través de una metodología numérica. Trabajo de grado ingeniero mecánico. Caracas: Universidad Central de Venezuela. Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Central de Venezuela, 2008. 146 p.

13 Departamento de Ingeniería Mecánica, The University of British Columbia, Vancouver, B.C, Canada.

14 Departamento de Ingeniería Mecánica, The University of British Columbia, Vancouver, B.C, Canada.

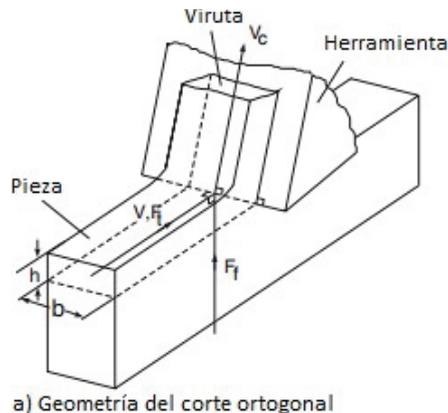
cer eje cartesiano, se emplee para asignarle rango de valores de frecuencias naturales o rigideces de la estructura, con el fin de estudiar la influencia de la herramienta de corte sobre la estabilidad dinámica de la operación de mecanizado.

Es importante señalar que este fenómeno no se limita a las operaciones de torneado y fresado específicamente. Otras operaciones de mecanizado en las que se debe analizar el retemblado incluyen el taladrado o el rectificado¹⁵. Además, el fenómeno de retemblado regenerativo se produce también en operaciones de fabricación por deformación volumétrica como el laminado¹⁶.

1.1 MECÁNICA DEL CORTE ORTOGONAL

A pesar de que las operaciones de corte más comunes son tridimensionales y geoméricamente complejas, el caso simple del corte ortogonal en dos dimensiones es usado para explicar la mecánica general en procesos de fabricación por arranque de viruta. La mecánica de las operaciones de corte oblicuo tridimensionales más complejas, suelen ser evaluadas por modelos de transformación geométricos y cinemáticos aplicados al proceso de corte ortogonal. Las representaciones esquemáticas de los procesos de corte ortogonal y oblicuo, se muestran en la Figura 2.1. El corte ortogonal se asemeja a un proceso de conformación con una herramienta recta, cuyo borde de corte es perpendicular a la velocidad de corte (V_c), donde una viruta de metal de ancho (b) y una profundidad de corte (h), es cortada de la pieza.

Figura 2.1. Geometría del corte ortogonal y oblicuo

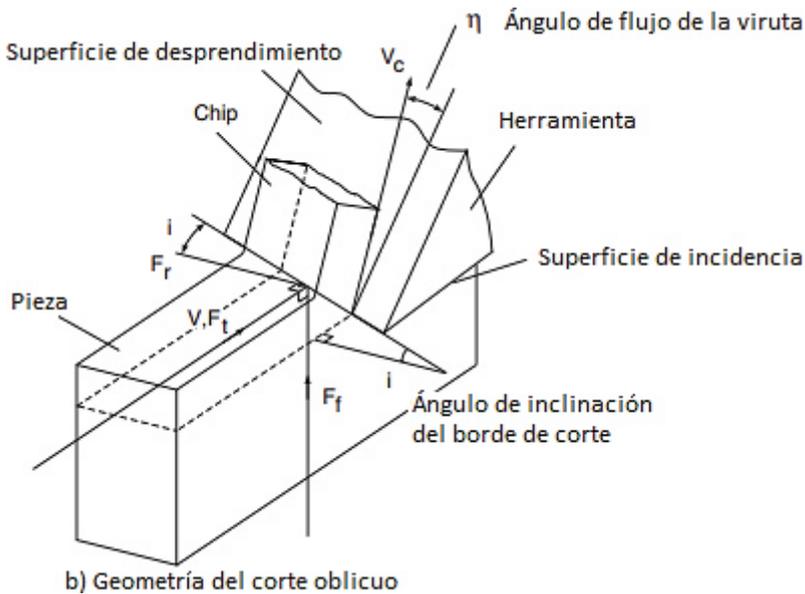


15 TARNG, Y.S. y LI, T.C. Adaptive pattern recognition of drilling chatter. En: Journal of Materials Processing Technology. Enero, 1995, vol. 48 p. 247-253.

16 Tlustý, Jiri, et al. Chatter in Cold Rolling. En: CIRP Annals - Manufacturing Technology. 1982, vol. 31, p. 195-199.

En el corte ortogonal, el corte se asume uniforme a lo largo del borde de corte; por esta razón, es un proceso de deformación con esfuerzos en dos dimensiones sin expansión lateral del material. Por consiguiente, las fuerzas de corte se ejercen solamente en la direcciones de la viruta sin cortar, y se conocen como fuerzas tangencial (F_t) y fuerzas de avance (F_f). No obstante, en el corte oblicuo, el borde de corte está orientado con un ángulo de inclinación (i) y una fuerza adicional que actúa en la dirección radial (F_r).

Figura 2.1. (Continuación)

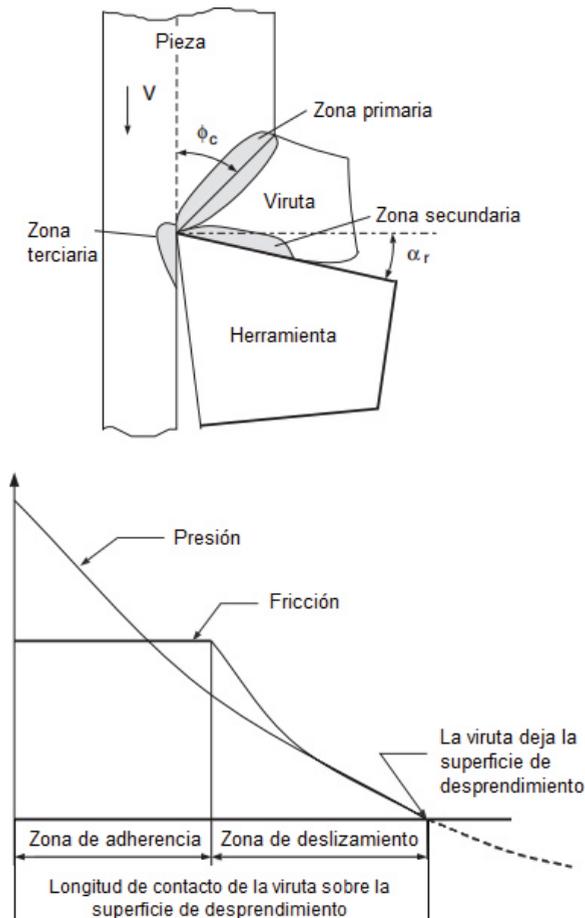


Fuente: Manufacturing Automation, Yusuf Altintas. 2012, p. 5.

En un proceso de corte existen tres zonas de deformación, como puede apreciarse en la Figura 2.2. A medida que el borde de la herramienta penetra la pieza, el material delante de esta es cizallado en la zona primaria para formar una viruta. Luego es parcialmente deformado y se mueve a lo largo de la superficie de desprendimiento de la herramienta en la zona secundaria. La zona de fricción, donde el flanco de la herramienta frota la superficie recién mecanizada, se conoce como zona terciaria. Inicialmente la viruta se adhiere a la superficie de desprendimiento de la herramienta conocida como zona de adherencia, hasta que el esfuerzo de fricción iguala al esfuerzo cortante para fluir del material (límite elástico), y obliga a la viruta a moverse sobre el material adherido. Posteriormente la viruta deja de adherir-

se y comienza a deslizarse sobre la superficie de desprendimiento con un coeficiente de fricción constante, hasta que pierde contacto. Con esta superficie. Para el análisis de la zona primaria, Merchant¹⁷ desarrolló un modelo en el que supone que esta zona es un plano muy delgado. Otros, como Lee y Shaffer¹⁸, basaron sus análisis en una zona de deformación gruesa, proponiendo un modelo de “Predicción del ángulo de corte”, conforme con las leyes de la plasticidad.

Figura 2.2. Zonas de deformación en el corte ortogonal



Fuente: Manufacturing Automation, Yusuf Altintas. 2012, p. 6.

17 MERCHANT, M. Mechanics of the metal cutting process. II: Plasticity conditions. En: Journal of applied physics. 1945, vol. 16, p. 320.

18 LEE, E. y SHAFFER, B. Theory of plasticity applied to the problem of machining. En: Journal of applied mechanics. 1951, vol. 18, p. 409.

La geometría de la deformación y de las fuerzas de corte para el corte ortogonal se muestra en la Figura 2.3. En esta se asume que el borde de corte es agudo y sin chaflán, y que la deformación se produce en el plano de cizallamiento infinitamente delgado. El ángulo de corte ϕ_c se define como el ángulo entre la dirección de la velocidad de corte (V) y el plano de cizallamiento. Se supone, además, que el esfuerzo cortante (τ_s) y el esfuerzo normal (σ_s) sobre el plano de cizallamiento son constantes; la fuerza resultante (F_c) sobre la viruta, aplicada en el plano de cizallamiento, está en equilibrio con la fuerza (F_c) aplicada a la herramienta sobre la zona de contacto viruta-herramienta en la superficie de desprendimiento. Las fuerzas de contacto procedentes de la zona terciaria se asumen igual a cero, y que todas las fuerzas de corte son producto del proceso de corte o del contacto viruta-superficie de desprendimiento. Partiendo del equilibrio, la fuerza resultante (F_c) se forma a partir de la fuerza de avance (F_{fc}) y la fuerza tangencial de corte (F_{tc}):

$$F_c = \sqrt{F_{tc}^2 + F_{fc}^2} \quad (2.1)$$

La fuerza de avance se da en la dirección del espesor de la viruta sin cortar, y la fuerza de corte tangencial en la dirección de la velocidad de corte. Las fuerzas de corte que actúan sobre la herramienta tendrán igual amplitud, pero sentidos opuestos con respecto a las fuerzas que actúan sobre la viruta.

La mecánica de corte ortogonal para las zonas de deformación se muestra a continuación:

Zona primaria de cizallamiento

La fuerza de cizallamiento (F_s) que actúa sobre el plano de cizallamiento deriva de la geometría como:

$$F_s = F_c \cos(\phi_c + \beta_a - \alpha_r) \quad (2.2)$$

Donde β_a es el ángulo de fricción promedio entre la superficie de desprendimiento de la herramienta y la viruta en movimiento, y α_r es el ángulo de ataque de la herramienta. La fuerza de cizallamiento puede ser expresada también en función de la fuerza de avance y la fuerza tangencial de corte:

$$F_s = F_{tc} \cos \phi_c - F_{fc} \sin \phi_c \quad (2.3)$$

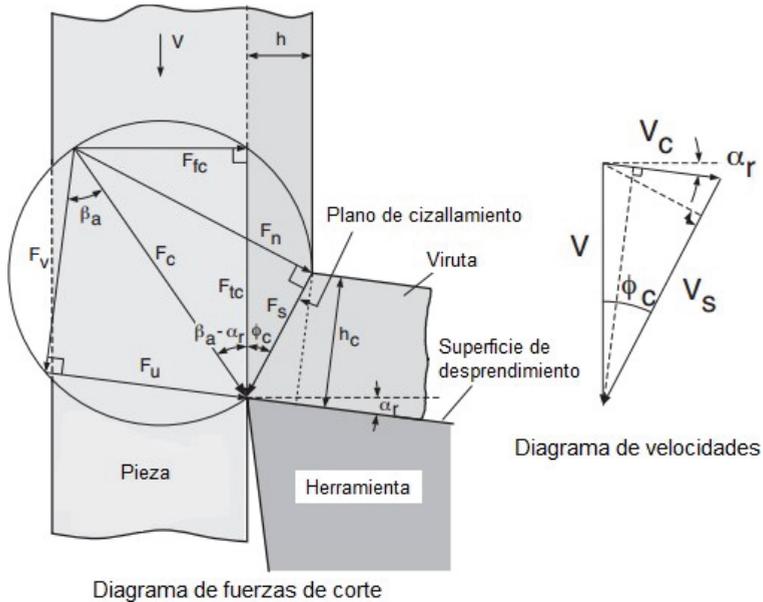
De manera similar, la fuerza normal que actúa sobre el plano de cizallamiento resulta ser:

$$F_n = F_c \sin(\phi_c + \beta_a - \alpha_r) \quad (2.4)$$

o

$$F_n = F_{tc} \sin \phi_c + F_{fc} \cos \phi_c \quad (2.5)$$

Figura 2.3. Mecánica del corte ortogonal.



Fuente: Manufacturing Automation, Yusuf Altintas. 2012, p. 7.

Con la suposición de una distribución uniforme de los esfuerzos sobre el plano de cizallamiento, el esfuerzo cortante (τ_s) resulta ser

$$\tau_s = \frac{F_s}{A_s} \quad (2.6)$$

Donde el área del plano de cizallamiento (A_s) es

$$A_s = b \frac{h}{\sin \phi_c} \quad (2.7)$$

Donde:

b : Es el ancho de corte (la profundidad de corte en torneado)

h : Es el espesor de la viruta sin cortar

Zona secundaria de cizallamiento

Dos componentes de la fuerza de corte actúan sobre la superficie de desprendimiento de la herramienta (Fig. 2.3):

La fuerza normal F_V

$$F_V = F_{tc} \cos \alpha_r - F_{fc} \sin \alpha_r \quad (2.8)$$

Y la fuerza de fricción sobre la superficie de desprendimiento,

$$F_u = F_{tc} \sin \alpha_r - F_{fc} \cos \alpha_r \quad (2.9)$$

En el análisis del corte ortogonal mostrado aquí, se asume que la viruta está deslizándose sobre la herramienta con un coeficiente de fricción promedio y constante μ_a . Aunque en realidad, la viruta se adhiere a la superficie de desprendimiento por corto tiempo y luego se desliza sobre la misma con un coeficiente de fricción constante¹⁹. El coeficiente de fricción promedio sobre la superficie de desprendimiento está dado como:

$$\mu_a = \tan \beta_a = \frac{F_u}{F_V} \quad (2.10)$$

El ángulo de fricción puede ser calculado de manera alternativa de la fuerza tangencial y la fuerza de avance:

$$\tan(\beta_a - \alpha_r) = \frac{F_{fc}}{F_{tc}} \rightarrow \beta_a = \alpha_r + \tan^{-1} \frac{F_{fc}}{F_{tc}} \quad (2.11)$$

Zona de deformación terciaria

La dimensión de contacto y la mecánica entre el flanco de la herramienta y la superficie terminada, dependen del desgaste de la herramienta, la preparación del borde de corte, y las características de fricción del material de la herramienta y de la pieza trabajo²⁰.

¹⁹ ZOREV, N. Inter-relationship between shear processes occurring along tool face and on shear plane in metal cutting. En: International Research in Production Engineering Research Conference (septiembre: New York). New York: ASME, 1963. p. 45.

²⁰ ALTINTAS, Yusuf. Machine tool vibrations. En: Manufacturing automation. 2 ed. New York: Cambridge University Press, 2012, p. 12.

Supongamos que la fuerza de fricción total en la superficie de incidencia es F_{ff} y la fuerza normal a la incidencia es F_{fn} . Si la presión (σ_f) en el flanco es uniforme, lo cual es ideal, la fuerza normal en el flanco puede ser expresada como:

$$F_{fn} = \sigma_f V B \cdot b,$$

Donde:

V : Es la longitud de contacto del flanco b : es el espesor del corte.

Un coeficiente promedio de fricción (μ_f) entre la superficie de incidencia y la superficie terminada puede ser definida como $\mu_f = F_{ff}/F_{fn}$.

El ángulo entre la superficie de incidencia y la superficie terminada se denomina ángulo de holgura o de alivio (Cl_p).

Las fuerzas de contacto totales pueden ser expresadas en la dirección tangencial

(F_{te}) y la de avance (F_{fe}) como:

$$F_{te} = F_{fn} \sin(Cl_p) + F_{ff} \cos(Cl_p) \tag{2.12}$$

$$F_{fe} = F_{fn} \cos(Cl_p) + F_{ff} \sin(Cl_p)$$

1.1.1 MODELAMIENTO MECÁNICO DE LAS FUERZAS DE CORTE

La mecánica del corte ortogonal no es directamente aplicable a muchas herramientas de corte con chaflán en las esquinas, ángulo de inclinación del borde de corte y ranuras para la ruptura de la viruta. Es más práctico llevar a cabo experimentos, para identificar los parámetros constantes de la geometría de la herramienta y del material de la pieza de trabajo, para modelar herramientas de corte existentes. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que, para el diseño de una herramienta y el análisis de un proceso de corte en particular, la mecánica del corte oblicuo (es decir, en tres dimensiones, y el análisis de la plasticidad son necesarios.

Como un ejemplo del modelado mecánico, la fuerza de cizallamiento se puede expresar en función del esfuerzo cortante y el ángulo de corte (Ec. 2.6 y 2.7.):

$$F_s = \tau_s b \frac{h}{\sin \phi_c} \tag{2.13}$$

De la Ec. (2.2) y (2.13), la fuerza de corte resultante (F_c) puede expresarse en términos del esfuerzo cizallamiento, el ángulo de fricción y el ángulo de corte, el espesor del corte, y la tasa de avance de la siguiente manera:

$$F_c = \frac{F_s}{\cos(\phi_c + \beta_a - \alpha_r)} = \tau_s b h \frac{1}{\sin \phi_c \cos(\phi_c + \beta_a - \alpha_r)} \quad (2.14)$$

Las fuerzas tangencial y de avance pueden ser expresadas en términos de la fuerza resultante:

$$\left. \begin{aligned} F_t &= F_c \cos(\beta_a - \alpha_r) \\ F_f &= F_c \sin(\beta_a - \alpha_r) \end{aligned} \right\} \quad (2.15)$$

Sustituyendo la Ec. (2.14) en la Ec. (2.15), podemos encontrar el valor de la fuerza corte como una función de la geometría de la herramienta y las condiciones de corte de la siguiente manera:

$$F_t = b h \left[\tau_s \frac{\cos(\beta_a - \alpha_r)}{\sin \phi_c \cos(\phi_c + \beta_a - \alpha_r)} \right] \quad (2.16)$$

De manera similar para la fuerza de avance es:

$$F_f = b h \left[\tau_s \frac{\sin(\beta_a - \alpha_r)}{\sin \phi_c \cos(\phi_c + \beta_a - \alpha_r)} \right] \quad (2.17)$$

En la literatura se encuentra un parámetro de corte llamado fuerza específica de corte (K_c) o coeficiente de la fuerza de corte tangencial (K_{tc}), y se define como:

$$K_{tc} [\text{N/mm}^2] = \tau_s \frac{\cos(\beta_a - \alpha_r)}{\sin \phi_c \cos(\phi_c + \beta_a - \alpha_r)} \quad (2.18)$$

Y la constante de la fuerza de avance (K_{fc}) como:

$$K_{fc} [\text{N/mm}^2] = \tau_s \frac{\sin(\beta_a - \alpha_r)}{\sin \phi_c \cos(\phi_c + \beta_a - \alpha_r)} \quad (2.19)$$

También es habitual usar otra convención para las constantes de corte, donde se supone que la fuerza de avance es proporcional a la fuerza tangencial:

$$K_{fc} = \frac{F_{fc}}{F_{tc}} = \tan(\beta_a - \alpha_r) \quad (2.20)$$

Donde K_{fc} es adimensional en esta fórmula en específico.

Como se puede observar en la Ec. 2.18, la fuerza específica de corte es una función del esfuerzo de cortante para fluir del material de la pieza de trabajo (τ_s) durante el corte, el ángulo de corte (ϕ_c), la geometría de la herramienta (es decir, el ángulo de desprendimiento), y la fricción entre la herramienta y la viruta (β_a).

Es importante resaltar que de la Ec. 2.18, solo se conoce de antemano, la geometría de la herramienta. El ángulo de fricción depende de la lubricación utilizada, del área de contacto herramienta-viruta, y de los materiales de la herramienta y la pieza. Si el plano de cizallamiento se asume como una zona gruesa, que es más realista que suponer que es delgada, habrá un endurecimiento por deformación, y el esfuerzo cortante será más grande que el esfuerzo cortante para fluir del material de la pieza, medido en los ensayos de torsión pura o de tracción. La variación de temperatura en la zona de cizallamiento y de fricción, también afectará la dureza del material de la pieza, por lo tanto, el esfuerzo cortante en la zona de deformación primaria puede variar. De esta forma, es habitual definir las fuerzas de corte como una función de las condiciones de corte (es decir, b y h) y las constantes de corte (K_c) y (K_{fc}) como sigue:

$$\left. \begin{aligned} F_c &= K_c bh \\ F_{fc} &= K_{fc} h \end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

1.2 FUNDAMENTOS DE VIBRACIONES LIBRES Y FORZADAS EN EL MECANIZADO

Una estructura simple de un sistema de un solo grado de libertad (SDOF, en inglés), puede ser modelada por una combinación de elemento con masa (m), un resorte (k) y un amortiguador (c), como se muestra en la Figura 2.4. Cuando una fuerza externa (??) se ejerce sobre la estructura, su movimiento se describe por la siguiente ecuación diferencial:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad \text{o} \quad \ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = \frac{\omega_n^2}{k}F(t) \quad (2.22)$$

Si el sistema recibe un golpe por un muy corto tiempo, o cuando está en reposo y estáticamente se desvía de su equilibrio y se suelta, se dice que el sistema experimenta vibraciones libres. Con el tiempo, la

amplitud de las vibraciones decaerá en una función de la constante de amortiguamiento del sistema. La frecuencia de estas vibraciones está dominada, principalmente, por la rigidez y la masa y es ligeramente influenciada por la constante de amortiguamiento viscoso, que es muy pequeña en las estructuras mecánicas.

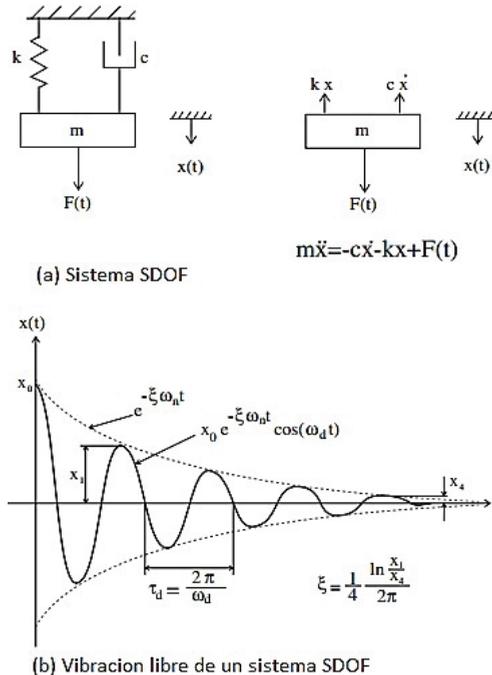
Cuando la constante de amortiguamiento es cero ($c = 0$), el sistema oscila a su frecuencia natural:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

La tasa de amortiguamiento se define como $\zeta = c/2\sqrt{km}$, el cual siempre será menor que uno en las estructuras mecánicas (en la mayoría de estructuras $\zeta < 0.05$). La frecuencia natural de amortiguamiento del sistema se define como:

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

Figura 2.4. Modelo de un sistema de un solo grado de libertad (SDOF)



Asumiendo que la masa está libre de cualquier fuerza externa y desplazada estáticamente por una cantidad de x_0 , y que el sistema se libera, la vibración libre se puede expresar como:

$$x(t) = x_0 e^{-\zeta \omega t} \cos(\omega_d t).$$

El período entre cada onda de vibración es $t_d = 2\pi/\omega_d$, el cual es una manera simple de estimar la frecuencia natural de amortiguamiento del sistema, a partir de la medición de las vibraciones libres o transitorias.

La respuesta general de la estructura se puede evaluar mediante la solución de la ecuación diferencial del movimiento. La transformada de Laplace de la ecuación de movimiento, con un desplazamiento inicial (θ) y una velocidad de la vibración $x'(0)$ bajo una fuerza $F(t)$ aplicada externamente, se expresa como:

$$\mathcal{L}(\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x) = \mathcal{L}\left(\frac{\omega_n^2}{k}F(t)\right)$$

$$s^2x(s) - sx(0) - x'(0) + 2\zeta\omega_n sx(s) - 2\zeta\omega_n x(0) + \omega_n^2x(s) = \frac{\omega_n^2}{k}F(s) \quad (2.23)$$

Las vibraciones de la estructura con la dinámica de un SDOF, se pueden expresar de esta forma:

$$x(s) = \frac{\omega_n^2}{k} \frac{1}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} F(s) + \frac{(s + 2\zeta\omega_n)x(0) - x'(0)}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.24)$$

La función de transferencia del sistema se representa despreciando el efecto de las condiciones iniciales que eventualmente desaparecerán como vibraciones transitorias.

$$\Phi(s) = \frac{x(s)}{F(s)} = \frac{\omega_n^2}{k} \frac{1}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.25)$$

Asumiendo que la fuerza externa es armónica, podemos escribir la ecuación 2.22 de la siguiente manera:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = \frac{\omega_n^2}{k} F_0 \sin(\omega t) \quad (2.26)$$

Por lo tanto, el sistema experimenta vibraciones forzadas a la misma frecuencia ω de la fuerza externa, pero con un retardo de tiempo (fase). Supongamos que las vibraciones transitorias causadas por la

carga inicial han disminuido y el sistema está operando en estado estacionario. Entonces:

$$x(t) = X \sin(\omega t + \emptyset)$$

Lo anterior se denomina respuesta en frecuencia de la estructura. Es matemáticamente más conveniente utilizar funciones armónicas complejas en las vibraciones forzadas. La fuerza armónica puede ser expresada por $F(t) = F_0 e^{j\omega t}$. La respuesta armónica correspondiente es $x(t) = X e^{j(\omega t + \emptyset)}$, y cuando esto se sustituye en la ecuación de movimiento (2.26) obtenemos la función de la respuesta en frecuencia (FRF) del sistema²¹:

$$(\omega_n^2 - \omega^2 + j2\zeta\omega_n) X e^{j\emptyset} e^{j(\omega t + \emptyset)} = \frac{\omega_n^2}{k} F_0 e^{j\omega t}$$

$$\Phi(\omega) = \frac{X(\omega)}{F_0(\omega)} = \frac{\omega_n^2}{k} \frac{1}{\omega_n^2 - \omega^2 + j2\zeta\omega_n} \quad (2.27)$$

La amplitud y la fase resultantes de las vibraciones armónicas son:

$$|\Phi(\omega)| = \left| \frac{X}{F_0} \right| = \frac{\omega_n^2}{k} \frac{1}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega\omega_n)^2}} = \frac{1}{k} \frac{1}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (2.28)$$

$$\emptyset = \tan^{-1} \frac{-2\zeta\omega\omega_n}{\omega_n^2 - \omega^2} = \tan^{-1} \frac{-2\zeta r}{1 - r^2}$$

La relación de la frecuencia de excitación a la frecuencia natural es $r = \omega/\omega_n$. La ecuación (2.28) se conoce como la función de la respuesta en frecuencia (FRF) de la estructura SDOF, y su ilustración se muestra en la Figura 2.5.

La FRF ($\Phi(\omega)$) se puede separar en componentes real ($G(\omega)$) e imaginaria ($H(\omega)$) de $\frac{X}{F_0} e^{j(\emptyset - \alpha)}$:

$$G(\omega) = \frac{1 - r^2}{k[(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2]} \quad (2.29)$$

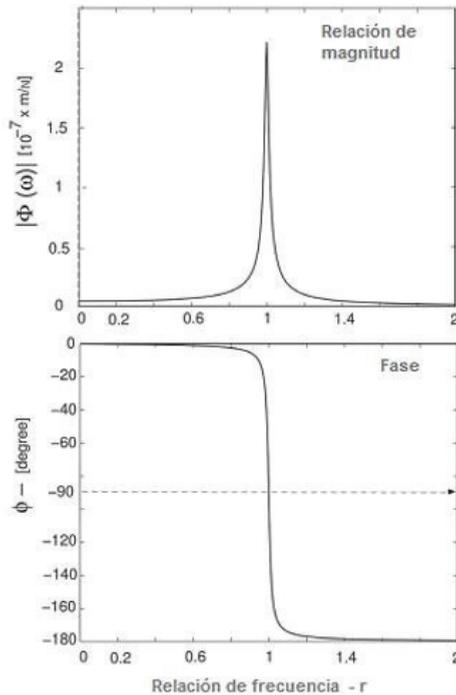
$$H(\omega) = \frac{-2\zeta r}{k[(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2]}$$

y

$$\Phi(\omega) = G(\omega) + jH(\omega)$$

21 ALTINTAS, Yusuft. Structural dynamics of machines En: Manufacturing automation. 2 ed. New York: Cambridge University Press, 2012, p. 79.

Figura 2.5. Función de la respuesta en frecuencia (FRF) de un sistema SDOF



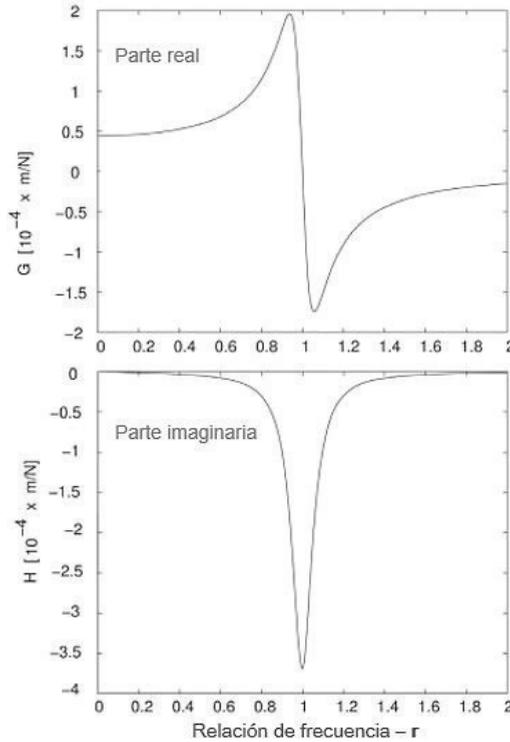
Fuente: Manufacturing Automation, Yusuf Altintas. 2012, p. 80.

De la Figura 2.5 se puede decir que:

1. En la intersección donde $r = 0$, la parte real es igual a la flexibilidad estática ($1/k$).
2. A medida que la frecuencia de excitación se aproxima a la frecuencia natural (es decir, $r = 1$), el sistema resuena, la amplitud de las vibraciones se convierten en máximas, y el ángulo de fase se aproxima a 90 grados.
3. Si la frecuencia de excitación continúa aumentando, el ángulo de fase se aproximará a -180 grados, y el retardo llegaría a ser la mitad de un período de excitación.
4. La amplitud de las vibraciones disminuye, debido a que la estructura física no puede responder a las perturbaciones de alta frecuencia.
5. Cuando ($\omega = 0$), la magnitud de $\Phi(\omega)$, y de $G(\omega)$ son iguales a la flexibilidad estática ($1/k$).

La parte real e imaginaria de la función de transferencia son ilustradas por separado a continuación:

Figura 2.6. FRF de un sistema SDOF representado por sus partes real e imaginaria.



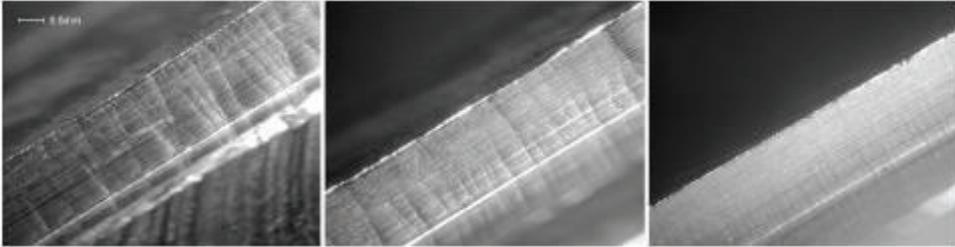
Fuente: Manufacturing Automation, Yusuf Altintas. 2012, p. 81.

1.3 RETEMBLADO EN LAS MÁQUINAS HERRAMIENTA

Aparte de las vibraciones libres y forzadas, existen vibraciones auto-excitadas comunes en las máquinas herramienta. Una vibración auto-excitada es un tipo de vibración en el que la fuente de vibración se encuentra en el interior del sistema. En el mecanizado, las vibraciones auto-excitadas suelen dar lugar al fenómeno del retemblado. Cabe señalar que el retemblado también puede ser causado por las vibraciones forzadas, pero, por lo general, no es un problema mayor en el mecanizado debido a que la fuerza externa o la flexibilidad dinámica de la estructura de la máquina, pueden ser reducidas a niveles razonables cuando la fuerza externa que causa el retemblado se identifica²².

22 MERRITT, H. Theory of self-excited machine tool chatter: contribution to machine tool chatter. En: Journal of Manufacturing Science and Engineering. Noviembre, 1967, p. 447.

Figura 2.7. Superficies fresadas con retemblado (izquierda y centro: para 12.000 rpm y 10.000 rpm, respectivamente) y sin retemblado (derecha: 11.000 rpm).



Fuente: Maximization of Chatter-Free Material Removal Rate in End Milling Using Analytical Methods, A. Tekeli y E. Budak. 2005, p. 156.

El retemblado se produce, principalmente, debido a que el sistema estructural herramienta-pieza es inicialmente excitado por las fuerzas de corte. El retemblado es un problema de inestabilidad en el proceso de mecanizado, que se caracteriza por una vibración excesiva no deseada entre la herramienta y la pieza de trabajo, un fuerte ruido y, en consecuencia, un acabado superficial de mala calidad. También reduce la vida de la máquina y de la herramienta, impactando negativamente la confiabilidad y la seguridad de la operación de mecanizado²³. La Figura 2.7 muestra la parte de una pieza mecanizada con un pobre acabado superficial, producto del retemblado.

1.3.1 TIPOS DE RETEMBLADO

Existen, principalmente, dos (2) tipos de retemblado:

1. El retemblado tipo Arnold, el cual se debe a una dependencia de la variación de la fuerza con la velocidad de corte.
2. El retemblado regenerativo, que se produce cuando la irregularidad de la superficie que se está maquinando es producto de las consiguientes variaciones en la fuerza de corte, cuando en la ocasión anterior, la herramienta pasó sobre aquel lugar, provocando una degeneración perjudicial de la fuerza de corte. Dependiendo del desfase entre las dos superficies sucesivas de las ondas, el espesor máximo de la viruta puede crecer de forma exponencial mientras oscila a una frecuencia de retemblado que está cerca, pero no es igual a la frecuencia natural del sistema. Las vibraciones en crecimiento au-

²³ WIERCIGROCH, M. Chaotic vibrations of a simple model of the machine tool-cutting process system. En: ASME Journal of Vibration Acoustics. 1997, vol.119, p. 469.

mentan las fuerzas de corte y producen un acabado superficial pobre y ondulado²⁴.

El retemblado más común en la práctica de las operaciones de mecanizado es el retemblado regenerativo²⁵.

1.4 PREDICCIÓN ANALÍTICA DEL RETEMBLADO REGENERATIVO EN EL PROCESO DE TORNEADO

El esquema de una operación de torneado se muestra en la Figura 2.8. Para este estudio, la estructura se supone que es perfectamente rígida, mientras que la estructura de la herramienta de corte es capaz de vibrar solo en la dirección longitudinal (es decir, en ??). Debido a que no se dispone de un modelamiento matemático simple para la dinámica del corte oblicuo, se emplea la mecánica del corte ortogonal para estimar la fuerza del corte (ver sección 2.1.1):

$$F_c = K_c ah \quad (2.30)$$

Donde:

K_c : Fuerza específica de corte [N/m^2]

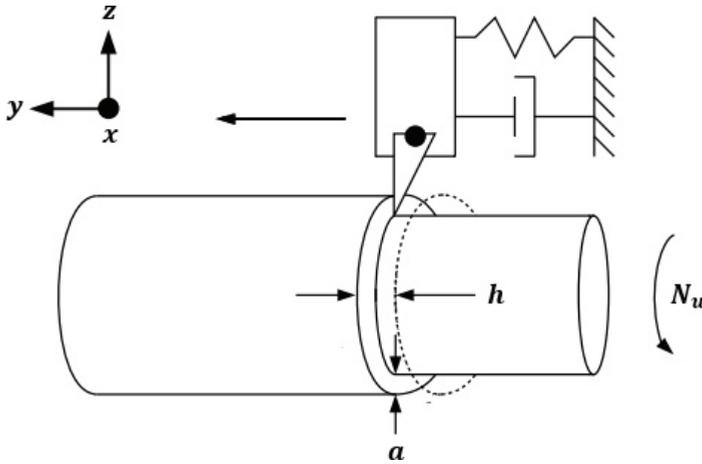
h : Espesor de la viruta [m]

a : Espesor o profundidad de corte [mm]

24 ALTINTAS, Yusuft. Structural dynamics of machines En: Manufacturing automation. 2 ed. Nueva York: Cambridge University Press, 2012, p. 126.

25 CHENG, Kai. Machining dynamics: Fundamentals, applications and practices. Londres: Springer- Verlag London Limited, 2009, p. 16.

Figura 2.8. Esquemático de una operación de torneado: pasada actual (línea continua) y pasada anterior (línea de puntos).



Fuente: Propiedad de los autores.

Una operación de torneado puede modelarse como un sistema vibratorio de un solo grado de libertad, donde la función de excitación es la fuerza de corte. Por esta razón se dice que la estructura experimenta vibraciones auto-excitadas (Ver sección 2.3). Reescribiendo la Ec. 2.22 para un sistema vibratorio de este tipo obtenemos:

$$m_e \ddot{y}(t) + c_e \dot{y}(t) + k_e y(t) = F_c(t) \quad (2.31)$$

La profundidad de corte se supone que es constante; sin embargo, el avance (h) y por lo tanto la fuerza de corte, varían en el tiempo debido a las vibraciones estructurales. De lo anterior podemos asumir que la fuerza de corte no depende explícitamente de la velocidad de corte²⁶. Y la Ec. 2.31 puede escribirse de la siguiente manera:

$$m_e \ddot{y}(t) + c_e \dot{y}(t) + k_e y(t) = K_c a * h(t) \quad (2.32)$$

El término $h(t)$ se conoce como espesor general dinámico de viruta (ver Figura 2.9). Y está dado por:

$$h(t) = h_0 - \Delta h(t) \quad (2.33)$$

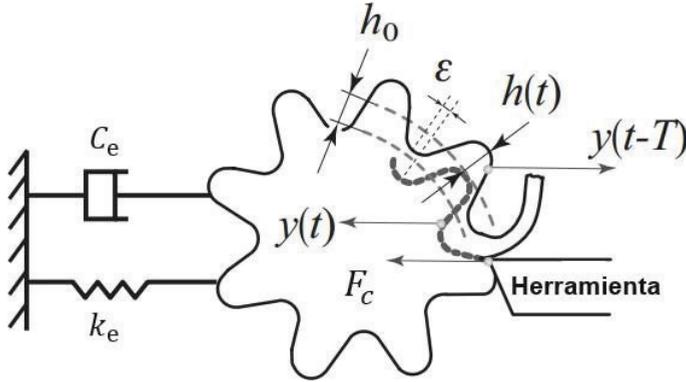
26 LANDERS, Robert G. Regenerative chatter in machine tools. En: DE SILVA C. W.; Vibration and shock handbook. Boca Raton: Taylor & Francis Group, 2005, p. 35 3.

Donde

h_0 : Espesor nominal de la herramienta o avance estático

$\Delta h(t)$: Espesor dinámico, producto de la vibración de la herramienta (ver Figura 2.10).

Figura 2.9. Retemblado regenerativo en el corte ortogonal.



Fuente: Manufacturing Automation, Yusuf Altintas. 2012, p. 126.

El espesor dinámico está dado por:

$$\Delta h(t) = y(t - T) - y(t) \quad (2.34)$$

Donde:

T : Período de rotación del husillo

De las Ec. 2.33 y 2.34, se tiene que, espesor general dinámico de viruta es:

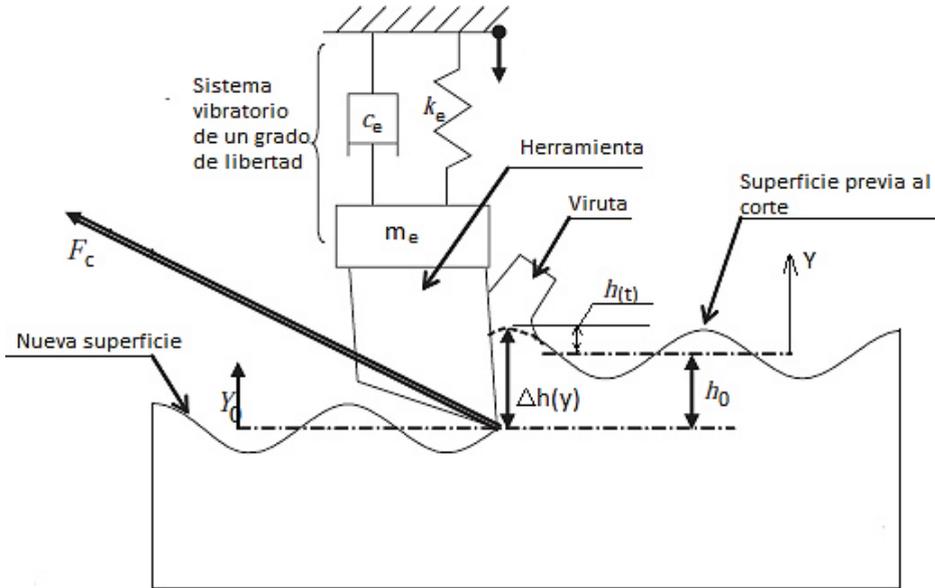
$$h(t) = h_0 + y(t - T) - y(t) \quad (2.35)$$

Debido a que h_0 es el avance sin vibración visto desde Y_0 , y el análisis que se hace es desde la herramienta, es decir Y , con respecto a ese eje de referencia, se tiene que $h_0 = 0$. (Ver Figura 2.10)

Al retomar la Ec. 2.32 y sustituir $h(t)$ teniendo en cuenta lo anterior se tiene:

$$m_e \ddot{y}(t) + c_e \dot{y}(t) + k_e y(t) = K_c a * [y(t - T) - y(t)] \quad (2.36)$$

Figura 2.10. Espesor dinámico de la viruta en el proceso de torneado.



Fuente: Propiedad de los autores.

Aplicando transformada de Laplace miembro a miembros y suponiendo condiciones iniciales iguales a cero, se tiene:

$$Y(s)[m_e s^2 + c_e s + k_e] = K_c a [Y(s)e^{-sT} - Y(s)]$$

Reordenando:

$$Y(s) = \frac{1}{m_e s^2 + c_e s + k_e} [K_c a \cdot Y(s)(e^{-sT} - 1)] \quad (2.37)$$

Donde el término $K_c a \cdot Y(s)$ representa la fuerza de corte en el dominio de la frecuencia es decir $F_c(s) = K_c a \cdot Y(s)$.

De lo anterior se puede escribir la Ec. 2.37 como:

$$\frac{F_c(s)}{K_c a} = \frac{1}{m_e s^2 + c_e s + k_e} F_c(s)(e^{-sT} - 1)$$

Reordenando la ecuación anterior tenemos:

$$F_c(s) \left[1 + K_c a (1 - e^{-sT}) \frac{1}{m_e s^2 + c_e s + k_e} \right] = 0$$

De dónde:

$$\Phi(s) = \frac{1}{m_e s^2 + c_e s + k_e} \quad (2.38)$$

De lo anterior obtenemos lo siguiente:

$$\therefore F_c(s)[1 + K_c a(1 - e^{-sT}) \Phi(s)] = 0 \quad (2.39)$$

La Ec.2.39 se resuelve empleando el método sugerido por E. Budak, Y. Altintas. 1998²⁷. Es decir, haciendo que la fuerza de corte sea de tipo armónica que decrece con el tiempo (ver sección 2.2), de lo cual la Ec. 2.39 queda como:

$$F_c(s)e^{-j\omega_c T}[1 + K_c a(1 - e^{-sT}) \Phi(s)] = 0$$

Al obtener la solución no trivial de la Ec. 2.39 debe cumplirse:

$$K_c a(1 - e^{-sT}) \Phi(s) = -1$$

$$\frac{-1}{\Phi(s)} = K_c a(1 - e^{-sT}) \quad (2.40)$$

Expresando la variable compleja s como $s = \sigma + j\omega$. Si la parte real (σ) de la variable compleja es positiva en el término e^{-sT} de la Ec. 2.40, habrá un término exponencial en la solución en el dominio del tiempo, y el retemblado crecerá indefinidamente. Y si el término real (σ) es negativo, el retemblado se suprimirá, y el sistema será estable. Cuando la parte real es cero ($\sigma = 0$), es decir $s = j\omega_c$ el sistema es críticamente estable, y la pieza de trabajo oscila con una vibración de amplitud constante a una frecuencia de retemblado ω_c . Tengamos en cuenta que la frecuencia de vibración del retemblado no es igual a la frecuencia natural de la estructura, debido a que la ecuación característica del proceso de corte dinámico tiene términos adicionales más allá de la función de transferencia de la estructura.

Sin embargo, la magnitud de la frecuencia de las vibraciones del retemblado permanece cerca al de la frecuencia natural de la estructura²⁸.

Para nuestro interés, el análisis se realizará para la zona críticamente estable ($s = j\omega_c$), entonces la ecuación Ec. 2.40 puede escribirse de la siguiente forma:

$$\frac{-1}{\Phi(j\omega_c)} = K_c a_{lim} (1 - e^{-j\omega_c T})$$

Donde a_{lim} es la máxima profundidad de corte axial para un mecanizado libre de las vibraciones del retemblado.

Empleando la identidad compleja de Euler

$$1 - e^{-j\omega_c T} = 1 - \cos(\omega_c T) + j \cdot \sin(\omega_c T)$$

y reorganizando los términos se tiene:

$$\Lambda = \frac{-1}{\Phi(j\omega_c)} = K_c a_{lim} [1 - \cos(\omega_c T) + j \cdot \sin(\omega_c T)] \quad (2.41)$$

Donde el término Λ tiene un componente real y otra compleja descritos por la siguiente ecuación:

$$\Lambda = \Lambda_R + j\Lambda_I = K_c a_{lim} [1 - \cos(\omega_c T) + j \cdot \sin(\omega_c T)] \quad (2.42)$$

Despejando la profundidad límite de corte de la Ec. 2.42 se tiene:

$$a_{lim} = \frac{\Lambda_R + j\Lambda_I}{K_c [1 - \cos(\omega_c T) + j \cdot \sin(\omega_c T)]} \quad (2.43)$$

Reescribiendo la Ec. 2.43 se tiene:

$$a_{lim} = \left(\frac{1}{2K_c} \right) \frac{\Lambda_R [1 - \cos(\omega_c T)] + \Lambda_I \sin(\omega_c T)}{1 - \cos(\omega_c T)} + j \frac{\Lambda_I [1 - \cos(\omega_c T)] + \Lambda_R \sin(\omega_c T)}{1 - \cos(\omega_c T)} \quad (2.44)$$

Debido a que la profundidad límite de corte debe ser un valor real, entonces el numerador de la parte imaginaria de la ecuación debe ser igual a cero, es decir:

$$\Lambda_I [1 - \cos(\omega_c T)] + \Lambda_R \sin(\omega_c T) = 0$$

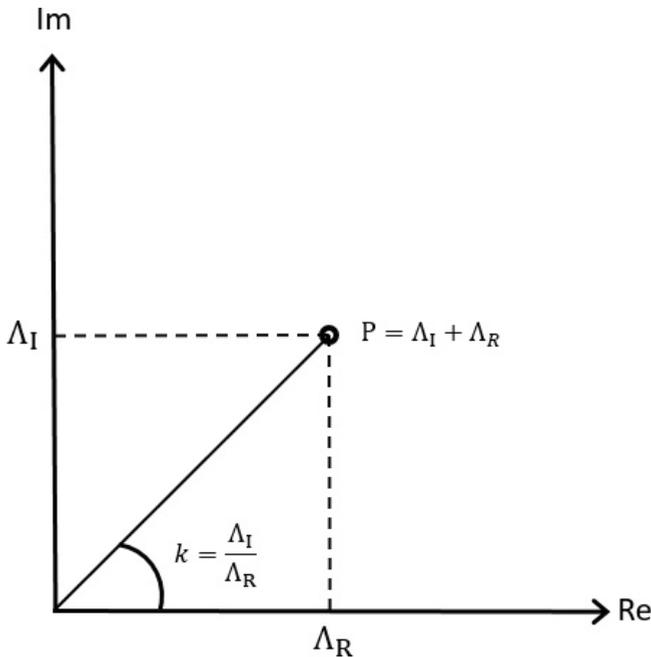
$$k = \frac{\Lambda_I}{\Lambda_R} = \frac{\sin(\omega_c T)}{1 - \cos(\omega_c T)} \quad (2.45)$$

Nota: El término k representa la tangente del ángulo entre la componente compleja y la componente real de un punto (P), en plano complejo ver Figura 2.11.

Reemplazando la Ec. 2.45 en la Ec. 2.44, y haciendo cero la parte imaginaria de la Ec. 2.44, debido a la naturaleza real positiva de la profundidad límite de corte, se tiene que este es:

$$a_{lim} = \frac{\Lambda_R}{2K_c} (1 + k^2) \quad (2.46)$$

Figura 2.11. Plano complejo.



Debido a que la profundidad límite de viruta está en función de Λ_R y k , se hace necesario determinarlos.

A partir de Ec. 2.41 y 2.42 se tiene:

$$\Lambda = \frac{-1}{\Phi(j\omega_c)} = \Lambda_R + j\Lambda_I \quad (2.47)$$

La Ec.2.38 puede escribirse en términos de la frecuencia natural y la razón de amortiguamiento, empleando las definiciones vistas en la sección 2.2 y nos queda que:

$$\therefore \Phi(s) = \frac{1}{\frac{k_e}{\omega_n^2} s^2 + \frac{2\zeta k_e}{\omega_n} s + k_e} = \frac{1}{\frac{k_e}{\omega_n^2} (s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2)} \quad (2.48)$$

Sustituyendo la Ec. 2.48 en la Ec. 2.47 y expresando la variable complejas como

$s = j\omega_c$ se tiene:

$$\Lambda = -\frac{k_e}{\omega_n^2} (j\omega_c^2 + 2\zeta \omega_n j\omega_c + \omega_n^2) = -\frac{k_e}{\omega_n^2} (-\omega_c^2 + \omega_n^2 + j2\zeta \omega_n \omega_c)$$

$$\Lambda = \Lambda_R + j\Lambda_I = \frac{k_e}{\omega_n^2} (\omega_c^2 - \omega_n^2) - j\frac{k_e}{\omega_n^2} (2\zeta \omega_n \omega_c)$$

De donde obtenemos que:

$$\therefore \Lambda_R = \frac{k_e}{\omega_n^2} (\omega_c^2 - \omega_n^2) \quad \Lambda_I = -\frac{k_e}{\omega_n^2} (2\zeta \omega_n \omega_c) \quad (2.49)$$

Haciendo la sustitución $r = \frac{\omega_c}{\omega_n}$ se tiene que Λ_R, Λ_I y k son:

$$\Lambda_R = k_e(r^2 - 1) \quad \Lambda_I = -k_e(2\zeta r) \quad (2.50)$$

$$k = \frac{2\zeta r}{1 - r^2} \quad (2.51)$$

Entonces la profundidad límite de corte o espesor límite de viruta se puede escribir como:

$$a_{lim} = \frac{k_e(r^2 - 1)}{2K_c} \left[1 + \left(\frac{2\zeta r}{1 - r^2} \right)^2 \right] \quad (2.52)$$

De la Ec. 2.45 puede obtenerse la frecuencia de retemblado (ω) y la velocidad de rotación del husillo (N_u).

$$\epsilon = \pi - 2\psi ; \quad \psi = \tan^{-1} k$$

$$\omega_c T = \epsilon + 2l\pi ; \quad l = 0, 1, 2, \dots$$

$$N_u = \frac{60}{T}$$

Donde ϵ es la diferencia de fase entre la modulación anterior y la actual, l representa un entero correspondiente al número de ondas en

un periodo (T), y ψ es el desplazamiento de la fase de la función de transferencia de la estructura.

La velocidad del husillo puede escribirse de la siguiente forma:

$$N_u = \frac{60\omega_c}{\epsilon + 2l\pi} = \frac{60\omega_c}{\pi - 2\psi + 2l\pi} ; l = 0,1,2 \dots \quad (2.53)$$

Altintas²⁹, sugiere emplear una serie de convenciones para determinar el ángulo ψ tomando como positivo los ángulos en el sentido de las manecillas del reloj.

$$\begin{aligned} \Lambda_R > 0; \Lambda_I > 0 &\rightarrow \psi = -2\pi + \tan^{-1} k \\ \Lambda_R < 0; \Lambda_I > 0 &\rightarrow \psi = -\pi - \tan^{-1} k \\ \Lambda_R < 0; \Lambda_I < 0 &\rightarrow \psi = -\pi + \tan^{-1} k \\ \Lambda_R > 0; \Lambda_I < 0 &\rightarrow \psi = -\tan^{-1} k \end{aligned}$$

1.5 PREDICCIÓN ANALÍTICA DEL RETEMBLADO REGENERATIVO EN EL PROCESO DE FRESADO

Las direcciones de la fuerza rotativa y del espesor de la viruta, junto con los períodos intermitentes de corte, complican la aplicación de la teoría del retemblado en el corte ortogonal en las operaciones de fresado. A continuación se expondrá el modelo de predicción analítica presentado por Altintas y Budak³⁰.

1.5.1 MODELO DINÁMICO DEL FRESADO

La herramienta de corte (fresa), puede considerarse que tiene dos grados de libertad ortogonales, como se muestra en la Figura 2.12. Se supondrá que la herramienta posee un número N de dientes con un ángulo de hélice igual a cero.

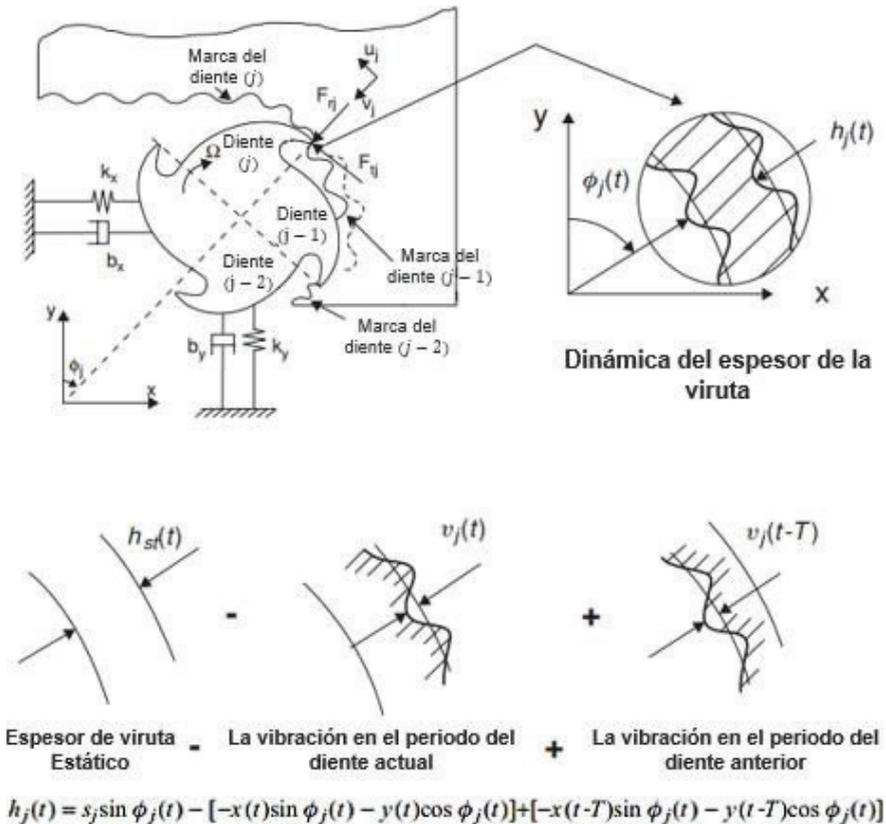
29 ALTINTAS, Yusuf. Machine tool vibrations. En: Manufacturing automation. 2 ed. New York: Cambridge University Press, 2012, p. 130.

30 BUDAK, Erhan y ALTINTAS, Yusuf. Analytical prediction of chatter stability in milling- Part I: General formulation. En: Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control. Marzo, 1998, vol. 120, no. 1, p. 22-30.

La fuerza de corte excita la estructura en la dirección del avance (X) y de la normal (Y), causando un desplazamiento dinámico en x y y . Los desplazamientos dinámicos se llevan al diente en rotación número j en la dirección radial o del espesor de la viruta en las coordenadas de $v_j = -x \sin \phi_j - y \cos \phi_j$, donde ϕ es la inmersión angular instantánea del diente ??, medido en sentido horario desde el eje normal (Y).

Si el cabezal gira a una velocidad angular de Ω (rad/s), el ángulo de inmersión variara con el tiempo como $\phi(t) = \Omega T$. El espesor de la viruta resultante tendrá una parte estática ($st \sin \phi_j$), atribuido al movimiento del cuerpo rígido de la herramienta, y un componente dinámico causado por las vibraciones de la herramienta en los períodos de los dientes presentes y anteriores.

Figura 2.12. Vibraciones auto-excitadas en las operaciones de fresado con dos grados de libertad.



Debido a que el espesor de la viruta se mide en la dirección radial (v), se puede expresar como:

$$h(\phi_j) = [s_t \sin \phi_j + (v_{j,0} - v_j)]g(\phi_j) \quad (2.54)$$

Donde $s_t \sin \phi_j$ es la tasa de avance por diente y $(v_{j,0}, v_j)$ son el desplazamiento dinámico de la herramienta en los períodos de los dientes presentes y anteriores, respectivamente.

La función $g(\phi_j)$ es una función de paso unitario que determina si el diente está dentro o fuera de corte:

$$g(\phi_j) = 1 \leftarrow \phi_{st} < \phi_j < \phi_{ex}$$

$$g(\phi_j) = 0 \leftarrow \phi_j < \phi_{st} \text{ o } \phi_j > \phi_{ex}$$

Donde ϕ_{st} y ϕ_{ex} son el ángulo de entra y salida de la herramienta.

El componente estático del espesor de la viruta ($s_t \sin \phi_j$) se saca de las expresiones, porque no contribuye al mecanismo de la regeneración dinámica de la carga en la viruta³¹. Sustituyendo v_j en la Ec. 2.54 se obtiene:

$$h(\phi_j) = [\Delta x \sin \phi_j + \Delta y \cos \phi_j]g(\phi_j) \quad (2.55)$$

Donde $\Delta x = x - x_0$ y $\Delta y = y - y_0$. Allí, (x, y) y (x_0, y_0) representa el desplazamiento dinámico de la estructura de la herramienta en los períodos de los dientes presentes y anteriores.

Las fuerzas de corte tangencial (F_{tj}) y radial (F_{rj}) que actúan sobre el diente j son proporcionales a la profundidad de corte axial (a) y el espesor de viruta (h):

$$F_{tj} = K_t ah(\phi_j) \quad (2.56)$$

$$F_{rj} = K_r F_{tj}$$

Resolviendo las fuerzas de corte en las direcciones ?? y ?? se tiene:

$$F_{xj} = -F_{tj} \cos \phi_j - F_{rj} \sin \phi_j \quad (2.57)$$

$$F_{yj} = +F_{tj} \sin \phi_j - F_{rj} \cos \phi_j$$

31 ALTINTAS, Yusuf. Machine tool vibrations. En: Manufacturing Automation. 2 ed. New York: Cambridge University Press, 2012, p. 151.

La suma de las fuerzas de corte presentadas por todos los dientes, se escriben como las fuerzas dinámicas de fresado total que actúan sobre la herramienta como:

$$F_x = \sum_{j=0}^{N-1} F_{xj}(\phi_j) \quad (2.58)$$

$$F_y = \sum_{j=0}^{N-1} F_{yj}(\phi_j)$$

Donde:

$$\phi_j = \phi + j\phi_p$$

ϕ = Angulo instantáneo de inmersión

$\phi_p = 2\pi / N$ = Angulo de paso del corte

Sustituyendo el espesor de la viruta (Ec. 2.55) y las fuerzas sobre el diente j (Ec. 2.56) en la Ec. 2.57, y reordenando las expresiones resultantes en forma de matriz:

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} a K_t \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{Bmatrix} \quad (2.59)$$

Donde los *coeficientes dinámicos direccionales de las fuerzas variantes en el tiempo* están dados por:

$$\alpha_{xx} = \sum_{j=0}^{N-1} -g_j [\sin 2\phi_j + K_r (1 - \cos 2\phi_j)]$$

$$\alpha_{xy} = \sum_{j=0}^{N-1} -g_j [(1 + \cos 2\phi_j) + K_r \sin 2\phi_j]$$

$$\alpha_{yx} = \sum_{j=0}^{N-1} g_j [(1 - \cos 2\phi_j) - K_r \sin 2\phi_j]$$

$$\alpha_{yy} = \sum_{j=0}^{N-1} g_j [\sin 2\phi_j - K_r (1 + \cos 2\phi_j)]$$

Minis³² y Hohn³³, tienen en cuenta que la posición angular de los parámetros cambia con el tiempo y la velocidad angular, por lo tanto expresan la Ec. 2.59 en el dominio del tiempo en forma de matriz como:

$$\{F(t)\} = \frac{1}{2} aK_t [A(t)] \{\Delta(t)\} \quad (2.60)$$

La fuerza dinámica de corte se convierte del dominio en el tiempo (Ec. 2.60) al dominio de la frecuencia tomando la transformada de Fourier de la Ec. 2.60:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{F(t)\} &= \frac{1}{2} aK_t \mathcal{F}\{[A(t)]\{\Delta(t)\}\} = \frac{1}{2} aK_t \mathcal{F}[A(t)] * \mathcal{F}\{\{\Delta(t)\}\} \\ \{F(\omega)\} &= \frac{1}{2} aK_t \{[A(\omega)] * \{\Delta(\omega)\}\} \end{aligned} \quad (2.61)$$

Donde * denota la integral de convolución. Los vectores de vibración en el momento actual (t) y del periodo del diente anterior ($t-T$) se definen como:

$$\{Q\} = \{x(t) \quad y(t)\}^T$$

$$\{Q_0\} = \{x(t-T) \quad y(t-T)\}^T$$

O en el dominio de la frecuencia:

$$\{Q(\omega)\} = [\Phi(i\omega)] \{F(\omega)\} \quad (2.62)$$

$$\{Q_0(\omega)\} = e^{-i\omega T} \{Q(i\omega)\}$$

La matriz de la función de la respuesta en frecuencia ($[\Phi(i\omega)]$) de la estructura en la zona de contacto herramienta-pieza es:

$$[\Phi(i\omega)] = \begin{bmatrix} \Phi_{xx}(i\omega) & \Phi_{xy}(i\omega) \\ \Phi_{yx}(i\omega) & \Phi_{yy}(i\omega) \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

Donde $\Phi_{xx}(i\omega)$ y $\Phi_{yy}(i\omega)$ son las funciones de transferencia directas en la dirección x y y , y $\Phi_{xy}(i\omega)$ y $\Phi_{yx}(i\omega)$ son las funciones de transferencias cruzadas.

32 HOHN, R.E.; SRIDHAR, R. y LONG, G.W. A stability algorithm for a special case of the milling process. En: ASME Journal of Engineering for Industry. 1968, vol. 90, p. 328.

33 MINIS, Ioannis, et al. Analysis of linear and nonlinear chatter in milling. En: CIRP Annals - Manufacturing Technology. 1990, vol. 39, p. 461.

Describiendo las vibraciones a la frecuencia de vibración ω en el dominio de la frecuencia, sustituyendo $\{\Delta\} = \{(x - x_0) (y - y_0)\}^T$, obtenemos:

$$\{\Delta(i\omega)\} = \{Q(i\omega) - \{Q_0(i\omega)\} = [1 - e^{-i\omega T}][\Phi(i\omega)]\{F(\omega)\} \quad (2.64)$$

Sustituyendo $\{\Delta(i\omega)\}$ dentro de la ecuación de la fuerza dinámica de fresado en el dominio de la frecuencia (Ec. 2.61):

$$\{F(\omega)\} = \frac{1}{2} aK_t \{ [A(\omega)] * [1 - e^{-i\omega T}][\Phi(i\omega)]\{F(\omega)\} \} \quad (2.65)$$

Como la herramienta rota, los factores direccionales varían con el tiempo, lo cual es la diferencia fundamental entre las operaciones de fresado y operaciones tales como el torneado, donde la dirección de la fuerza es constante. Sin embargo, como las fuerzas de fresado $[(t)]$, son periódicas a una frecuencia de paso del diente $\omega_T = N\Omega$ o un período del diente $T = 2\pi/\omega_T$, es decir, $[A(t)] = [A(t + T)]$; por lo tanto, se puede ampliar en la serie de Fourier de la siguiente manera:

$$\left. \begin{aligned} [A(\omega)] = \mathcal{F}[A(t)] &= \sum_{r=-\infty}^{+\infty} [A_r] \delta(\omega - r\omega_T) = \sum_{r=-\infty}^{+\infty} [A_r] e^{ir\omega_T t} \\ [A_r] &= \frac{1}{T} \int_0^T [A(t)] e^{-ir\omega_T t} dt \end{aligned} \right\} \quad (2.66)$$

Donde:

δ = La función delta de Dirac

La matriz direccional $[(t)]$ es periódica a una frecuencia de paso del diente ω_T o un ángulo de paso ϕ_p , y es igual a cero cuando el diente esta fuera de corte, es decir, $\phi_{st} \leq \phi \leq \phi_{ex} \rightarrow [A(t)] \neq 0$.

Los coeficientes de Fourier son evaluados para N número de dientes:

$$[A_r] = \frac{1}{T} \sum_{j=0}^{N-1} \int_0^T \begin{bmatrix} \alpha_{xx,j} & \alpha_{xy,j} \\ \alpha_{yx,j} & \alpha_{yy,j} \end{bmatrix} e^{-ir\omega_T t} dt \quad (2.67)$$

Introduciendo un cambio de variable, $\phi(t) = (t + jT) = \Omega \tau_j$, donde $\tau_j = t + jT$. La variable de la posición angular variable en el tiempo puede ser transformada en un dominio angular puro como $\omega_T t = N\Omega \cdot t = N \cdot \phi$, donde $\phi = \Omega t$ es la rotación angular del eje con respecto al diente

de referencia ($j = 0$).

$$\tau_j = t + jT, \quad d\tau_j = dt = \frac{d\phi}{t}$$

$$t = 0 \rightarrow \tau_{j0} = jT, \quad \phi_j(0) = j\Omega T = j\phi_P$$

$$t = T \rightarrow \tau_{j0} = T + jT, \quad \phi_j(T) = (j + 1)\Omega T = (j + 1)\phi_P$$

Sustituyendo $\omega_r t = N \cdot \phi$, la matriz direccional se vuelve:

$$\begin{aligned} [A_r] &= \frac{1}{\Omega T} \sum_{j=0}^{N-1} \int_{j\phi_P}^{(j+1)\phi_P} \begin{bmatrix} \alpha_{xx,j} & \alpha_{xy,j} \\ \alpha_{yx,j} & \alpha_{yy,j} \end{bmatrix} e^{-irN\phi} d\phi \\ &= \frac{1}{\phi_P} \left(\int_0^{\phi_P} \begin{bmatrix} \alpha_{xx,0} & \alpha_{xy,0} \\ \alpha_{yx,0} & \alpha_{yy,0} \end{bmatrix} e^{-irN\phi} d\phi + \int_{\phi_P}^{2\phi_P} \begin{bmatrix} \alpha_{xx,1} & \alpha_{xy,1} \\ \alpha_{yx,1} & \alpha_{yy,1} \end{bmatrix} e^{-irN\phi} d\phi + \dots \right) \\ &= \frac{N}{2\pi} \int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} \end{bmatrix} e^{-irN\phi} d\phi \end{aligned} \quad (2.68)$$

Sin embargo, las funciones periódicas son diferentes a cero solamente cuando el intervalo de inmersión (ϕ_{st}, ϕ_{ex}); entonces, los límites de integración se modifican:

$$[A_r] = \frac{N}{2\pi} \int_{\phi_{st}}^{\phi_{ex}} \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} \end{bmatrix} e^{-irN\phi} d\phi = \frac{N}{2\pi} \begin{bmatrix} \alpha_{xx}^{(r)} & \alpha_{xy}^{(r)} \\ \alpha_{yx}^{(r)} & \alpha_{yy}^{(r)} \end{bmatrix}$$

Altintas y Budak³⁴, propusieron la *solución de orden cero*, donde el número de armónicos es $r = 0$, la cual ha demostrado ser una solución práctica para las operaciones de fresado.

34 ALTINTAS, Yusuf. Machine tool vibrations. En: Manufacturing Automation. 2 ed. New York: Cambridge University Press, 2012, p. 154.

1.5.2 SOLUCIÓN DE ORDEN CERO DE LA ESTABILIDAD DEL RETEMBLADO EN EL FRESADO

Considerando $r = 0$, la componente promedio de la expansión de las series de Fourier, se expresa como:

$$[A_0] = \frac{N}{2\pi} \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

Donde las funciones integradas son igual a:

$$\alpha_{xx} = \frac{1}{2} [\cos 2\phi - 2K_r\phi + K_r \sin 2\phi]_{\phi_{st}}^{\phi_{ex}}$$

$$\alpha_{xy} = \frac{1}{2} [-\sin 2\phi - 2\phi + K_r \cos 2\phi]_{\phi_{st}}^{\phi_{ex}}$$

$$\alpha_{yx} = \frac{1}{2} [-\sin 2\phi + 2\phi + K_r \cos 2\phi]_{\phi_{st}}^{\phi_{ex}}$$

$$\alpha_{yy} = \frac{1}{2} [-\cos 2\phi - 2K_r\phi - K_r \sin 2\phi]_{\phi_{st}}^{\phi_{ex}}$$

Donde la dependencia al tiempo se desprecia, el sistema pierde su variación periódica, y entonces se vuelve un sistema invariable en el tiempo.

La ecuación 2.65 se reduce a:

$$\{F(\omega)\} = \frac{1}{2} aK_t \{ [A_0][1 - e^{-i\omega T}][\Phi(i\omega)]\{F(\omega)\} \} \quad (2.70)$$

Si el sistema es críticamente estable a una frecuencia de retemblado ω_c , las raíces de la ecuación característica se encuentran desde el determinante:

$$\det \left[[I] - \frac{1}{2} K_t a (1 - e^{-i\omega_c T}) [A_0] [\Phi(i\omega_c)] \right] = 0 \quad (2.71)$$

Si se consideran dos grados de libertad ortogonales en la dirección del avance (x) y la normal (y) (es decir, $x_y = y_x = 0.0$), la notación se simplifica aún más mediante la definición de la matriz de la FRF orientada ³⁵ como:

$$[\Phi_0(i\omega_c)] = \begin{bmatrix} \alpha_{xx}\Phi_{xx}(i\omega_c) & 0 \\ 0 & \alpha_{yy}\Phi_{yy}(i\omega_c) \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

Donde:

$$\Phi_{xx}(i\omega_c) = \frac{1}{\frac{k_x}{\omega_{nx}^2}\omega_c^2 + \frac{2\zeta_x k_x}{\omega_{nx}}i\omega_c + k_x} = \frac{1}{\frac{k_x}{\omega_{nx}^2}(\omega_c^2 + 2\zeta_x\omega_{nx}i\omega_c + \omega_{nx}^2)}$$

$$\Phi_{xx}(i\omega_c) = \frac{\omega_{nx}^2}{k_x(-\omega_c^2 + 2\zeta_x\omega_{nx}i\omega_c + \omega_{nx}^2)} * \frac{\frac{1}{\omega_{nx}^2}}{\frac{1}{\omega_{nx}^2}} = \frac{1}{k_x(-r_x^2 + 2\zeta_x r_x i + 1)}$$

$$\Phi_{xx}(i\omega_c) = \frac{1}{k_x} * \frac{1}{[(1 - r_x^2) + 2\zeta_x r_x i]} * \frac{[(1 - r_x^2) - 2\zeta_x r_x i]}{[(1 - r_x^2) - 2\zeta_x r_x i]}$$

$$\Phi_{xx}(i\omega_c) = \frac{1}{k_x} * \frac{(1 - r_x^2) - 2\zeta_x r_x i}{(1 - r_x^2)^2 + (2\zeta_x r_x)^2}$$

$$\Phi_{xx}(i\omega_c) = \frac{(1 - r_x^2)}{k_x[(1 - r_x^2)^2 + (2\zeta_x r_x)^2]} + \frac{-2\zeta_x r_x}{k_x[(1 - r_x^2)^2 + (2\zeta_x r_x)^2]} i \quad (2.73)$$

$$\begin{aligned}
 \Phi_{yy}(i\omega_c) &= \frac{1}{\frac{k_y}{\omega_{ny}^2} \omega_c^2 + \frac{2\zeta_y k_y}{\omega_{ny}} i\omega_c + k_y} = \frac{1}{\frac{k_y}{\omega_{ny}^2} (\omega_c^2 + 2\zeta_y \omega_{ny} i\omega_c + \omega_{ny}^2)} \\
 \Phi_{yy}(i\omega_c) &= \frac{\omega_{ny}^2}{k_y (-\omega_c^2 + 2\zeta_y \omega_{ny} i\omega_c + \omega_{ny}^2)} * \frac{\frac{1}{\omega_{ny}^2}}{\frac{1}{\omega_{ny}^2}} = \frac{1}{k_y (-r_y^2 + 2\zeta_y r_y i + 1)} \\
 \Phi_{yy}(i\omega_c) &= \frac{1}{k_y} * \frac{1}{[(1 - r_y^2) + 2\zeta_y r_y i]} * \frac{[(1 - r_y^2) - 2\zeta_y r_y i]}{[(1 - r_y^2) - 2\zeta_y r_y i]} \\
 \Phi_{yy}(i\omega_c) &= \frac{1}{k_y} * \frac{(1 - r_y^2) - 2\zeta_y r_y i}{(1 - r_y^2)^2 + (2\zeta_y r_y)^2} \\
 \Phi_{yy}(i\omega_c) &= \frac{(1 - r_y^2)}{k_y [(1 - r_y^2)^2 + (2\zeta_y r_y)^2]} + \frac{-2\zeta_y r_y}{k_y [(1 - r_y^2)^2 + (2\zeta_y r_y)^2]} i \quad (2.74)
 \end{aligned}$$

El producto $[A_0][\Phi(i\omega_c)]$ es igual a:

$$[A_0][\Phi(i\omega_c)] = \frac{N}{2\pi} \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{xx}(i\omega_c) & 0 \\ 0 & \Phi_{yy}(i\omega_c) \end{bmatrix}$$

$$[A_0][\Phi(i\omega_c)] = \frac{N}{2\pi} \begin{bmatrix} \alpha_{xx}\Phi_{xx}(i\omega_c) & \alpha_{xy}\Phi_{yy}(i\omega_c) \\ \alpha_{yx}\Phi_{xx}(i\omega_c) & \alpha_{yy}\Phi_{yy}(i\omega_c) \end{bmatrix}$$

Sustituyendo lo anterior en la Ec. 2.71, se obtiene que:

$$\det \left[[I] - \frac{1}{2} K_t a (1 - e^{-i\omega_c T}) \frac{N}{2\pi} \begin{bmatrix} \alpha_{xx}\Phi_{xx}(i\omega_c) & \alpha_{xy}\Phi_{yy}(i\omega_c) \\ \alpha_{yx}\Phi_{xx}(i\omega_c) & \alpha_{yy}\Phi_{yy}(i\omega_c) \end{bmatrix} \right] = 0$$

$$\det \left[[I] + \frac{-N}{4\pi} K_t a (1 - e^{-i\omega_c T}) \begin{bmatrix} \alpha_{xx}\Phi_{xx}(i\omega_c) & \alpha_{xy}\Phi_{yy}(i\omega_c) \\ \alpha_{yx}\Phi_{xx}(i\omega_c) & \alpha_{yy}\Phi_{yy}(i\omega_c) \end{bmatrix} \right] = 0$$

Y los eigenvalores de la ecuación característica como:

$$\Lambda = -\frac{N}{4\pi} aK_t (1 - e^{-i\omega_c T}) \quad (2.75)$$

La ecuación característica resultante se vuelve:

$$\det \left[[I] + \Lambda \begin{bmatrix} \alpha_{xx} \Phi_{xx}(i\omega_c) & \alpha_{xy} \Phi_{yy}(i\omega_c) \\ \alpha_{yx} \Phi_{xx}(i\omega_c) & \alpha_{yy} \Phi_{yy}(i\omega_c) \end{bmatrix} \right] = 0 \quad (2.76)$$

Desarrollando el determinante, ejecutando la suma entre las matrices se tienen:

$$\begin{aligned} & \det \left[\begin{bmatrix} 1 + \Lambda \alpha_{xx} \Phi_{xx}(i\omega_c) & \alpha_{xy} \Phi_{yy}(i\omega_c) \\ \alpha_{yx} \Phi_{xx}(i\omega_c) & 1 + \Lambda \alpha_{yy} \Phi_{yy}(i\omega_c) \end{bmatrix} \right] \\ & = \left(1 + \Lambda \alpha_{xx} \Phi_{xx}(i\omega_c) \right) \left(1 + \Lambda \alpha_{yy} \Phi_{yy}(i\omega_c) \right) - \Lambda^2 [\alpha_{xy} \Phi_{yy}(i\omega_c)] [\alpha_{yx} \Phi_{xx}(i\omega_c)] = 0 \end{aligned}$$

Entonces la ecuación característica se convierte en una función cuadrática:

$$a_0 \Lambda^2 + a_1 \Lambda + 1 = 0 \quad (2.77)$$

Donde:

$$a_0 = \Phi_{xx}(i\omega_c) \Phi_{yy}(i\omega_c) (\alpha_{xx} \alpha_{yy} - \alpha_{xy} \alpha_{yx})$$

$$a_1 = \alpha_{xx} \Phi_{xx}(i\omega_c) + \alpha_{yy} \Phi_{yy}(i\omega_c)$$

Entonces, los eigenvalores Λ se obtiene como:

$$\Lambda = -\frac{1}{2a_0} \left(a_1 \pm \sqrt{a_1^2 + 4a_0} \right)$$

Debido a que las funciones de respuesta de frecuencia son complejas, el eigenvalor tienen una parte real y una imaginaria, $\Lambda = \Lambda_R + j \Lambda_I$. Sustituyendo el eigenvalor y empleando la identidad compleja de Euler $(1 - e^{-i\omega_c T}) = 1 - \cos(\omega_c T) + j \sin(\omega_c T)$ en la Ec. 2.75, se obtiene la profundidad crítica de corte axial a la frecuencia de retemblado i :

$$a_{lim} = \frac{2\pi}{NK_t} \left[\frac{\Lambda_R [1 - \cos(\omega_c T)] + \Lambda_I \sin(\omega_c T)}{1 - \cos(\omega_c T)} + j \frac{\Lambda_I [1 - \cos(\omega_c T)] + \Lambda_R \sin(\omega_c T)}{1 - \cos(\omega_c T)} \right] \quad (2.78)$$

Debido a que a_{lim} es un número real, la parte imaginaria de la Ec. 2.78 debe desaparecer:

$$\Lambda_I[1 - \cos(\omega_c T)] + \Lambda_R \sin(\omega_c T) = 0$$

Por sustitución:

$$k = \frac{\Lambda_I}{\Lambda_R} = \frac{\sin(\omega_c T)}{1 - \cos(\omega_c T)} \quad (2.79)$$

Teniendo en cuenta lo anterior, la expresión final para la profundidad crítica de corte axial sin retemblado queda como:

$$a_{lim} = -\frac{2\pi\Lambda_R}{NK_t}(1 + k^2) \quad (2.80)$$

De la Ec. 2.79 puede obtenerse la relación frecuencia de retemblado (ω) y la velocidad de rotación del husillo (N_u).

$$\epsilon = \pi - 2\psi ; \quad \psi = \tan^{-1} k$$

$$\omega_c T = \epsilon + 2l\pi ; \quad l = 0, 1, 2, \dots$$

$$N_u = \frac{60}{NT} \quad (2.81)$$

2. DESARROLLO DEL PROYECTO

2.1 METODOLOGÍA PARA EL DESARROLLO DE UN ALGORITMO COMPUTACIONAL BASADO EN EL MODELO DE ALTINTAS Y BUDAK PARA GENERACIÓN DE DIAGRAMAS DE LÓBULOS DE ESTABILIDAD PARA EL PROCESO DE TORNEADO

Para la generación de lóbulos de estabilidad para operaciones de torneado, se requiere conocer una serie de parámetros que están relacionados con algunas propiedades físicas inherentes al material de la pieza que se va a mecanizar y a la naturaleza de la herramienta de corte, es decir, los parámetros de entrada del programa y son los que rigen el comportamiento del sistema. Lo que entregará como salida el programa, serán velocidades de rotación del husillo del torno, y los espesores de viruta críticos para dichas velocidades, de esa manera, se pueden construir los diagramas de lóbulos de estabilidad.

Procedimiento

1) Ingreso de los parámetros de entrada

Los parámetros de entrada que requiere el programa para la generación de los diagramas de lóbulos de estabilidad en el proceso de torneado, se muestran en la Figura 3.1, y son digitados manualmente por el usuario directamente en la interfaz del programa.

Figura 3.1. Parámetros de entrada para la generación de lóbulos de estabilidad en un proceso de torneado.

```

5      %inicio
6      |
7 -    wn=600;%....frecuencia natura del sistema en Hrz
8 -    z=0.5;%....razon de amortiguamiento del sistema []
9 -    k_e=12;%....constante de rigidez de sistema [kN/mm]
10 -   K_c=0.6;%...Fuerza especifica de corte [kN/mm^2]
11 -   lo=7;%.....numero de lobulos

```

Fuente: Propiedad de los autores

2) Determinación del rango del coeficiente de frecuencias r
 Se determina el r que representa el cociente entre la frecuencia de retemblado ω_c y la frecuencia natural del sistema ω_n .

$$r = \frac{\omega_c}{\omega_n}$$

Este término tiene gran relevancia debido a que las ecuaciones para obtener el espesor de viruta límite para cada velocidad de rotación de husillo (Ec. 2.52), están en términos de r . Debido a lo anterior, es necesario establecer un rango de valores de r que permitan generar los lóbulos para valores de interés. Estos valores se encuentran por encima y por debajo de $(1 + \zeta)$.

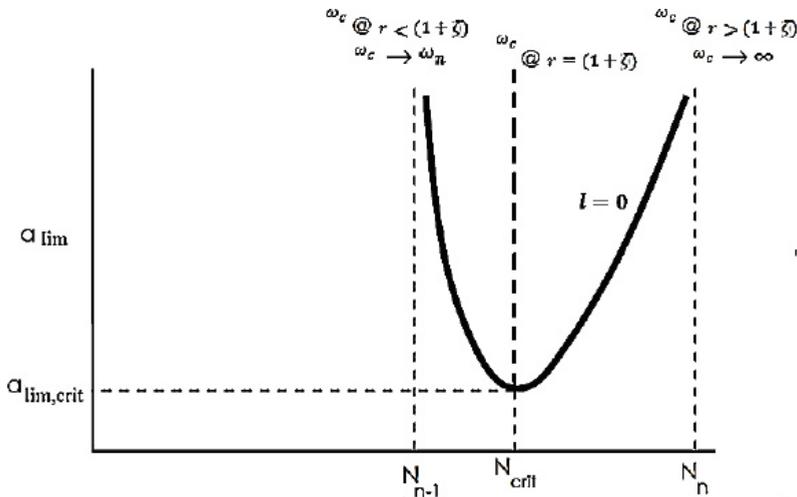
Se sabe que la frecuencia de retemblado para el espesor de viruta límite crítico a_{limrit} y la velocidad de husillo crítica o velocidad de trabajo N_{crit} , está descrita por la siguiente ecuación³⁶:

$$\omega_c = \omega_n(1 + \zeta) \quad (3.1)$$

Nota: Debido a que en la ecuación anterior se puede deducir que r también puede escribirse como $r = (1 + \zeta)$, para N_{crit} y a_{limrit} .

Este valor $r = (1 + \zeta)$ se emplea como pivote para generar el rango de valores de r para la generación de los lóbulos de estabilidad.

Figura 3.2. Análisis del coeficiente de las frecuencias (r) para la generación de los lóbulos de estabilidad



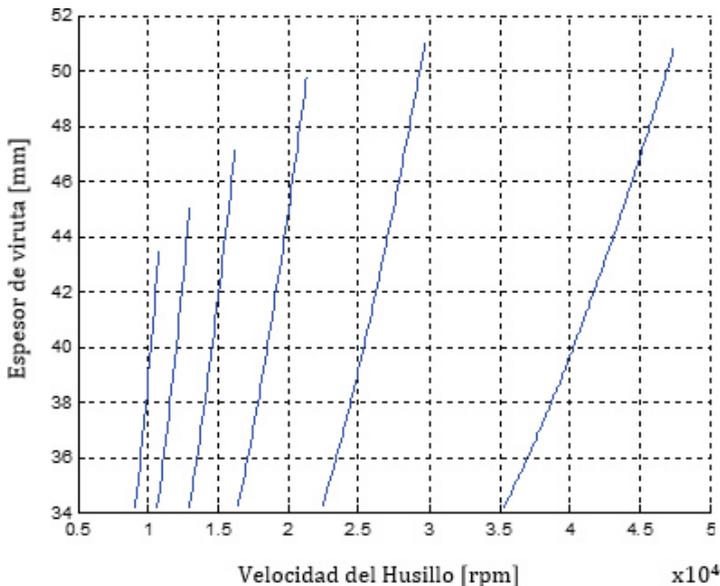
Fuente: Propiedad de los autores

Es decir, que cuando $r < (1 + \zeta)$, sabe que $(1 + \zeta)$ no puede ser menor que 1, ω_c o la frecuencia de retemblado tiende a ser igual a la frecuencia natural, lo que quiere decir que el límite inferior del rango de r debe ser mayor que 1 y menor que $(1 + \zeta)$ (ver Figurar 3.1). Y cuando $r > (1 + \zeta)$ puede ser cualquier valor, lo que hace que la frecuencia de retemblado tienda a infinito (Ver Figura 3.2).

Si el rango de r no es el adecuado, los lóbulos no se intersectan (ver Figura 3.3^a), o se muestran regiones de las gráficas que no son de interés para el estudio de retemblado (ver figura 3.3b).

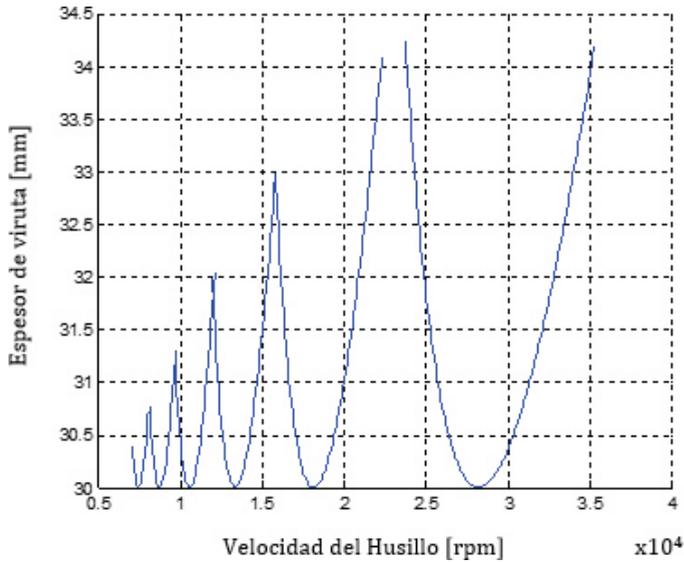
Las gráficas de la Figura 3.3 se obtuvieron con los siguientes valores: $\omega_n = 600$ Hz, $\zeta = 0,5$, $k_e = 12$ KN/mm y $k_c = 0,6$ KN/mm². Y en ellas se muestra lo que ocurre cuando el rango de ?? no es el adecuado.

Figura 3.3. Diagramas de lóbulos de estabilidad para distintos rangos de valores del coeficiente de frecuencias (r)



a) $1,7 \leq r \leq 2$

Figura 3.3. (Continuación)



b) $1 \leq r \leq 17$

Fuente: Propiedad de los autores

De forma empírica se comprobó que los límites para r pueden definirse como se muestra en la Tabla 3.1, debido a que se necesita un valor para el límite superior de r .

Tabla 3.1. Descripción de los límites de r para valores de ζ

Constante de amortiguamiento (ζ)	Límite inferior de r	Límite superior de r
$\zeta > 06$	1	$(1 + \zeta) + \zeta$
$\zeta \leq 06$	1	$(1 + \zeta) + 06$

Fuente: Propiedad de los autores

En la Figura 3.4 se muestra parte del código que determina los rangos de las fórmulas empíricas descritas en la Tabla 3.1.

Figura 3.4. Código para la selección de rangos de r

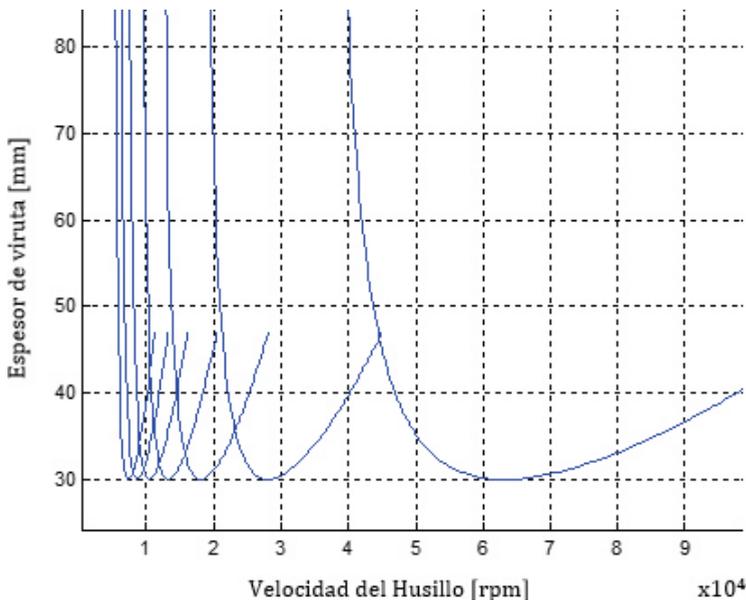
```

16 %algoritmo para seleccion de rangos de r
17 coef=1+z;
18 if z>0.6
19 lim1=(1+z)-z;
20 lim2=(1+z)+z;
21 else
22 lim1=(1+z)-z;
23 lim2=(1+z)+0.6;
24 if lim1<1
25 lim1=1;
26 else
27 lim1=lim1;
28 end
29 end

```

Cuando el rango de r está definido por las consideraciones mostradas en la tabla anterior, se obtiene la Figura 3.5, donde el rango de r es $1 \leq r \leq 21$, el cual se calculó usando las ecuaciones de la Tabla 3.1.

Figura 3.5. Diagrama de lóbulos de estabilidad para un rango de valores de ?? usando las ecuaciones de la tabla 3.1



Fuente: Propiedad de los autores

3) Cálculo de coeficientes real (Λ_R) e imaginario (Λ_I) del espesor de viruta

Se calcula Λ_R y Λ_I a partir de la Ec. 2.50 y la Ec. 2.51. El código con que el programa ejecuta este cálculo se muestra en la Figura 3.6.

Figura 3.6. Código para el cálculo de Λ_R , Λ_I y a_{lim}

```

31  %% determinacion de espesor de viruta critico
32  %r=w_c./ (w);%razon de frecuencia de retemblado entre frecuencia natural.
33 - r=linspace(lim1,lim2,2000);
34
35 - w_c=r*w_n;
36 - %Ar=k_e*((r.^2)-1);%.....parte real.
37 - %AI=-k_e*z*2*r;%.....parte imganinaria.
38 - k=abs(AI./Ar);%.....razon de parte real y parte imaginaria.
39 - a_lims=(Ar./(2*K c)).*(1+(k.^2));%calculo de espesor critico de viruta.

```

Fuente: Propiedad de los autores

4) Determinación de espesor de viruta límite

Se calcula el espesor de viruta critico (a_{lim}) a partir de la Ec. 2.52, para los distintos valores de ω_c . De esta manera, obtenemos un vector con n componentes.

$$\overrightarrow{a_{lim}} = [a_{lim_1} \ a_{lim_2} \ \dots \ \dots \ a_{lim_n}]; \ n = 1,2,3 \dots \quad (3.2)$$

Dicho vector posee el mismo número de componentes de r , debido a que en la ecuación mostrada en la línea 39 de la Figura 3.6, los vectores Λ_R y k , están en función de r , el cual, para este código, posee 2000 elementos (ver línea 33 de la Figura 3.6). El cálculo del espesor de viruta crítico se observa en la línea 39 de la Figura 3.6.

5) Determinación de la velocidad de rotación del husillo

Se calcula la velocidad de rotación del husillo (N_u) a partir de la Ec. 2.53 para los distintos valores de ω_c , para un lóbulo l , siguiendo las condiciones descritas en el fundamento teórico de este documento (página 52), para el cálculo del ángulo de fase, obteniendo, de esta manera, un vector con ?? componentes con las mismas dimensiones del vector $\overrightarrow{a_{lim}}$ como se muestra a continuación:

$$N_u = [N_{u_1} \ N_{u_2} \ \dots \ \dots \ N_{u_n}]; \ n = 1,2,3, \dots \quad (3.3)$$

En la Figura 3.7, en las líneas 49 a la 60, se muestra el algoritmo para la definición del ángulo de fase, se observa cómo se emplea el ciclo `if` para los posibles valores del ángulo de fase, además se emplean

las funciones `find` e `isempty` para encontrar los valores del ángulo de fase para cada componente de los vectores Λ_R y Λ_I (líneas 45-48 en la Figura 3.7). En la Figura 3.7 se puede observar, además, cómo se emplea el ciclo `For` para generar el vector velocidad de rotación del husillo (N_v) (líneas 42 a la 59 de la Figura 3.7), para los distintos valores de l , adoptando las condiciones del ángulo de fase. El código inicia con una matriz vacía (línea 42 de la Figura 3.7). Dicha matriz se llena con los valores obtenidos del ciclo `for` (línea 59 de la Figura 3.7), para los valores de l .

Figura 3.7. Código para el cálculo de la velocidad de rotación del husillo y de la matriz de lóbulos de estabilidad.

```

41     %% Determinacion de velocidad de rotacion de usillo.
42     N_v=[];
43     for l=0:1:n
44         %condicion de angulo de fase Psi
45         re_pos=isempty(find(Ar>0,1));
46         re_ne=isempty(find(Ar<0,1));
47         im_pos=isempty(find(AI>0,1));
48         im_ne=isempty(find(AI<0,1));
49         if (re_pos==0 && im_pos==0)
50             psy=-(2*pi)+atan(k);
51         elseif (re_ne==0 && im_pos==0)
52             psy=-pi-atan(k);
53         elseif (re_ne==0 && im_ne==0)
54             psy=-pi+atan(k);
55         else (re_pos==0 && im_ne==0);
56             psy=-atan(k);
57         end
58         N=(60*w_c)./(pi-(2*psy)+(2*l*pi));
59         N_v=[N_v ; N];
60     end
61     %matriz de lobulos de estabilidad
62     N_u=N_v';
63     a_lim=alims';
64     m = [N_u a_lim];

```

Fuente: Propiedad de los autores

6) Determinación de la matriz de velocidades de rotación del husillo

Se generan distintos vectores \vec{N}_u con n componentes para cada lóbulo l , donde $l = 0,1,2, \dots$. Se transforman los vectores filas \vec{N}_u en vectores columnas, y se posicionan en una matriz de dimensiones $(j * n)$, donde j es el número de componentes del vector columna \vec{N}_u y n (donde $n = l + 1$), es el número de lóbulos (líneas 59

y 62 de la Figura 3.7). De acuerdo con lo anterior se tienen la matriz N_u . En las líneas de código antes mencionadas se puede observar cómo se emplea la función traspuesta de una matriz (') para genera el vector columna N_u . (Ver línea 62 de la Figura 3.7).

$$N_u = \begin{pmatrix} N_{u_{10}} & N_{u_{11}} & \dots & N_{u_{1l}} \\ N_{u_{20}} & N_{u_{21}} & \dots & N_{u_{2l}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ N_{u_{n0}} & N_{u_{n1}} & \dots & N_{u_{nl}} \end{pmatrix}$$

7) Generación de la matriz de datos de lóbulos de estabilidad

Para la obtención de la matriz de datos de los lóbulos de estabilidad para el proceso de torneado, se agrupan la matriz N_u con el vector \vec{a}_{lim} convertido en vector columna (línea 63 de la Figura 3.7). Y de esa manera se pueden graficar los lóbulos de estabilidad en dos dimensiones (línea 64 de la Figura 3.7).

$$m = \begin{pmatrix} N_{u_{10}} & N_{u_{11}} & \dots & N_{u_{1l}} \\ N_{u_{20}} & N_{u_{21}} & \dots & N_{u_{2l}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ N_{u_{n0}} & N_{u_{n1}} & \dots & N_{u_{nl}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{lim_1} \\ a_{lim_2} \\ \vdots \\ a_{lim_n} \end{pmatrix}$$

8) Depuración de datos no relevantes

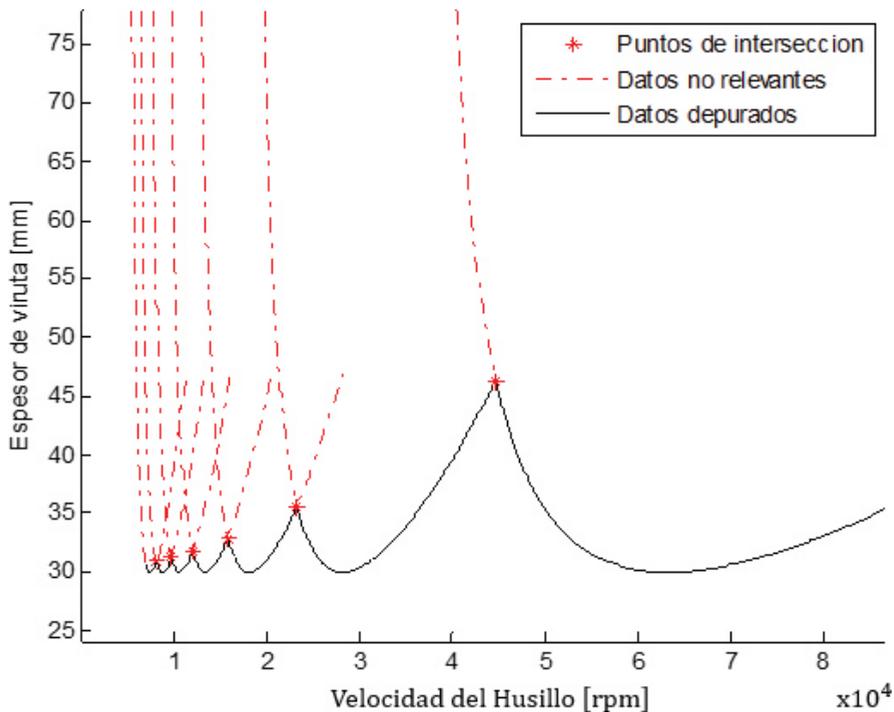
La matriz denominada matriz de datos de lóbulos de estabilidad, es un arreglo de vectores que tiene con objetivo facilitar el filtro de los datos no relevantes o, como es llamado por otros autores, depuración de datos. La depuración no es más que la remoción de datos después de las intersecciones de los lóbulos. Dichos datos carecen de relevancia en el diagrama debido a que ellos se encontrarían fuera de la zona estable. La depuración es realizada a través de un algoritmo que emplea un análisis numérico, para encontrar la distancia mínima entre dos lóbulos; lo cual da, con mucha exactitud, el punto de intersección. La metodología para la elaboración de este algoritmo es propia de los autores y será descrita más adelante, debido que se aplica también para el proceso de fresado. (Ver Figura 3.8).

9) Generación de la gráfica de los lóbulos de estabilidad depurados

La generación de los lóbulos se ejecuta graficando los valores de la matriz de datos de lóbulos de estabilidad después de ser depurados, es decir, se toma la matriz de datos, se remueven los datos no relevantes y se grafican los datos de la matriz (líneas 118, 119 y 121 de la Figura 3.9). Las gráficas se ejecutan de forma secuencial para cada lóbulo empleando un ciclo for y la función plot.

Se inicia graficando la columna de datos de espesor de viruta en la abscisa, y la primera columna de izquierda a derecha de la matriz de lóbulos de estabilidad en la ordenada. Es decir (u_{10}, a_{lim_1}) ; $(N_{u_{20}}, a_{lim_2})$; $(N_{u_{m0}}, a_{lim_n})$, estos datos construyen el lóbulo L_0 (ver Figura 3.10). De la misma manera, se construyen los l lóbulos, dicha cantidad l es definida por el usuario.

Figura 3.8. Gráfica donde se muestra los datos no relevantes, los datos depurados y los puntos de intersección entre lóbulos.



Fuente: Propiedad de los autores

Figura 3.9. Código para la generación de la gráfica de los lóbulos de estabilidad depurados.

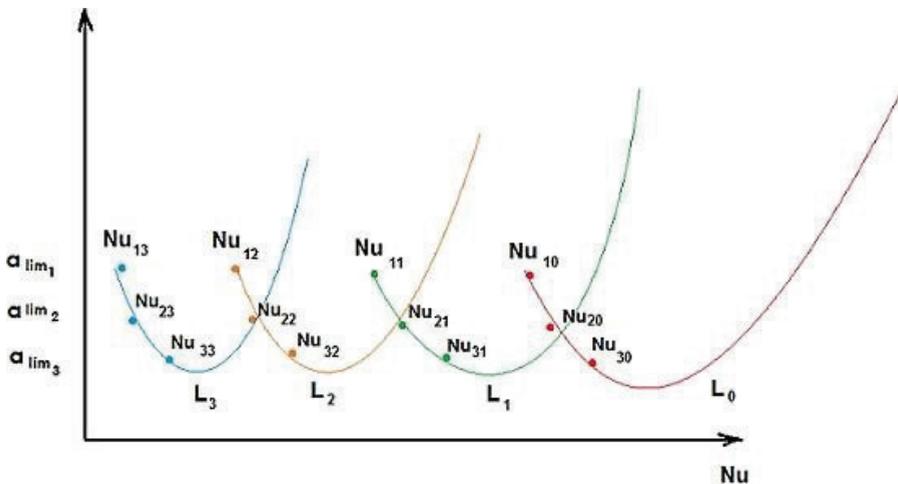
```

107     %% grafica
108 -   figure
109 -   hold on
110 -   for i=1:1:n+1
111 -       N=m(:,i);
112 -       pol=polyval(coe,N);
113 -       pos1=find(m(:,n+2)<pol);
114 -       %plot(NI(:,1),AI,'r*','MarkerSize',7)
115 -       %plot(N,pol,'r')
116 -       x=m(:,i);
117 -       y=m(:,n+2);
118 -       x_dep=x(pos1);
119 -       y_dep=y(pos1);
120 -       %plot(x,y,'b')%sin filtro de datos no relevantes
121 -       plot(x_dep,y_dep,'b')%grafica de datos depurados
122 -   end
123 -   xlabel('Velocidad del husillo [rpm]')
124 -   ylabel('Espesor de viruta [mm]')
125 -   grid on
126 -   hold off

```

Fuente: Propiedad de los autores

Figura 3.10. Esquema de la construcción de diagramas de lóbulos de estabilidad para el proceso de torneado.

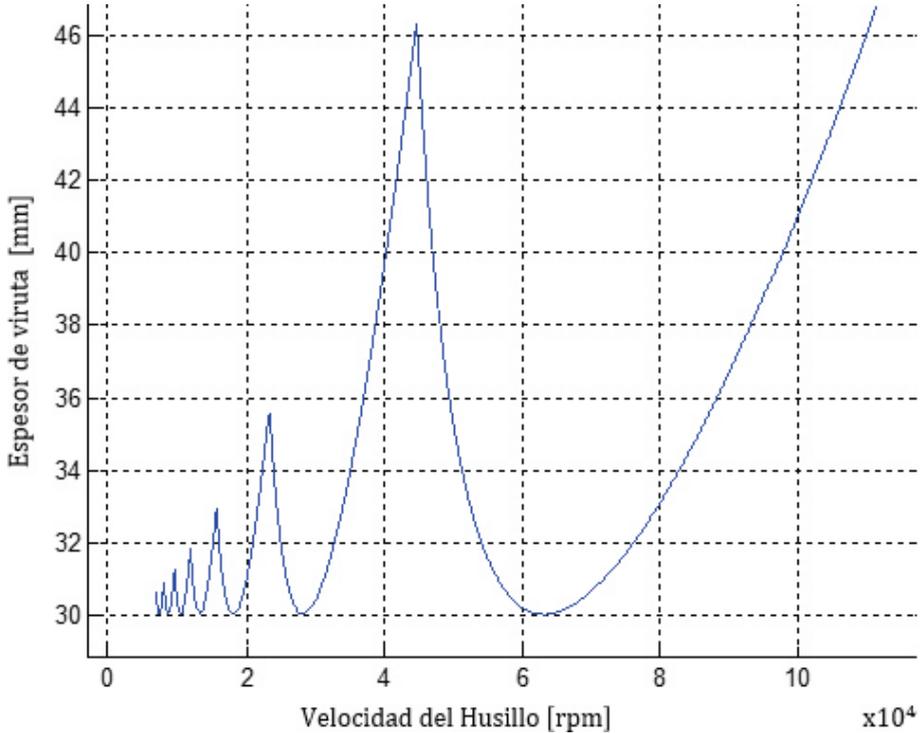


Fuente: Propiedad de los autores

En la Figura 3.11 se muestra un diagrama de lóbulos de estabilidad generado con el código desarrollado por los autores, usando los siguientes valores para los parámetros de entrada:

$$\omega_n = 600 \text{ Hz}, \zeta = 0.5, k_e = 12 \text{ kN/mm}, k_c = 0.6 \text{ kN/mm}^2 \text{ y } l = 7.$$

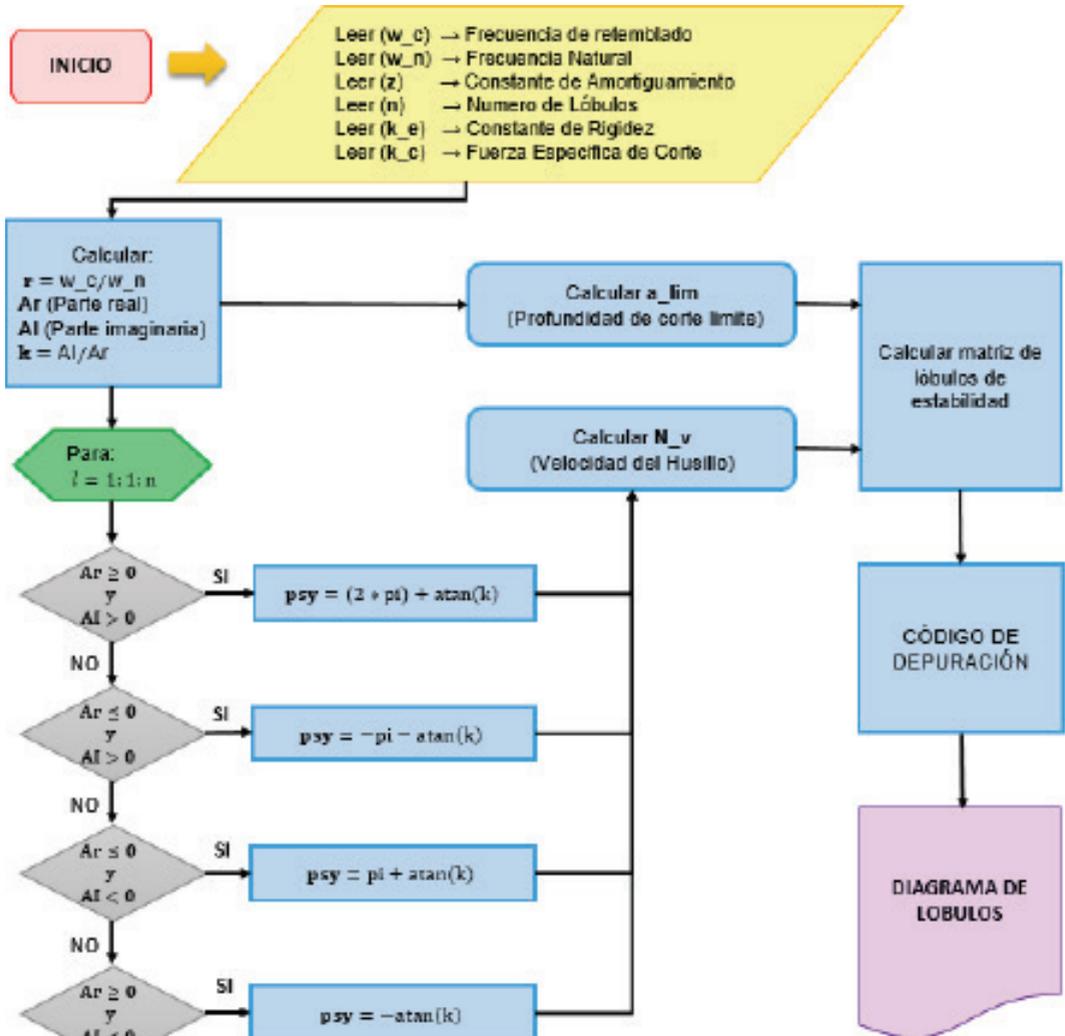
Figura 3.11. Diagrama de lóbulos de estabilidad depurado para un proceso de torneado.



Fuente: Propiedad de los autores

En la Figura 3.12 se muestra el diagrama de flujo para la generación de los diagramas de lóbulos de estabilidad usado para la construcción del algoritmo base para el proceso de torneado.

Figura 3.12. Diagrama de flujo para la generación de los diagramas de lóbulos de estabilidad para las operaciones de torneado.



Fuente: Propiedad de los autores

2.2 METODOLOGÍA PARA EL DESARROLLO DE UN ALGORITMO COMPUTACIONAL BASADO EN EL MODELO DE ALTINTAS Y BUDAK PARA GENERACIÓN DE DIAGRAMAS DE LÓBULOS DE ESTABILIDAD PARA EL PROCESO DE FRESADO

El algoritmo para la generación de los lóbulos de estabilidad para el proceso de torneado, consta de gran simplicidad con respecto al empleado en el proceso de fresado, aunque poseen algunas similitudes. Dicho algoritmo se encuentra dividido en secciones para facilitar su comprensión. El procedimiento usado para desarrollar sección a sección el algoritmo, es descrito de manera detallada a continuación:

Procedimiento

1) Ingreso de parámetros de entrada:

Los parámetros de entrada que requiere el programa para la generación de los diagramas de lóbulos de estabilidad en el proceso de fresado, se muestran en la Figura 3.13. Allí se observa que la cantidad de parámetros de entrada es mayor que en torneado, debido a que se modela como un proceso de corte ortogonal bidimensional, en el cual se necesita conocer de antemano constantes y propiedades del material y la herramienta que intervienen en el proceso de mecanizado.

Figura 3.13. Parámetros de entrada para la generación de lóbulos de estabilidad en un proceso de fresado.

```
6      %% Parametros de entrada
7 -    nt=3; %.....numero de dientes de la herramienta
8 -    phid_in=180; %.....angulo de entrada de la herramienta[deg]
9 -    phid_out=126.9; %.....angulo de salida de la herramienta[deg]
10 -   Kn=0.268; %...coeficiente de fuerza especifica de corte radial[]
11 -   Kt=2.173; %....Fuerza especifica de corte tangencial[kN/mm^2]
12 -   lo=6; %.....numero de lobulos
13 -   wnx=900; %.....frecuencia natural del sistema en x [Hrz]
14 -   zx=0.02; %.....razon de amortiguamiento del sistema en x
15 -   k_ex=9; %.....constante de rigidez de sistema en x [kN/mm]
16 -   wny=950; %.....frecuencia natural del sistema en y [Hrz]
17 -   zy=0.01; %.....razon de amortiguamiento del sistema en y
18 -   k_ey=10; %.....constante de rigidez de sistema en y [kN/mm]
```

Fuente: Propiedad de los autores

2) Cálculo de factores direccionales

Estos factores direccionales son los valores de los elementos de la matriz de la solución de orden cero, propuestos por Altintas y Budak, mostrados en la ecuación 2.69, los cuales son calculados empleando una ecuación simbólica en Matlab, como se muestra de la línea 30 a la 34, de la Figura 3.14.

Figura 3.14. Código de cálculo de factores direccionales

```

28 %% calculo de factores direccionales promedios dinamicos
29 % ecuaciones de factores direccionales simbolicas
30 - syms phi
31 - axx_sym=0.5*((cos(2*phi)-(2*phi*Kn)+(Kn*sin(2*phi)));
32 - axy_sym=0.5*((-sin(2*phi)-(2*phi)+(Kn*cos(2*phi)));
33 - ayx_sym=0.5*((-sin(2*phi)+(2*phi)+(Kn*cos(2*phi)));
34 - ayy_sym=0.5*((-cos(2*phi)-(2*Kn*phi)-(Kn*sin(2*phi)));
35
36 % ecuaciones de factores direccionales simbolicas evaluadas entre angulos
37 % exterior e interior
38
39 - axx=(subs(axx_sym,phi,phi_in))- (subs(axx_sym,phi,phi_out));
40 - axy=(subs(axy_sym,phi,phi_in))- (subs(axy_sym,phi,phi_out));
41 - ayx=(subs(ayx_sym,phi,phi_in))- (subs(ayx_sym,phi,phi_out));
42 - ayy=(subs(ayy_sym,phi,phi_in))- (subs(ayy_sym,phi,phi_out));

```

Fuente: Propiedad de los autores

En el código mostrado anteriormente, se define la variable simbólica phi empleando la función syms. Dicha variable es evaluada (ver líneas de 39 a 42 de la Figura 3.15), para los valores del ángulo de entrada de la herramienta (phi_in y phi_out). Esta evaluación presenta los límites de la integral de la trasformada de Fourier, que dan como resultado un escalar.

Figura 3.15. Valores de los coeficientes direccionales obtenidos con los valores ingresados en la Figura 3.13.

axx =	axy =
0.519800591707516	-1.235531867438204
ayx =	ayy =
0.618007798179774	-1.016549222093134

Fuente: Propiedad de los autores

3) Determinación de rangos de r

Los rangos de r son importantes en la generación de los diagramas de estabilidad, como se pudo observar en el proceso de torneado, y en el de fresado no son la excepción. El criterio para establecer estos rangos es empírico, y son definidos por los autores de manera similar a lo que se realizó en el numeral 2 de la sección 3.1 para el proceso de torneado. Los límites de r en el caso del proceso de fresado no son dependientes de ningún parámetro adicional, simplemente se usan las frecuencias naturales en la dirección x y y , como los valores de referencia para definir los límites. En la Figura 3.16 se puede observar que se ha definido el límite inferior de r como 0.9 y el límite superior como 1.3 (líneas 46-50). Cabe recordar que r se define como:

$$r = \frac{\omega_c}{\omega_n}$$

Es decir, el cociente entre la frecuencia crítica y la frecuencia natural, lo que indica que cuando el límite inferior de r es 0.9, el límite inferior de la frecuencia crítica es el 90% del mínimo valor de las frecuencia críticas del sistema en x y y . Y cuando r es 1.3, es 30% más que la frecuencia natural máxima. Lo anterior se expresa en el condicional `if` en la Figura 3.16.

En la línea 53 del código (ver Figura 3.16), se puede observar cómo se genera un vector fila de 5000 elementos, que permite generar los vectores columna r_x y r_y en las líneas 54 y 55. Estos permiten determinar los valores para las funciones de transferencia del sistema en la componente x y y .

Figura 3.16. Código para determinar los rangos de r en el proceso de fresado.

```

44      %% codigo para definir el intervalo de valores de r
45 -   if wn_x >= wn_y
46 -       wmin=0.9*wn_y;
47 -       wmax=1.3*wn_x;
48 -   else
49 -       wmin=0.9*wn_x;
50 -       wmax=1.3*wn_y;
51 -   end
52      % intervalo de r y determinacion de wcx y wcy
53 -   w_c=linspace(wmin,wmax,5000);
54 -   rx=w_c'/wn_x;
55 -   ry=w_c'/wn_y;
56 -   w_cx=rx*wn_x;
57 -   w_cy=ry*wn_y;

```

4) Cálculo de autovalores o eigenvalores del polinomio característico

Debido a que el espesor límite de viruta está en función de la parte real de los autovalores del polinomio característico (ecuación 2.77), se hace necesario calcular dichos autovalores, para ello se requiere determinar los valores que toman las funciones de transferencia para los distintos valores de r , usando la Ec. 2.73 y 2.74, como se muestra en las líneas 65 y 66 de la Figura 3.17, es decir G_{xx} y G_{yy} . Los autovalores son calculados empleando la solución de una ecuación cuadrática, debido a que el polinomio característico es de grado 2, por lo tanto, este posee dos soluciones, las cuales son raíces complejas calculadas en la líneas 73 y 74 del código mencionado. Las variables `autovalor1` y `autovalor2` son vectores cuya dimensión es igual a r , y se agrupan en una matriz llamada `root` mostrada en el la línea 75. Los términos descritos son calculados previamente, para hacer posible determinar el espesor límite de viruta.

Figura 3.17. Código para la determinación de los autovalores y los espesores límite de viruta.

```

63 %% codigo para el calculo de la función de trasferencia y los coeficientes del
64 % polinomio característico.
65 - Gxx=((1-rx.^2)+(-2*zx*rx*1i))./(k_ex*(((1-rx.^2).^2)+((2*zx*rx).^2)));
66 - Gyy=((1-ry.^2)+(-2*zy*ry*1i))./(k_ey*(((1-ry.^2).^2)+((2*zy*ry).^2)));
67 % Primer coeficiente del polinomio característico
68 - a0= (Gxx.*Gyy)*(axx*ayy-axy*ayx);
69 % Segundo coeficiente del polinomio característico
70 - a1=axx*Gxx+ayy*Gyy;
71
72 %% Calculo de los auto valores de polinomio característico.
73 - autovalor1=-(a1-sqrt((a1.^2)-4*a0))./(2*a0);
74 - autovalor2=-(a1+sqrt((a1.^2)-4*a0))./(2*a0);
75 - root=[autovalor1 autovalor2];
76
77 %% Calculo de espesor límite de viruta
78
79 - k1=imag(root(:,1))./real(root(:,1));%razon de parte real y parte imaginaria de x
80 - k2=imag(root(:,2))./real(root(:,2));%razon de parte real y parte imaginaria de y
81 - Ar1=real(root(:,1));%parte real de raíces de polinomio característico.
82 - Ar2=real(root(:,2));
83 - alims1=(-2*pi)/(nt*Kt)*Ar1.*(1+(k1.^2));%calculo de espesor límite de viruta.
84 - alims2=(-2*pi)/(nt*Kt)*Ar2.*(1+(k2.^2));

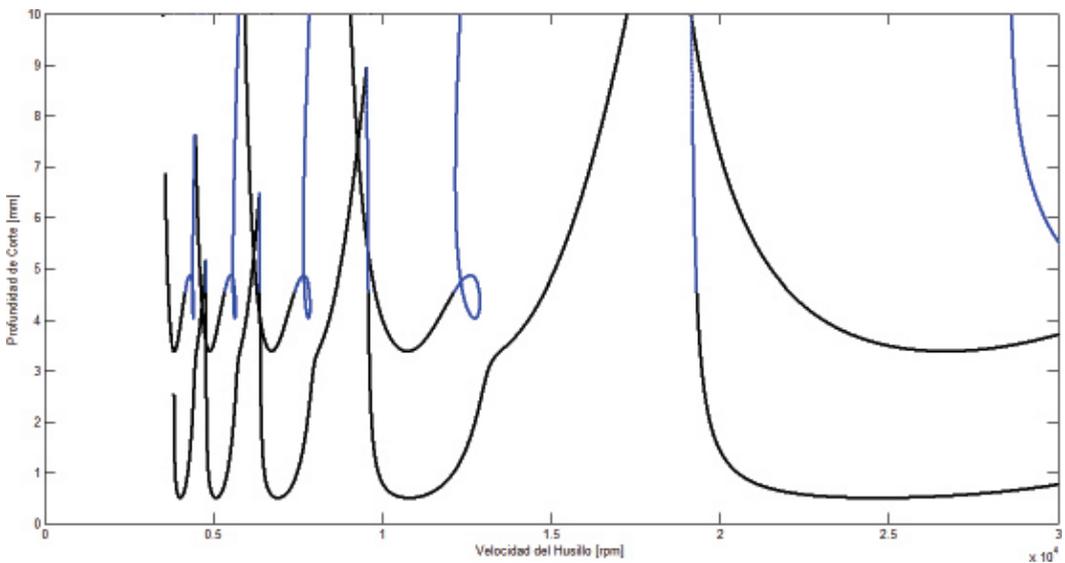
```

Fuente: Propiedad de los autores

5) Cálculo de espesor límite de viruta

En la ecuación 2.77 que se emplea para el cálculo del espesor límite de viruta, se observa que, además de estar en términos de la parte real de los autovalores del polinomio característico (Λ_R), el número de dientes (N), la fuerza específica de corte tangencial (K_t), también se cuenta con la variable k que es el cociente entre la parte imaginaria y real de los autovalores del polinomio característico, como para los distintos valores de r hay siempre dos autovalores complejos, se determina un k_1 y un k_2 , para cada autovalor. Estos se calculan tomándolos de la matriz `root` del código de la Figura 3.17, y en las líneas de la 79 a 82 se ve como se toman dichos valores. Al tener dos valores de k para cada autovalor, se calculan entonces dos espesores de viruta límites (Líneas 83 y 84). Este es calculado con la ecuación 2.77.

Figura 3.18. Diagramas de lóbulos de estabilidad para el proceso de fresado teniendo en cuenta los parámetros de la Figura 3.13.



Fuente: Propiedad de los autores

Los diagramas en la Figura 3.18 fueron graficados empleando los dos autovalores del polinomio característico, donde las líneas azules representan el calculado con el autovalor 2 y las negras con el autovalor 1. Para cada autovalor se puede calcular un espesor límite de viruta como se mencionó anteriormente, y una velocidad de rotación del husillo, respectivamente, para cada autovalor, lo que indica que se

pueden generar dos diagramas de estabilidad, en donde uno es el complemento del otro.

6) Cálculo de la velocidad de rotación del husillo

Como se mencionó en el paso anterior, es posible calcular dos espesores de viruta para cada autovalor, de la misma manera, es posible calcular dos velocidades de rotación del husillo; lo cual se puede observar en las líneas 96 y 97 de la Figura

3.19, donde se determinan las velocidades de rotación del husillo, la cual se calcula en rpm. Para cada lóbulo l se calculan dos vectores columna, empleando un ciclo `for` (líneas de la 88 a la 100 de la Figura 3.19). En la línea 98 se puede observar cómo se agrupan los vectores de velocidades ($N1$ y $N2$) en un mismo vector fila N , el cual se emplea para generar la matriz de datos de lóbulos de estabilidad, al igual que en el proceso de torneado.

Figura 3.19. Código para calcular las velocidades de rotación del husillo.

```

86      %% calculo de velocidad de la herramineta.
87      N_v=[];
88      for l=0:1:n
89          na1=atan(k1);
90          na2=atan(k2);
91          eps1=pi-(2*na1);
92          eps2=pi-(2*na2);
93          thao1=((eps1+(1*2*pi)))/w_cx;
94          thao2=((eps2+(1*2*pi)))/w_cx;
95          %va=[va eps];
96          N1=(60/nt)*(thao1.^-1);
97          N2=(60/nt)*(thao2.^-1);
98          N=[N1;N2];
99          N_v=[N_v N];
100     end
101     %%matriz de lobulos de estabilidad
102     N_u_undep=N_v;
103     a_lim_undep=[alims1; alims2];
104
105     %% filtro de datos de espesor de viruta negativos
106     alim_pos=find(0<a_lim_undep);
107     N_u=N_u_undep(alim_pos,:);
108     a_lim=a_lim_undep(alim_pos);
109     m=[N_u a_lim];

```

7) Generación de la matriz de lóbulos de estabilidad

La matriz de datos de lóbulos de estabilidad facilita la generación del gráfico de lóbulos de estabilidad, y la depuración de los datos que contiene, por esta razón es también usada en el código para la generación de lóbulos en el proceso de torneado, además, el arreglo de la matriz de datos hace compatible el código de generación de lóbulos de estabilidad con el de depuración (código propiedad de los autores). En esta matriz se incluye una depuración adicional que se puede observar

en la Figura 3.19, en la línea 106, donde se calculan los índices de valores negativos de espesor de viruta, y son removidos (línea 108). Esto resulta lógico, ya que dichos valores carecen de relevancia debido a que no existen medidas de magnitudes escalares negativas (espesor de viruta), por esta razón, dichos datos son filtrados y se remueve cada valor de velocidad correspondiente a un espesor de viruta negativo en cada columna de velocidad correspondiente a cada lóbulo de la matriz de lóbulos de estabilidad, lo cual se observa en la línea 107 de la Figura 3.19.

Posteriormente, se calcula la matriz de datos de lóbulos de estabilidad haciendo un arreglo de los vectores de espesor de viruta crítico a_{1im} y Nu (Ver línea 109 de Figura 3.19).

8) Depuración de datos no relevantes

Como se mostró antes, la depuración de los datos no relevantes es útil para la generación de los diagramas de lóbulos de estabilidad, debido a que permite apreciar de mejor manera las zonas de estabilidad e inestabilidad en los diagramas generados. El código que se desarrolló para la depuración de estos datos para la generación de los lóbulos de estabilidad en el proceso de torneado, es empleado del mismo modo en el proceso de fresado, debido a la compatibilidad de los datos obtenidos a través de la matriz de datos de lóbulos de estabilidad. En la sección 3.3, se describe en detalle el algoritmo empleado para la depuración de los datos no relevantes en los procesos de torneado y fresado.

9) Generación de la gráfica de los lóbulos de estabilidad depurados

Al igual que en el proceso de torneado, la generación de los lóbulos

se ejecuta graficando los valores de la matriz de datos de lóbulos de estabilidad después de ser depurados, es decir, se toma la matriz de datos, se remueven los datos no relevantes y se grafican los datos de la matriz (líneas 157, 158 y 161 de la Figura 3.20). Las gráficas se ejecutan de forma secuencial para cada lóbulo, empleando un ciclo for y la función plot como se muestra en la Figura 3.20.

A diferencia del código para la generación de los diagramas de lóbulos en torneado, para fresado se agregaron algunas líneas, para mejorar la visualización de las gráficas, lo cual se puede observar en la línea 162 de la figura 3.20. Aquí se ajustan los límites de la gráficas debido a que hay datos de los diagramas de lóbulos de estabilidad que generan partes del gráfico que se encuentran muy lejanos de las intersecciones de los lóbulos, esto se logra con la función axis, y los límites se definen usando los puntos de intersección de los lóbulos. Se usa como límite máximo la 1.5 veces primera intersección, tanto para la componente de espesor de viruta, como para velocidad de rotación del husillo (ver línea 162 de la figura 3.20).

Figura 3.20. Código para la generación de diagramas de lóbulos de estabilidad en el proceso de fresado

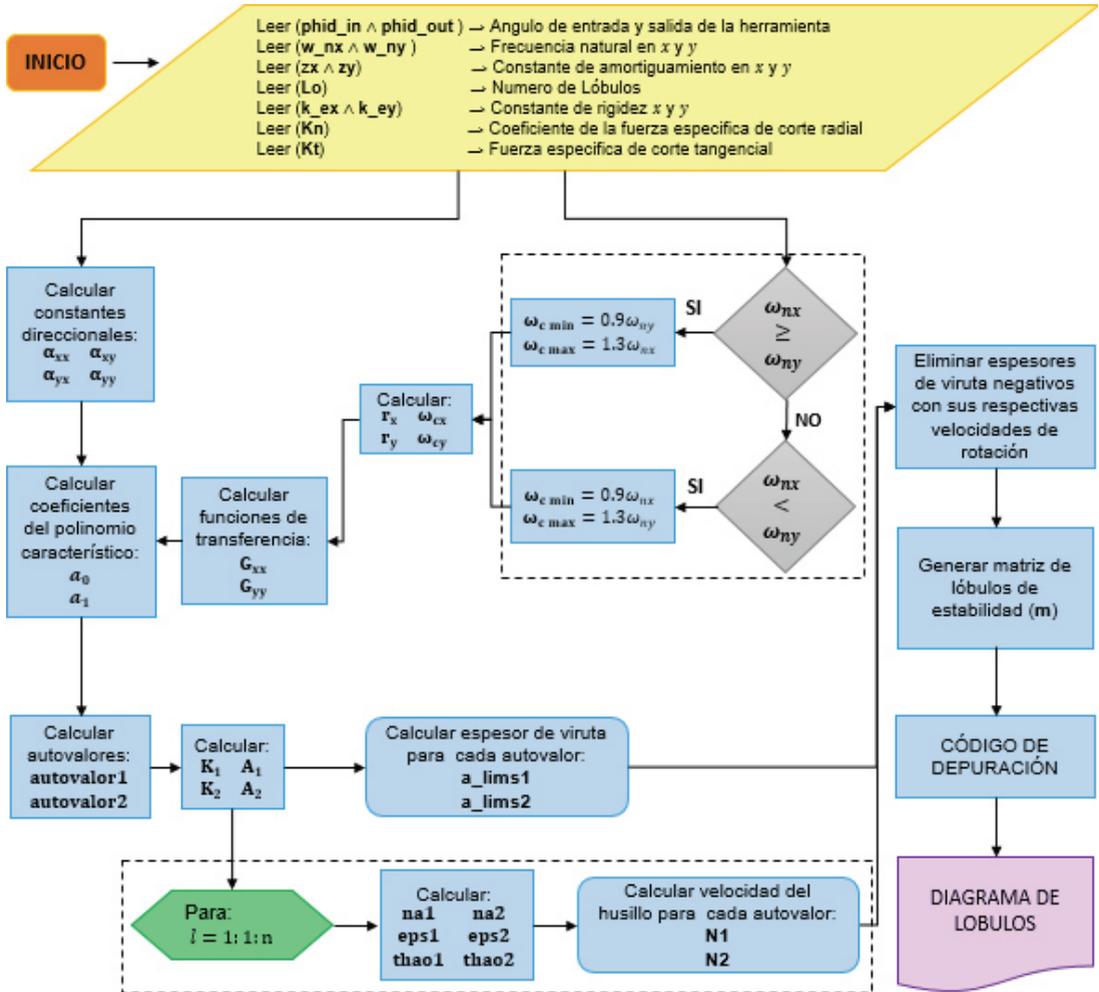
```

144     %% codigo de generacion de grafica
145 -   figure(1)
146 -   hold on
147 -   for i=1:1:n+1
148 -       N=m(:,i);
149 -       pol=polyval(coe,N);
150 -       pos1=find(m(:,n+2)<pol);
151 -       plot(NI(:,1),Ag,'r*')
152 -       %plot(N,pol,'r')
153
154 -       x=m(:,i);
155 -       y=m(:,n+2);
156
157 -       x_dep=x(pos1);
158 -       y_dep=y(pos1);
159
160 -
161 -       plot(x_dep,y_dep,'b.','MarkerSize',2)
162 -       axis([0 1.5*max(NI(:,1)) 0 1.5*max(Ag)]);
163 -   end
164 -   xlabel('Velocidad del husillo [rpm]')
165 -   ylabel('Espesor de viruta [mm]')
166 -   grid on

```

En la Figura 3.21, se muestra el diagrama de flujo para la generación de los diagramas de lóbulos de estabilidad usado para la construcción del algoritmo para el proceso de fresado.

Figura 3.21. Diagrama de flujo para la generación de los diagramas de lóbulos de estabilidad para las operaciones de fresado.



Fuente: Propiedad de los autores

2.3 CÓDIGO DE DEPURACIÓN EMPLEADO EN LOS ALGORITMOS PARA LA GENERACIÓN DE DIAGRAMAS LÓBULOS DE ESTABILIDAD EN EL PROCESO DE TORNEADO Y FRESADO

La metodología usada por los autores para desarrollar el algoritmo de depuración de los diagramas lóbulos de estabilidad es única, y en ella se usa la ecuación de la distancia entre dos puntos para determinar la intersección entre lóbulos, y los arreglos de vectores y matrices, y de esta manera, filtrar los datos que carecen de relevancia en los diagramas de estabilidad, tanto para el proceso de fresado como de torneado. A continuación se muestra el código desarrollado:

Figura 3.22 Código de depuración empleado en los algoritmos para la generación de diagramas de lóbulos de estabilidad para los procesos de fresado y torneado

```

110  %% código de depuración
111 - g=[];
112 - NI=[];
113 - for j=0:1:n-1
114 -     punt=[];
115 -     G=[];
116 -     for u=1:length(a_lim)
117         % Vector columna de velocidad de corte para el lóbulo n+1
118         lj=[m(:,n-j) m(:,n+2)];
119         % Vector columna de velocidad de corte para el lóbulo n
120         lj1=[m(:,n-j+1) m(:,n+2)];
121         f=lj1(u,:);
122         d1=f(:,1)*ones(size(a_lim));
123         d2=f(:,2)*ones(size(a_lim));
124         d=[d1 d2];
125         x1=d1-lj(:,1);
126         y1=d2-lj(:,2);
127         dis=(x1.^2)+(y1.^2);
128         t=dis.^(1/2);%Distancia entre dos puntos
129         peq=min(t);
130         punt=[punt; peq'];
131         %índice de punto de intersección de lóbulos n-1 y n
132         qp=find(punt==min(punt));
133         end
134         G=[G; qp];
135         g=[g; G];
136         Nj=lj1(g,:);
137         Ni=Nj(j+1,:);
138         NI=[NI; Ni];
139         au=m(:,n+2);
140         Ag=au(g,:);
141         end
142         %Modelo de intersección de lóbulos
143         %Coeficientes de polinomio de regresión de puntos de intersección
144         coe=polyfit(NI(:,1),Ag,1);

```

El código está constituido por dos ciclos `for`, el primero que se observa en la línea 113 de la Figura 3.22. En este se emplea la variable contadora `j`, que tiene como valor máximo $n - 1$, donde n es el número de lóbulos y el término $n - 1$ hace referencia al número de intersecciones totales para n número de lóbulos, es decir, si el usuario define $n = 5$ lóbulos, el número de intersecciones posibles que tendrá dicho conjunto de lóbulos será 4. (Ver Figura 3.8). El segundo ciclo `for` que se puede observar en la línea 116 de la Figura 3.22, emplea la variable contadora `u` que inicia en 1 hasta el número de elementos del vector columna `espesor de viruta crítico`.

Ya sea para torneado o fresado, dentro del segundo ciclo `for` se definen dos variables `lj` y `lj1`, que están constituidas por un par de columnas como se muestra en la Figura 3.23, la primera son los datos de velocidad de rotación del husillo y la segunda del espesor de viruta correspondiente a dicha velocidad.

Figura 3.23. Vectores `lj` y `lj1`.

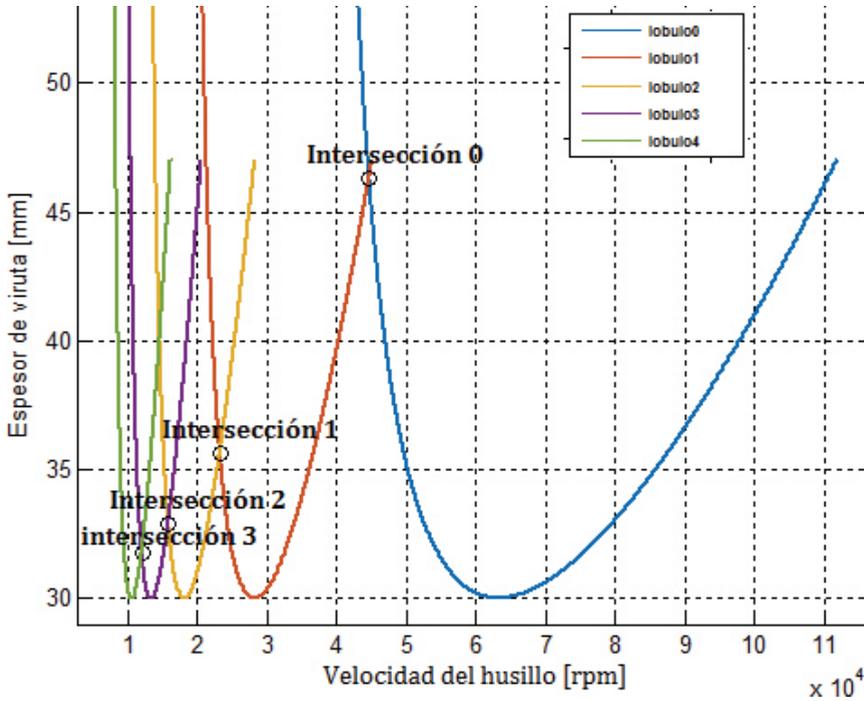
<code>lj=</code>		<code>lj1=</code>	
Velocidad del husillo	Espesor de viruta	Velocidad del husillo	Espesor de viruta
36032,4291664195	9093,87533254850	18013,0592153072	9093,87533254850
36064,8740872137	4550,70521623092	18026,1212629802	4550,70521623092
36097,3347410572	3036,32298437840	18039,1861359595	3036,32298437840
36129,8111065842	2279,13772790132	18052,2538271847	2279,13772790132
36162,3031623885	1824,83126498201	18065,3243295936	1824,83126498201
36194,8108870244	1521,96420168113	18078,3976361234	1521,96420168113
36227,3342590061	1305,63394059649	18091,4737397098	1305,63394059649
36259,8732568091	1143,38918302708	18104,5526332877	1143,38918302708
36292,4278588696	1017,20142969471	18117,6343097910	1017,20142969471
36324,9980435854	916,253581032595	18130,7187621530	916,253581032595
36357,5837893160	833,662028225594	18143,8059833061	833,662028225594
36390,1850743828	764,837698730417	18156,8959661821	764,837698730417
36422,8018770699	706,603542324869	18169,9887037122	706,603542324869
36455,4341756237	656,690237421752	18183,0841888274	656,690237421752
36488,0819482540	613,433614857196	18196,1824144581	613,433614857196
36520,7451731338	575,585547758398	18209,2833735344	575,585547758398
36553,4238283996	542,191586163848	18222,3870589864	542,191586163848
36586,1178921521	512,509380103567	18235,4934637440	512,509380103567
36618,8273424563	485,952863811838	18248,6025807371	485,952863811838
36651,5521573418	462,053184676153	18261,7144028955	462,053184676153

Fuente: Propiedad de los autores

Las variables `lj` y `lj1` son los datos de los lóbulos que se intersectan, `lj` es un lóbulo y `lj1` es el lóbulo siguiente para cada intersección `j`, las

intersecciones son numeradas de derecha a izquierda iniciando con 0 y terminando en n-1. (Ver figura 3.24)

Figura 3.24. Numeración ordinal de los lóbulos y las intersecciones.



Fuente: Propiedad de los autores

Posteriormente se toma la fila u del vector $1j1$ (línea 121 de la Figura 3.22). Cabe recordar que u es la variable contadora que, en este caso, indica el número de la fila que se va a tomar del vector $1j1$. En las líneas 122 y 123 de la Figura 3.22 se definen dos variables $d1$ y $d2$, que son las dos matrices que tienen las mismas dimensiones del vector columna a_lim (espesor de viruta crítico), y cada elemento de ella tiene el valor de los elementos de fila tomada del vector $1j1$, es decir, dos matrices cuyos elementos tienen el mismo valor, esto se hace con el objetivo de poder restar dos matrices, lo cual se ejecuta en las líneas 125 y 126 de la figura mencionada y, cuya diferencia, genera la variable $x1$ y $x2$, que hace parte de la ecuación de distancia entre dos puntos en el plano cartesiano que se muestra a continuación:

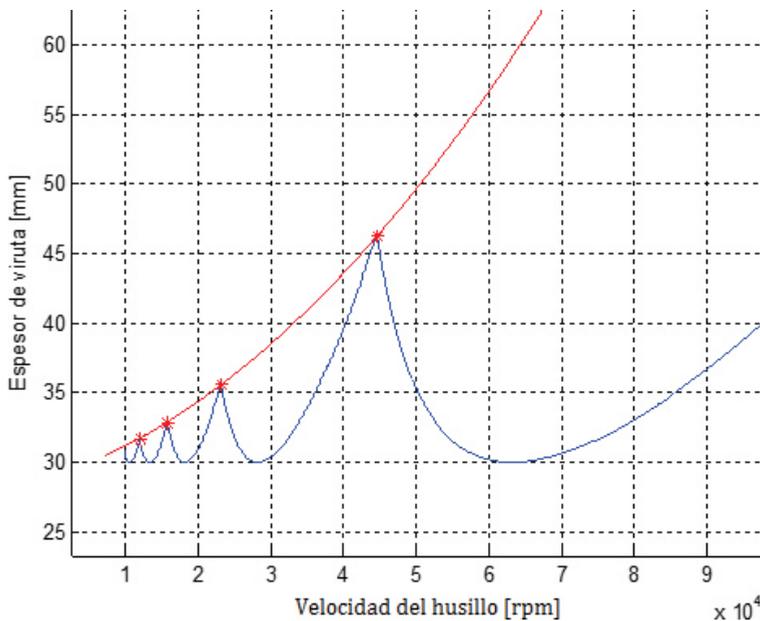
$$\tau = \sqrt{(\gamma_1 - \gamma_2)^2 + (\varphi_1 - \varphi_2)^2}$$

En las líneas 127 y 128 se ejecutan las demás operaciones mostradas en la ecuación anterior, para determinar la distancia entre dos puntos dados.

En general y, descrito de forma más sencilla, lo que se hace es tomar cada elemento del vector $1j1$, es decir, se toma cada dato de velocidad de rotación del husillo y espesor de viruta en uno de los lóbulos de una intersección y se calcula la distancia entre los puntos de cada uno de los datos de lóbulo anterior (o sea $1j$). Luego de haber ejecutado dichos cálculos, se obtiene un vector columna asignado a la variable t visto en la línea 128, que rependa todas los valores de distancia entre los puntos de dos lóbulos consecutivos que se intersectan, es decir $lóbulo0$ y $lóbulo1$, $lóbulo1$ y $lóbulo2$, etc. (ver Figura 3.24). Posteriormente, se emplea la función \min (línea 83 de la figura 3.22), para calcular la mínima distancia entre una pareja de lóbulos que se intersectan, dicha distancia mínima, permite saber que el dato del lóbulo $1j1$ (línea 89 de la Figura 3.22) se encuentra más próximo al lóbulo $1j$, a través del índice que se obtiene empleando la función find en la línea 132 de la Figura 3.22.

Cada intersección entre parejas de lóbulos tiene un punto asignado y este conjunto de puntos, tiene un comportamiento polinomial, donde el grado es 2. Esto indica que las intersecciones pueden ser descritas por una función polinomial de grado 2 (ver Figura 3.25).

Figura 3.25. Gráfica del Polinomio de intersecciones (línea roja) entre lóbulos de estabilidad, para un diagrama de un proceso de torneado.



Fuente: Propiedad de los autores

Los coeficientes del polinomio son calculados con la función `polyfit`, que calcula el polinomio haciendo una regresión polinomial (ver línea 144 de la figura 3.22). Los coeficientes calculados para el polinomio son:

$$4.7429 * 10^{-9} X^2 + 177.5233 * 10^{-6} X + 28.92$$

El polinomio mostrado anteriormente, se genera empleando la función `polyval` como se enseña en la línea 112 de la Figura 3.26, y se evalúan para valor de velocidad, posteriormente, se determinan los elementos que están por debajo de la curva del polinomio, y estos datos son los que se grafican en el diagrama de estabilidad, como se puede apreciar en la Figura 3.25.

Figura 3.26. Código para la generación de los gráficos de lóbulos de estabilidad.

```

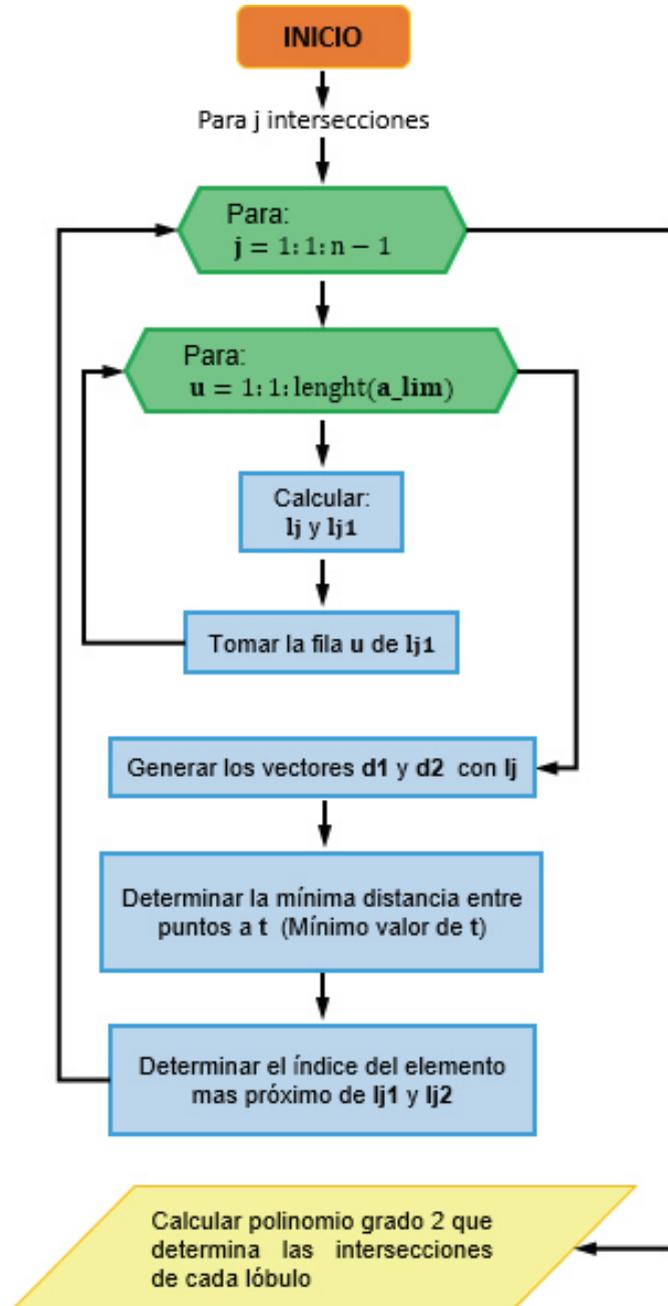
105     %% grafica
106     %figure
107 -    hold on
108 -    format bank
109
110 -    for i=1:1:n+1
111 -        N=m(:,i);
112 -        pol=polyval(coe,N);
113 -        pos1=find(m(:,n+2)<pol);
114
115 -        x=m(:,i);
116 -        y=m(:,n+2);
117
118 -        x_dep=x(pos1);
119 -        y_dep=y(pos1);
120
121 -        plot(x_dep,y_dep,'g','linewidth',1.5)
122 -    end
123
124 -    xlabel('Velocidad del Husillo [rpm]')
125 -    ylabel('Espesor de viruta [mm]')
126 -    grid on
127
128 -    hold off

```

Fuente: Propiedad de los autores.

En la Figura 3.27 se muestra el diagrama de flujo para la construcción del algoritmo para la depuración de los lóbulos de estabilidad usado para el proceso de torneado y fresado.

Figura 3.27. Diagrama de flujo para la generación del código para la depuración de los lóbulos de estabilidad.



Fuente: Propiedad de los autores

2.4 METODOLOGÍA PARA EL DESARROLLO DE UN ALGORITMO COMPUTACIONAL BASADO EN EL MODELO DE ALTINTAS Y BUDAK PARA GENERACIÓN DE DIAGRAMAS DE LÓBULOS DE ESTABILIDAD EN TRES DIMENSIONES PARA EL PROCESO DE TORNEADO

La principal particularidad de este tipo de diagramas de estabilidad, es que brinda una herramienta con la cual es posible estudiar el papel que cumple la frecuencia natural, la razón de amortiguamiento y la constante de rigidez sobre la estabilidad del sistema vibratorio, observando el comportamiento característico del diagrama de lóbulos de estabilidad ante la variación de una de las constantes mencionadas, dentro de un rango previamente establecido para un proceso de torneado. Cabe destacar que no fue posible establecer antecedentes para este tipo de diagramas de estabilidad en la literatura y, la mayoría de los autores, estudian el comportamiento de las constantes en diagramas individuales debido a la complejidad para generarlos.

Los diagramas de lóbulos de estabilidad en tres dimensiones son generados utilizando el mismo código que se empleó para la generación de los lóbulos de estabilidad, para el proceso de torneado que se describe en la sección 3.1 de este documento, con la diferencia de que, en la parte del ingreso de los parámetros de entrada, la constante que se va a usar como tercer eje cartesiano ya no es un valor escalar, sino un vector que tiene una cantidad de elementos (j) y un rango definido por el usuario. Para lograr una optimización de los códigos se generaron tres funciones, empleando la función función de Matlab, las cuales incluyen una serie de variantes con respecto al código original, y se definieron como `lobu11`, `lobu12` y `lobu13`. En las Figuras 3.28, 3.29 y 3.30, se enseñan los códigos que se emplean para generar las gráficas en tres dimensiones. Es importante decir que cada función difiere entre sí, en la variable que se usa como tercer eje cartesiano y tienen la siguiente correspondencia, `lobu11` usa como tercer eje la frecuencia natural, `lobu12` la constante de amortiguamiento y `lobu13` la constante de rigidez del sistema.

En las figuras mencionadas se observa cómo se emplea la función para generar las variables de salida usadas por el código para producir las gráficas, las variables de salida son: `m` que es la matriz de datos de lóbulos de estabilidad, que se menciona en ocasiones anteriores en este documento, y consta de gran relevancia debido a que tiene los valores que generan los lóbulos de estabilidad; `coe` que es un vector con los coeficientes del polinomio que se calcula con las

intersecciones entre las parejas de lóbulos que se intersectan y es empleado para remover los datos no relevantes en el diagrama; n que es un escalar con el número ordinal del último lóbulo empleado para la generación de los lóbulos usando un ciclo `for`; y w_m para `lobul1`, k_{em} para `lobul2` y z_m para `lobul3` que son vectores columna que contienen el conjuntos de valores que se grafican en el tercer eje cartesiano del diagrama de lóbulos de estabilidad.

Figura 3.28. Código para la generación de diagramas de estabilidad en tres dimensiones para el proceso de torneado donde se emplea como tercer eje cartesiano la constante de amortiguamiento del sistema.

```

for z=linspace(z13,z23,j)
    [m coe n zm]=lobul2(wm13,z,ke13,kc,lob);
%% grafica
axes(handles.axes1)
hold on
for i=1:1:n+1
    N=m(:,i);
    pol=polyval(coe,N);
    pos1=find(m(:,n+2)<pol);
    x=m(:,i);
    y=m(:,n+2);
    x_dep=x(pos1);
    y_dep=y(pos1);
    a=[ 0.9572    0.0318    0.2760
        0.4854    0.2769    0.6797
        0.8003    0.0462    0.6551
        0.1419    0.0971    0.1626
        0.4218    0.8235    0.1190
        0.9157    0.6948    0.4984
        0.7922    0.3171    0.9597
        0.9572    0.0318    0.2760
        0.4854    0.2769    0.6797
        0.8003    0.0462    0.6551
        0.1419    0.0971    0.1626];
    plot3(x_dep,zm(pos1),y_dep,'color',[a(i,1) a(i,2) a(i,3)])
    an=20;
    en=74;
    view(an, en)
end
xlabel('Velocidad de rotación [rpm]')
zlabel('Espesor de viruta [mm]')
ylabel('Constante de amortiguamiento')
grid on
end

```

Figura 3.29. Código para la generación de diagramas de estabilidad en tres dimensiones para el proceso de torneado donde se emplea como tercer eje cartesiano la constante de rigidez del sistema.

```

for ke=linspace(ke13,ke23,j)
    [m coe n k_em]=lobul3(wn13,z13,ke,kc,lob);
    %% grafica
    hold on
    for i=1:1:n+1
        N=m(:,i);
        pol=polyval(coe,N);
        pos1=find(m(:,n+2)<pol);
        %plot(NI(:,1),AI,'r*') %puntos de interseccion
        %plot(N,pol) %grafica de polinomio de interseccion
        x=m(:,i);
        y=m(:,n+2);
        x_dep=x(pos1);
        y_dep=y(pos1);
        a=[
            0.9572    0.0318    0.2760
            0.4854    0.2769    0.6797
            0.8003    0.0462    0.6551
            0.1419    0.0971    0.1626
            0.4218    0.8235    0.1190
            0.9157    0.6948    0.4984
            0.9157    0.6948    0.4984
            0.7922    0.3171    0.9597
            0.9572    0.0318    0.2760];
        plot3(x_dep,k_em(pos1),y_dep,'color',[a(i,1) a(i,2) a(i,3)])
        an=20;
        en=74;
        view(an, en)
    end
    xlabel('Velocidad de rotación [rpm]')
    zlabel('Espesor de viruta [mm]')
    ylabel('Costante de rigidez[kN/m]')
    grid on
end
end

```

Fuente: Propiedad de los autores

Figura 3.30. Código para la generación de diagramas de estabilidad en tres dimensiones para el proceso de torneado donde se emplea como tercer eje cartesiano la frecuencia natural del sistema.

```

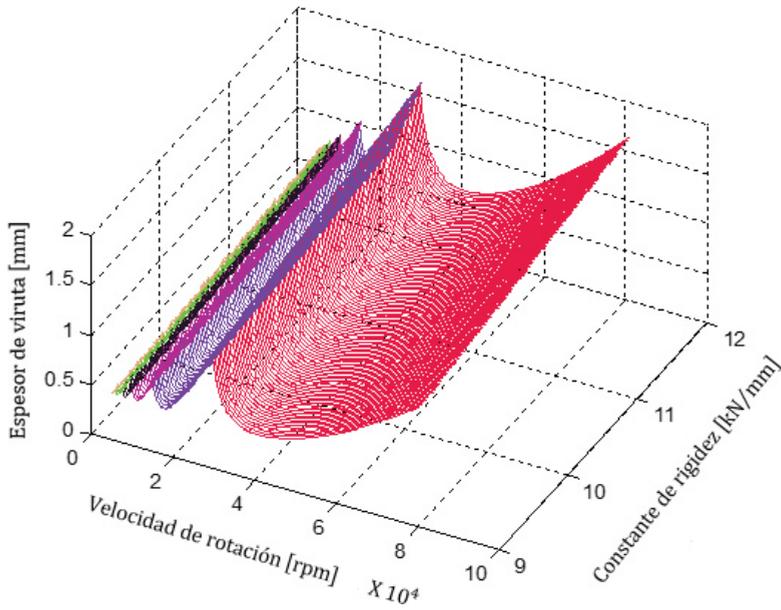
for wn= linspace (wn13, wn23, j)
    [m coe n wm]=lobull1 (wn, z13, ke13, kc, lob);
%% grafica
axes (handles.axes1)
hold on
format bank
for i=1:1:n+1
    N=m(:, i);
    pol=polyval (coe, N);
    pos1=find (m(:, n+2)<pol);
    x=m(:, i);
    y=m(:, n+2);
    x_dep=x (pos1);
    y_dep=y (pos1);
    a=[ 0.9572    0.0318    0.2760
        0.4854    0.2769    0.6797
        0.8003    0.0462    0.6551
        0.1419    0.0971    0.1626
        0.4218    0.8235    0.1190
        0.9157    0.6948    0.4984
        0.7922    0.3171    0.9597
        0.9572    0.0318    0.2760
        0.4854    0.2769    0.6797
        0.8003    0.0462    0.6551
        0.1419    0.0971    0.1626];
    plot3 (x_dep, wm (pos1), y_dep, 'color', [a(i,1) a(i,2) a(i,3)])
    an=20;
    en=74;
    view (an, en)
end
xlabel ('Velocidad de Husillo [rpm]')
zlabel ('Espesor de viruta [mm]')
ylabel ('Frecuencia natural [Hz] ')
grid on

```

Fuente: Propiedad de los autores

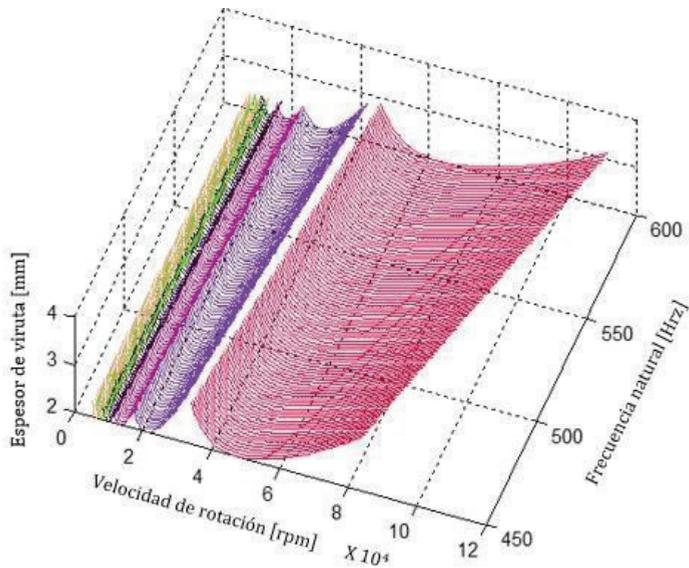
A continuación se muestran diagramas de lóbulos de estabilidad en 3D, generados por cada uno de los códigos indicados anteriormente.

Figura 3.31. Diagrama de estabilidad 3D, donde se usa la función lobul3.



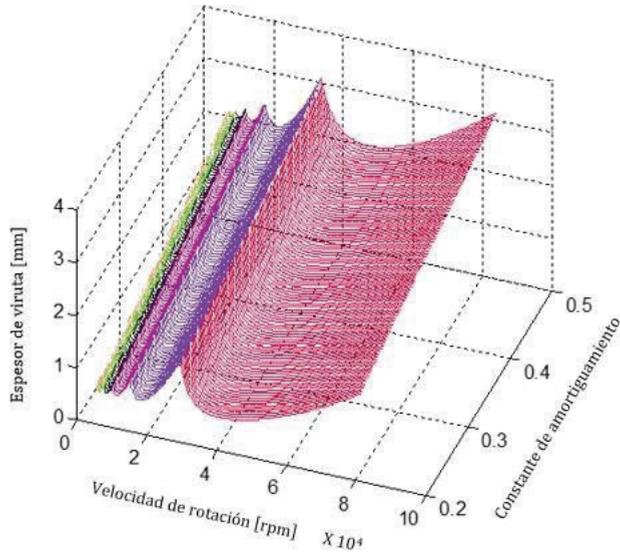
Fuente: Propiedad de los autores

Figura 3.32. Diagrama de estabilidad 3D, donde se usa la función lobul1.



Fuente: Propiedad de los autores

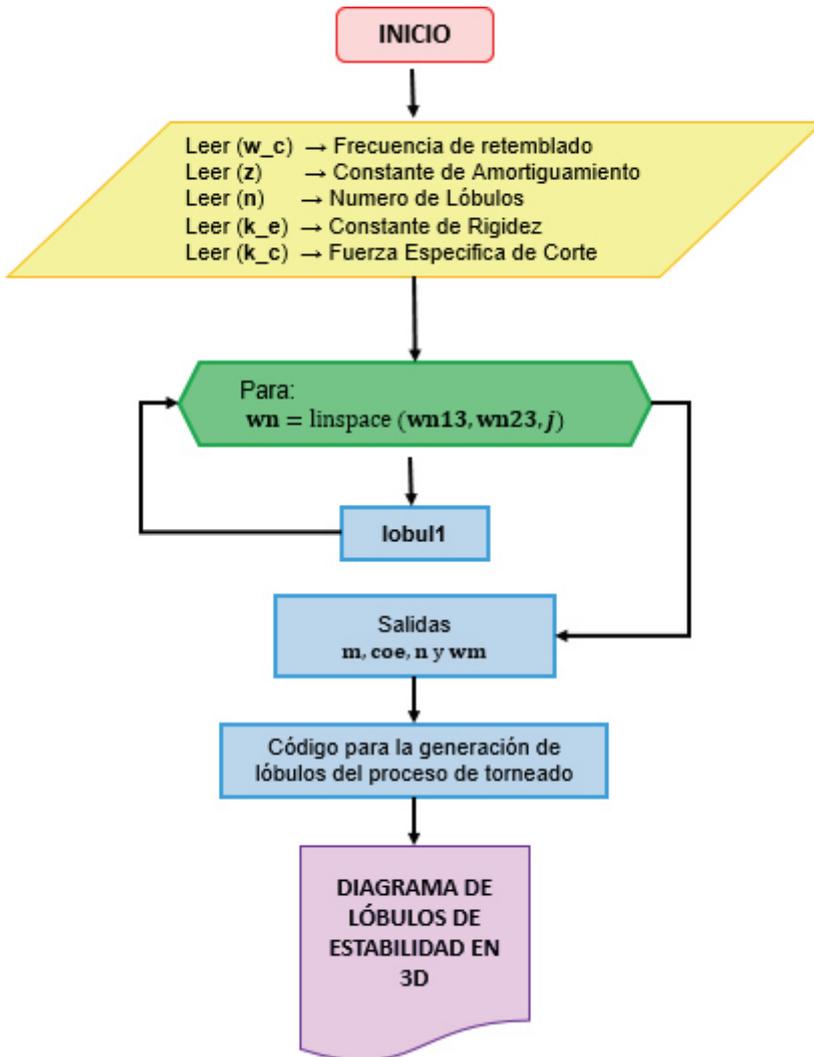
Figura 3.33. Diagrama de estabilidad 3D, donde se usa la función lobul2.



Fuente: Propiedad de los autores

En la Figura 3.34 se muestra un esquema del diagrama de flujo que se usó para elaborar el código de la función `lobul1` (ver Figura 3.30), para la generación de un diagrama de estabilidad en tres dimensiones para el proceso de torneado. No se hace necesario enseñar los diagramas de flujo para las funciones restantes, debido a que cumplen la misma lógica, solo discrepan en los vectores columna que entrega cada función para graficar el tercer eje cartesiano.

Figura 3.34. Diagrama de flujo para la generación de un diagrama de lóbulos de estabilidad en tres dimensiones para la función `lobul1`.

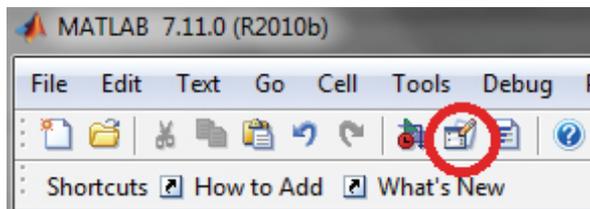


2.5 METODOLOGÍA PARA LA ELABORACIÓN DE LAS INTERFACES GRÁFICAS PARA LOS PROCESOS DE TORNEADO, FREZADO Y TORNEADO EN 3D.

La elaboración de las interfaces gráficas para la generación de los diagramas de estabilidad para los procesos señalados, consta básicamente de dos partes. La primera es la carátula o la parte visible del programa donde el usuario

ingresa todos los datos necesarios para la generación de los diagramas, donde se encuentran ubicados los botones para las distintas operaciones, y donde se muestran los diagramas ya elaborados, esta carátula es generada a través de la herramienta de Matlab GUIDE, a la cual se accede desde la barra de herramientas de Matlab como se muestra en la Figura 3.35.

Figura 3.35. Botón de acceso a herramienta GUIDE de Matlab.



Fuente: Propiedad de los autores.

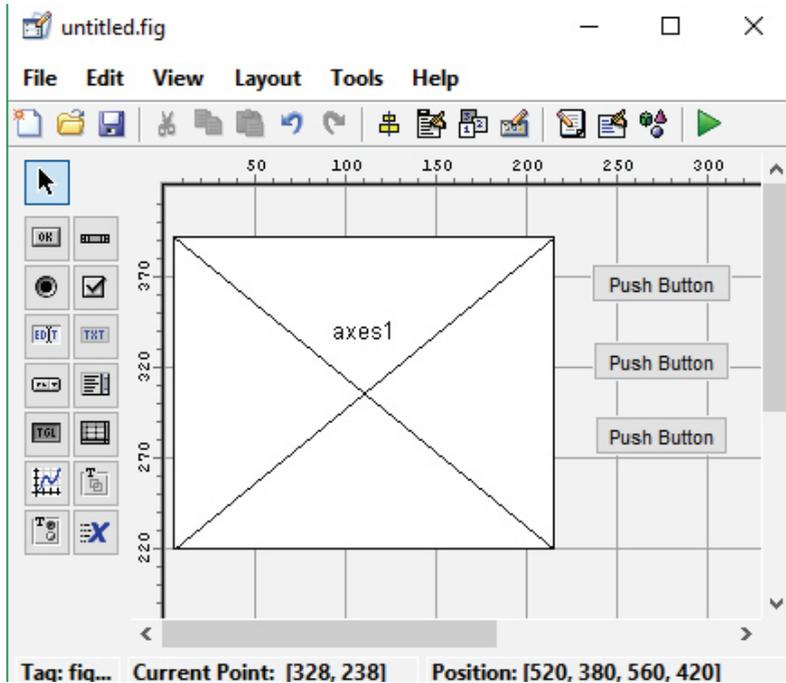
Usando la herramienta GUIDE se construyeron todas la carátulas del programa, y se armaron en el panel de trabajo de la herramienta (ver Figura 3.36).

La segunda parte consiste en el código asociado a la interfaz, donde se ingresan todos los códigos de programación para los botones, textbox, checklist, y demás elementos presentes en la interfaz. Cuando ya se tiene elaborada la carátula, Matlab genera un código para cada elemento presente en la interfaz, el cual posee una estructura sobre la cual es posible ingresar el código que se ejecutará cuando se interactúe con el elemento (ver líneas 104 y 105 de la Figura 3.37).

Las interfaces elaboradas en esta investigación poseen gran similitud entre sí, y constan de los mismos elementos. Así que las variantes entre la programación de las interfaces son pocas. Adicionalmente, a las interfaces para la generación de diagramas de estabilidad en

2D para los procesos de fresado y torneado, y torneado en 3D, se les elaboró una interfaz principal que es la que permite acceder a las mencionadas.

Figura 3.36. Panel de trabajo de la herramienta GUIDE de Matlab.



Fuente: Propiedad de los autores.

Figura 3.37. Código generado por Matlab al agregar un elemento en la interfaz.

```

99  % --- Executes on button press in pushbutton3.
100 function pushbutton3_Callback(~, ~, ~)
101 % hObject    handle to pushbutton3 (see GCBO)
102 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
103 % handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
104 - close(gcf);
105 - run qui inicio

```

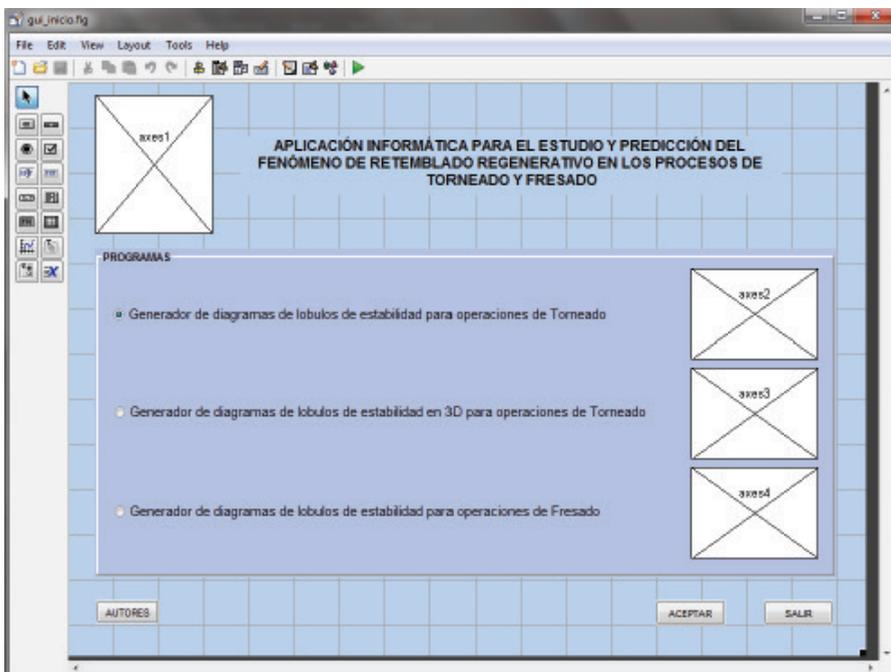
Fuente: Propiedad de los autores.

2.5.1 INTERFAZ PRINCIPAL

La interfaz principal posee tres radiobuttons (ver Figura 3.38), que permiten ingresar a cada uno de los tres programas de generación de diagramas de lóbulos de estabilidad, lo que se logra seleccionando cada una de las opciones en el panel de programas y presionando el botón Aceptar. Al hacer esto, se ejecuta el código en el callback, asociado al botón Aceptar.

En las líneas 102 a la 115 de la Figura 3.39, se muestra el código y el condicional if que se ejecuta cuando se hace una selección en el panel de programas de la interfaz principal.

Figura 3.38. Interfaz principal para el acceso a los tres generadores de diagramas de estabilidad.



Fuente: Propiedad de los autores.

En las líneas 102 a la 104 de la Figura 3.39 se observa cómo se asocia el valor de los radiobutton que se selecciona para escoger el programa de la interfaz principal, con las variables `chk1`, `chk2` y `chk3`. Cuando se hace la selección se asigna un 1 lógico a la variable en cada uno de los

condicionales se emplea la función `run` para abrir la interfaz deseada y la función `close` para cerrar la interfaz principal.

En la interfaz principal también se puede observar que se encuentran otros botones, el botón autores y el botón cerrar. En la figura 3.39 se puede observar el código

que tienen asignados esos elementos (línea 118 y 126 respectivamente), que hacen parte de la interfaz.

Los demás elementos presentes en esta interfaz son axes que son usados para mostrar imágenes sobre la interfaz principal, al iniciar la aplicación. En la Figura 3.40 se observa el código desarrollado por los autores que permite que dicho elemento cumpla la función mencionada.

Figura 3.39. Código asociado a la interfaz principal y a los botones que esta contiene.

```

96 % --- Executes on button press in pushbutton1.
97 function pushbutton1_Callback(hObject, eventdata, handles)
98 % hObject handle to pushbutton1 (see GCBO)
99 % eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
100 % handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
101
102 - chk1=get(handles.radiobutton1,'value');
103 - chk2=get(handles.radiobutton2,'value');
104 - chk3=get(handles.radiobutton3,'value');
105
106 - if chk1==1
107 -     run_gui_tesis
108 -     close(gcf);
109 - elseif chk2==1
110 -     run_gui_diagram_3d
111 -     close(gcf);
112 - elseif chk3==1
113 -     run_gui_tesis_fresado
114 -     close(gcf);
115 - end
116
117 % --- Executes on button press in pushbutton2.
118 function pushbutton2_Callback(hObject, eventdata, handles)
119 - h=msgbox({'Andión Guerrero Andrés de Jesús','Cel: (+57) 3155974983',...
120 -         'E-mail: andresandion91@gmail.com','', 'Arenas Cañas José Luis',...
121 -         'Cel: (+57) 3015035919','E-mail: josearenas-2106@hotmail.com',...
122 -         '', 'Programa de Ingeniería Mecánica','Universidad del Atlántico',...
123 -         'Barranquilla - Atlántico','2016'}, 'Autores');
124
125 % --- Executes on button press in pushbutton3.
126 function pushbutton3_Callback(hObject, eventdata, handles)
127 % hObject handle to pushbutton3 (see GCBO)
128 % eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
129 % handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
130 - close(gcf);

```

Fuente: Propiedad de los autores.

Figura 3.40. Código para las imágenes que se muestran dentro de los axes, al iniciar la interfaz principal.

```

47 % --- Executes just before gui_inicio is made visible.
48 function gui_inicio_OpeningFcn(hObject, eventdata, handles, varargin)
49 % This function has no output args, see OutputFcn.
50 % hObject    handle to figure
51 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
52 % handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
53 % varargin   command line arguments to gui_inicio (see VARARGIN)
54
55 % Choose default command line output for gui_inicio
56 handles.output = hObject;
57
58 axes(handles.axes1);
59 bg=imread('escude.png');
60 image(bg);
61 axis off;
62
63 axes(handles.axes2);
64 bg=imread('torno.png');
65 image(bg);
66 axis off;
67
68 axes(handles.axes3);
69 bg=imread('barplot.png');
70 image(bg);
71 axis off;
72
73 axes(handles.axes4);
74 bg=imread('fresa.png');
75 image(bg);
76 axis off;
77
78 % Update handles structure
79 guidata(hObject, handles);

```

Fuente: Propiedad de los autores.

2.5.2 Interfaces para la generación de diagramas de lóbulos de estabilidad

Como se indicó anteriormente, las interfaces desarrolladas para la generación de lóbulos de estabilidad son similares entre sí y constan, en términos generales, de los mismos elementos en su totalidad.

* Recuadro de ingreso de parámetros de entrada o textbox.

En las interfaces se encuentran una serie de recuadros que permiten ingresar los valores de los parámetros de entrada, que emplean los algoritmos para la generación de los lóbulos de estabilidad para los distintos procesos estudiados en este proyecto. Estos valores son ingresados por el usuario y tienen únicamente valores numéricos.

Figura 3.41. Recuadro para el ingreso de los parámetros de entrada de cada una de las interfaces de los generadores de diagramas de estabilidad.

Parámetros de entrada

Constante de amortiguamiento (z)

Frecuencia natural del sistema (w_n) [Hz]

Constante de rigidez (k_e) [tN/mm]

Constante de fuerza específica de corte (K_c) [MN/mm²]

Numero de lóbulos

Torneado 2D

Parámetros de entrada

Frecuencia natural del sistema (w_n) [Hz]

Constante de amortiguamiento (z)

Constante de rigidez (k_e) [tN/mm]

Fuerza específica de corte (K_c) [tN/mm²]

Numero de lóbulos Numero de diagramas

Torneado 3D

Parámetros de entrada

<input type="text"/> Constante de amortiguamiento en x (z_x)	<input type="text"/> Frecuencia natural del sistema en x (w_{nx}) [Hz]
<input type="text"/> Constante de amortiguamiento en y (z_y)	<input type="text"/> Frecuencia natural del sistema en y (w_{ny}) [Hz]
<input type="text"/> Constante de rigidez en x (k_{ex})	<input type="text"/> Numero de dientes de la herramienta
<input type="text"/> Constante de rigidez en y (k_{ey})	<input type="text"/> Fuerza específica tangencial (k_t) [MN/mm ²]
<input type="text"/> Ángulo de entrada de herramienta [deg]	<input type="text"/> Fuerza específica radial (k_r) [tN/mm ²]
<input type="text"/> Ángulo de salida de herramienta [deg]	<input type="text" value="5"/> Numero de lóbulos

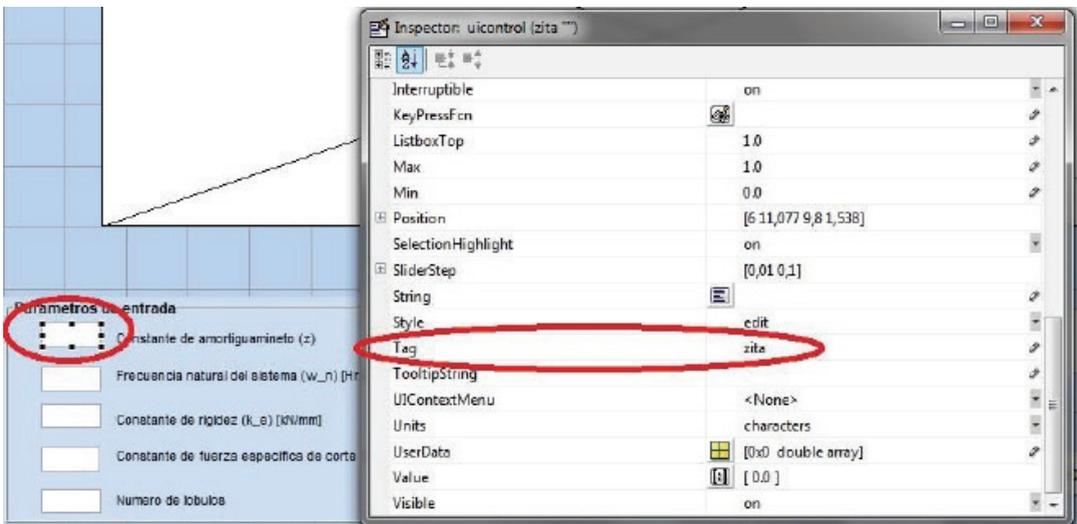
Fresado

Fuente: Propiedad de los autores.

Cada una de los cuadros de texto o textbox permiten ingresar un valor numérico, internamente cada textbox tiene una etiqueta o tag asociado que lo diferencia de todos los demás, y que permite identificarlo y asociarle variables en el código de la interfaz. En la figura 3.42 se puede apreciar lo descrito.

En la interfaz de generación de diagramas de estabilidad en tres dimensiones, se presenta una variante con respecto a las demás interfaces, ya que al seleccionar el tercer eje que se graficará en diagrama de lóbulos, se deshabilitan unos cuantos textbox. Esto con el objetivo de que el usuario no se confunda al seleccionar e ingresar el rango de los valores del tercer eje cartesiano seleccionado. Por ende, cuando se seleccione, por ejemplo, como tercer eje la frecuencia natural del sistema, se deshabilitaran los demás textbox del segundo valor de la constante de amortiguamiento y la constante de rigidez (ver Figura 3.43).

Figura 3.42. Asignación de etiquetas para uno de los textbox de la interfaz.



Fuente: Propiedad de los autores

La Figura 4.43 muestra un bottongroup que es el elemento que se emplea para seleccionar las opciones del tercer eje en los diagramas de estabilidad, los cuáles son textbox que se deshabilitan cuando se ejecuta una selección.

Lo anterior hace referencia a la parte visible de la interfaz, pero dentro de la programación se está ejecutando un código que se muestra en la Figura 3.44.

Figura 3.43. Cuadro de selección de tercer eje en programa de torneado 3D.

Parametros de entrada	
<input type="text"/>	Frecuencia natural del sistema (w_n) [Hz]
<input type="text"/>	Constante de amortiguamiento (z)
<input type="text"/>	Constante de rigidez (k_e) [kN/mm]
<input type="text"/>	Fuerza especifica de corte (K_c) [kN/mm ²]
<input type="text"/>	Numero de lóbulos
<input type="text"/>	Numero de diagramas

Tercer eje
<input checked="" type="radio"/> Frecuencia Natural
<input type="radio"/> Constante de Amortiguamiento
<input type="radio"/> Constante de Rigidez

Fuente: Propiedad de los autores

En el código descrito en la Figura 3.44, se muestra cómo se declara la variable `selec` y de ella se toma el valor tipo cadena o string (cadena de caracteres), que toma cuando se hace una selección, para emplear un ciclo `switch` y así poder habilitar y deshabilitar cada `textbox`, cuando se realice una selección para el tercer eje del diagrama en tres dimensiones de un proceso de torneado. Cabe recordar que esto es solo para la interfaz que genera los diagramas de estabilidad en tres dimensiones.

Figura 3.44. Código para ingresar los rangos de valores para el tercer eje de la interfaz para la generación de lóbulos de estabilidad en tres dimensiones para el proceso de torneado.

```

500 %% condicion de seleccion de tercer eje
501 - Selec=get(hObject,'String');
502
503 - switch Selec
504 -     case 'Frecuencia Natural'
505 -         set(handles.infz,'visible','off');
506 -         set(handles.infrigid,'visible','off');
507 -         set(handles.infrigid,'String','NaN');
508 -         set(handles.infrigid,'String','NaN');
509 -         set(handles.infwn,'visible','on');
510 -         set(handles.infwn,'Enable','on');
511 -         set(handles.infwn,'String',' ');

```

Fuente: Propiedad de los autores

Figura 3.44. (Continuación).

```
512  
513 -     case 'Contante de Amortiguamineto'  
514 -         set(handles.infwn,'visible','off');  
515 -         set(handles.infwn,'String','NaN');  
516 -         set(handles.infrigid,'visible','off');  
517 -         set(handles.infrigid,'String','NaN');  
518 -         set(handles.infz,'visible','on');  
519 -         set(handles.infz,'Enable','on');  
520 -         set(handles.infz,'String',' ');  
521  
522 -     case 'Constante de rigidez'  
523 -         set(handles.infwn,'visible','off');  
524 -         set(handles.infwn,'String','NaN');  
525 -         set(handles.infz,'visible','off');  
526 -         set(handles.infz,'String','NaN');  
527 -         set(handles.infrigid,'visible','on');  
528 -         set(handles.infrigid,'Enable','on');  
529 -         set(handles.infrigid,'String',' ');  
530 - end
```

Fuente: Propiedad de los autores

* Recuadro de selección de materiales predefinidos.

Todas las interfaces constan de un recuadro que permite seleccionar algunos materiales conocidos, de los cuales se conocen los valores de la constante de fuerza específica de corte como lo muestra la Figura 3.45.

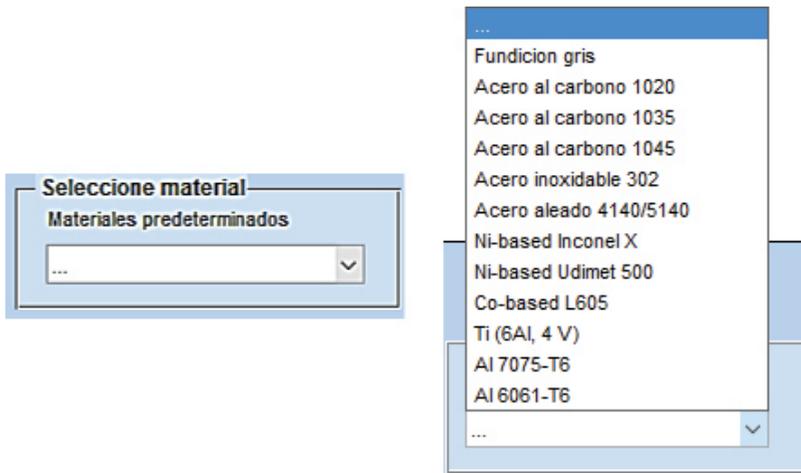
Al seleccionar uno de los materiales predefinidos, automáticamente el textbox asignado a la constante específica de la fuerza específica de corte cambia al valor que posee el material seleccionado, así que se pueden hacer comparaciones entre diagramas de estabilidad para distintos materiales.

Para mostrar el listado de materiales predefinidos se emplea un popmenu, o lista desplegable, que asigna un número ordinal del 1 al 13 a cada material, como se puede apreciar en la Figura 3.46, y se emplea un ciclo switch para definir la acción en cada caso. Inicialmente se define la variable kc, que es el número ordinal en el cual están listados los materiales predefinidos, cuando se hace una selección,

kc toma el valor ordinal del material seleccionado y permite definir eventos o casos, en los que se modifica el valor (value) en el textbox asignado a la constante de la fuerza específica de corte, que tiene como tag para este caso fcut, dicho textbox se modifica con la entrada usando un valor tipo string que

contiene el valor de la constante de fuerza específica de corte para el material seleccionado.

Figura 3.45. Recuadro para la selección de materiales predefinidos.



Fuente: Propiedad de los autores

Figura 3.46. Código para la selección de materiales predefinidos.

```

542 -   kc=get(handles.popupmenu3,'Value');
543
544 -   switch kc;
545
546 -       case 1
547 -           set(handles.fcut,'String',' ');
548 -       case 2 %fundicion
549 -           set(handles.fcut,'String','1.500');
550 -       case 3 %1020
551 -           set(handles.fcut,'String','2.100');
552 -       case 4 %1035
553 -           set(handles.fcut,'String','2.300');
554 -       case 5 %1045
555 -           set(handles.fcut,'String','2.600');
556 -       case 6 %inox 302
557 -           set(handles.fcut,'String','2.700');

```

Fuente: Propiedad de los autores

Figura 3.46. (Continuación).

```

558 - case 7 %4140
559 -     set(handles.fcut,'String','2.800');
560 - case 8 %Ni-based Inconel X
561 -     set(handles.fcut,'String','3.400');
562 - case 9 %Ni-based Udimet 500
563 -     set(handles.fcut,'String','3.500');
564 - case 10 %Co-based L605
565 -     set(handles.fcut,'String','3.500');
566 - case 11 %Ti (6Al, 4 V)
567 -     set(handles.fcut,'String','2.000');
568 - case 12 %Al 7075-T6
569 -     set(handles.fcut,'String','0.850');
570 - case 13 %Al 6061-T6
571 -     set(handles.fcut,'String','0.750');
572 - end

```

Fuente: Propiedad de los autores.

* Botón borrar gráfico

El botón borrar gráfico se encuentra en todas las interfaces de generación de lóbulos de estabilidad. Este botón permite al usuario borrar solo el gráfico que se ha generado previamente. Su uso se justifica cuando el usuario ha cometido un error al ingresar el valor de un parámetro de entrada o en la selección de un rango, y desea corregirlo. Al presionar el botón, el gráfico queda sin ningún tipo de imagen, lo cual permite generar un nuevo gráfico luego de realizar las respectivas correcciones. A continuación se muestra el código que se ejecuta al oprimir el botón borrar gráfico:

Figura 3.47. Código del botón borrar gráfico.

```

441 % --- Executes on button press in pushbutton2.
442 function pushbutton2_Callback(~, ~, ~)
443 % hObject    handle to pushbutton2 (see GCBO)
444 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
445 % handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
446 cla reset

```

Fuente: Propiedad de los autores.

Se observa en la línea 446 de la Figura 3.47, que se emplea la función `cla reset`, para borrar los axes de la interfaz.

* Botón borrar todo

El botón borrar todo, como su nombre lo indica, borra todos los valores que se encuentren en los textbox de la interfaz y las gráficas que se hayan generado. Esto se emplea con el objetivo de regresar al punto de partida e ingresar nuevamente los valores de los parámetros de entrada. Para lograrlo se tiene que modificar la entrada de cada textbox. Esto se hace llamando cada uno de los textbox con el código que se muestra en la Figura 3.48.

Figura 3.48. Código empleado en el botón borrar todo.

```

455 % --- Executes on button press in pushbutton4.
456 function pushbutton4_Callback(~, ~, handles)
457 % hObject      handle to pushbutton4 (see GCBO)
458 % eventdata    reserved - to be defined in a future version of MATLAB
459 % handles      structure with handles and user data (see GUIDATA)
460 -
461 -   cla
462 -   clr=' ';
463 -   chk1=get(handles.radiobutton1,'value');
464 -   chk2=get(handles.radiobutton2,'value');
465 -   chk3=get(handles.radiobutton3,'value');
466 -
467 -   if chk1 == 1
468 -       set(handles.supwn,'String',clr);
469 -       set(handles.infwn,'String',clr);
470 -       set(handles.sups,'String',clr);
471 -       %set(handles.infz,'String',clr);
472 -       set(handles.suprigid,'String',clr);
473 -       set(handles.fcute,'String',clr);
474 -       set(handles.nlob,'String',clr);
475 -       set(handles.note,'String',clr);
476 -
477 -   elseif chk2 == 1
478 -       set(handles.supwn,'String',clr);
479 -       %set(handles.infwn,'String',clr);
480 -       set(handles.supz,'String',clr);
481 -       set(handles.infz,'String',clr);
482 -       set(handles.suprigid,'String',clr);
483 -       set(handles.fcute,'String',clr);
484 -       set(handles.nlob,'String',clr);
485 -       set(handles.note,'String',clr);
486 -   end
487 -   cla reset

```

Se observa en el código anterior que se emplean los radiobutton definidos para la selección del tercer eje, esto es un caso especial que solamente se presenta en la interfaz para la generación de diagramas en tres dimensiones para el proceso de torneado. Esto se realiza, debido a que se hace un cambio en el tercer eje, se deshabilitan los textbox, y esto permite que las variables que se hayan definido no contengan valores asignados, lo cual genera un error durante la generación de un nuevo diagrama. En general, se emplea la función set para modificar los valores de los textbox que se encuentran declarados en el código, y se cambian por la variables clr que es una variable con carácter vacío (ver línea 461 de la Figura 3.48).

* Botón generar

El botón generar es el botón más importante, debido a que contiene el código de cada uno de los modelos para la generación de los diagramas de lóbulos de estabilidad que se estudian en esta investigación. Además, en este botón se declaran una serie de variables que toman los valores que se ingresan en el panel de parámetros de entrada de todas la interfaces (Ver figura 3.51).

Figura 3.49. Código donde se declaran las variables y se asocian con el textbox correspondiente en el panel de variables usando la función get y eval.

```

262 function pushbutton1_Callback(~, ~, handles)
263 % hObject    handle to pushbutton1 (see GCBO)
264 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
265 % handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
266 -   clr
267 -   set(handles.note,'String',' ');
268 -   %% variables de entrada
269 -   j=eval(get(handles.ndig,'String'));
270 -   kc=eval(get(handles.fcut,'String'));
271 -   lob=eval(get(handles.nlob,'String'));
272 -   chk1=get(handles.radiobutton1,'value');%radio boton para frecuencia natural
273 -   chk2=get(handles.radiobutton2,'value');%radio boton para constrante de amortiguamieto
274 -   chk3=get(handles.radiobutton3,'value');%radio boton para constrante de rigidez
275 -
276 -   z13=eval(get(handles.supz,'String'));%intervalo superior de constante de amortiguamieto
277 -   z23=eval(get(handles.infz,'String'));%intervalo inferiro de conatante de amortiguamiento
278 -   wn13=eval(get(handles.supwn,'String'));%inetevalo superior de frecuencia natural
279 -   wn23=eval(get(handles.infwn,'String'));%intervalo inferior de frecuencia nautral
280 -   ke13=eval(get(handles.suprigid,'String'));%intervalo inferior de rigidez
281 -   ke23=eval(get(handles.infrigid,'String'));%intervalo inferior de rigidez

```

Fuente: Propiedad de los autores.

Se emplea un ciclo if (ver Figura 3.50) para evitar que se generen errores en el programa producto del ingreso de valores incoherentes en los textbox. En caso de

presentarse esta eventualidad, la aplicación mostrará un mensaje dentro del panel de notas.

Figura 3.50. Condicionales del ciclo if que se ejecuta durante la acción del botón generar.

```

%% condicionales
if z13<=0||z23<=0
text='El valor de la constante de amortiguamiento debe ser positivo y distinto de cero';
    set(handles.note,'String',text)
elseif z13<=z23
    text='el valor del limite superior del intervalo de constantes de amortiguamiento no debe ser mayor que el limite inferior';
    set(handles.note,'String',text)
elseif wn13<=0 || wn23<=0
    text='El valor de la frecuencia natural debe ser positivo y distinto de cero';
    set(handles.note,'String',text)
elseif wn13<=wn23
    text='el valor del limite superior del intervalo de la frecuencia natural no debe ser mayor que el limite inferior';
    set(handles.note,'String',text)
elseif ke13<=ke23
    text='el valor del limite superior del intervalo de la constante de rigidez no debe ser mayor que el limite inferior';
    set(handles.note,'String',text)
elseif ke13<=0||ke23<=0
    text='El valor de la constante de rigidez debe ser positivo y distinto de cero';
    set(handles.note,'String',text)
elseif ko<=0
    text='El valor de la constante de fuerza especifica de corte debe ser positivo y distinto de cero';
    set(handles.note,'String',text)
elseif lob<=2
    text='el numero de lobulos debe ser entero positivo mayor que 2 y distinto de cero';
    set(handles.note,'String',text)
else
    if chk1 == 1
        for wn=linspace(wn13,wn23,j)

```

Fuente: Propiedad de los autores.

Si no existe ninguna incoherencia en los valores de los parámetros de entrada, el ciclo terminará y correrá el código de generación de diagramas de lóbulos de estabilidad mostrando el diagrama en el axes que tiene la interfaz.

2.6 METODOLOGÍA PARA LA CREACIÓN DE UNA VERSIÓN .EXE DEL PROGRAMA DE GENERACIÓN DE LÓBULOS DE ESTABILIDAD PARA LOS PROCESOS DE TORNEADO Y FRESADO

Para la generación de la versión en formato .exe de la aplicación informática para generación de diagramas de lóbulos de estabilidad para los procesos de torneado y fresado, se ejecutan una serie de pasos para llevar la aplicación a este tipo de formato, el cual permite ejecutar el programa sin la necesidad de tener Matlab previamente instalado, y donde solo se tiene como requisito instalar las librerías MCR de Matlab. A continuación se describe el proceso que fue llevado a cabo para la generación de este tipo de archivo.

1 En el command window de Matlab se ingresa la función `mbuild -setup`, la cual permite seleccionar el tipo de compilador que se empleará para abrir el código de la interfaz. Posteriormente, al ingresar este comando se despliega una serie de cuadros de textos, y en estos se ingresará la información requerida por Matlab, como la confirmación de la ubicación de compilador, el compilador y la ubicación de este en el ordenador.

Figura 3.51. Cuadro de diálogo para la selección del compilador y la ruta para la ubicación de este.

```
>> mbuild -setup
Please choose your compiler for building standalone MATLAB applications:

Would you like mbuild to locate installed compilers [y]/n? y

Select a compiler:
[1] Lcc-win32 C 2.4.1 in C:\PROGRA~1\MATLAB\R2010b\sys\lcc

[0] None

Compiler: 1

Please verify your choices:

Compiler: Lcc-win32 C 2.4.1
Location: C:\PROGRA~1\MATLAB\R2010b\sys\lcc

Are these correct [y]/n? y

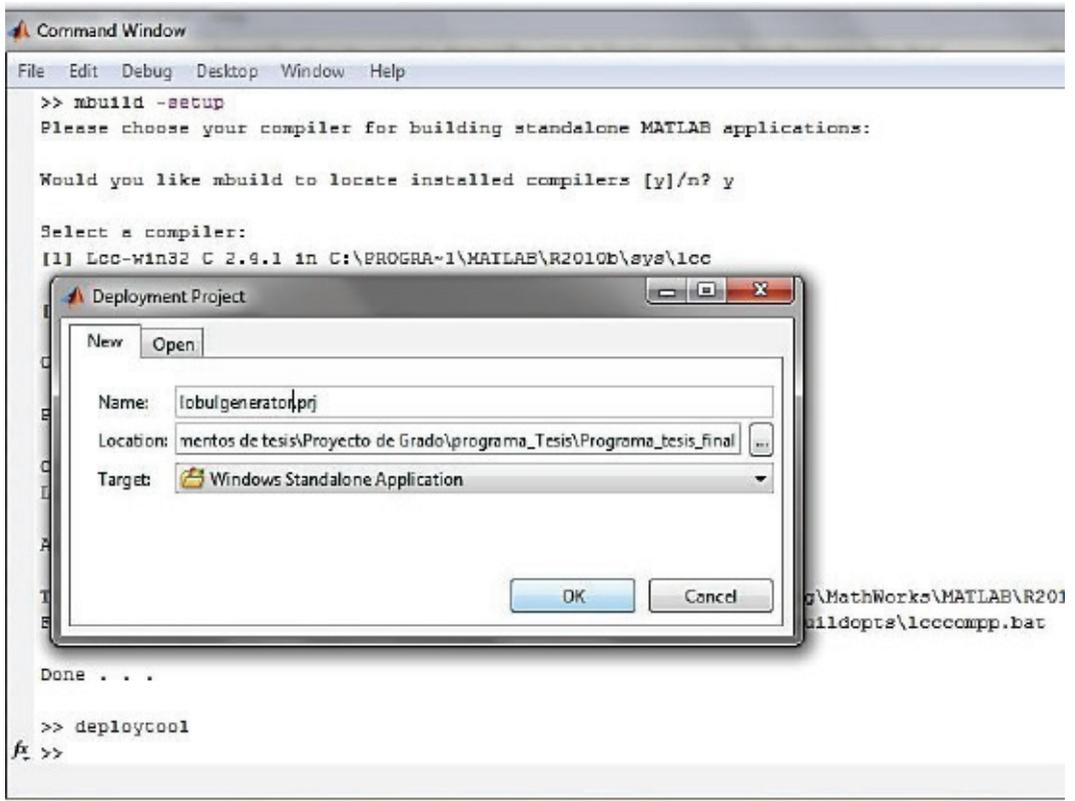
Trying to update options file: C:\Users\Jose Arenas\AppData\Roaming\MathWorks\MATLAB\R2010b\compopts.bat
From template: C:\PROGRA~1\MATLAB\R2010b\bin\win32\mbuildopts\lcccomp.bat

Done . . .

>>
```

2 Posteriormente, luego de haber ingresado todos estos valores se emplea el comando `deploytool`, el cual abre una ventana que permite definir algunas opciones del programa ejecutable, como el nombre y la ubicación del archivo ejecutable.

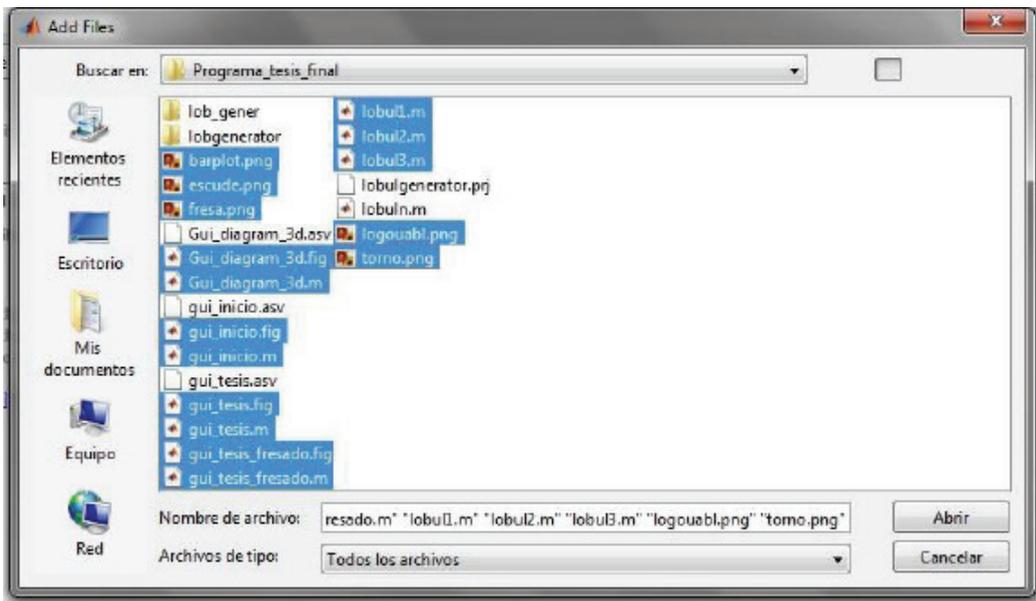
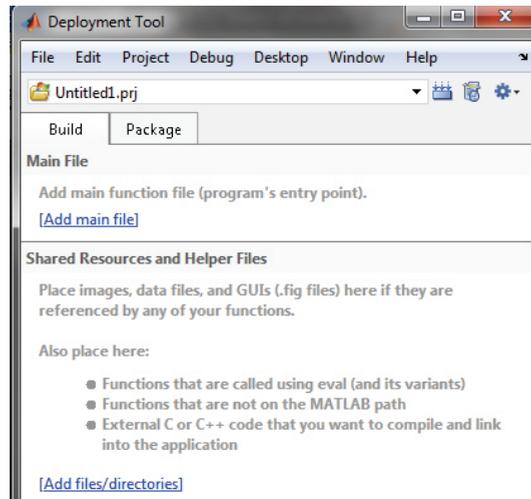
Figura 3.52. Ventana emergente de opciones para el archivo ejecutable.



Fuente: Propiedad de los autores.

3 Luego de dar clic sobre el botón OK en la ventana emergente, se desplegará una ventana que permite adicionar los archivos que hacen parte del programa que se desea llevar a .exe. Se oprime el vínculo "add main file" y se selecciona el archivo `Gui_inico`, que es el primer archivo que muestra el programa al iniciar su ejecución. Y en el vínculo "add file directories", se adjuntan los demás archivos que hacen parte del programa.

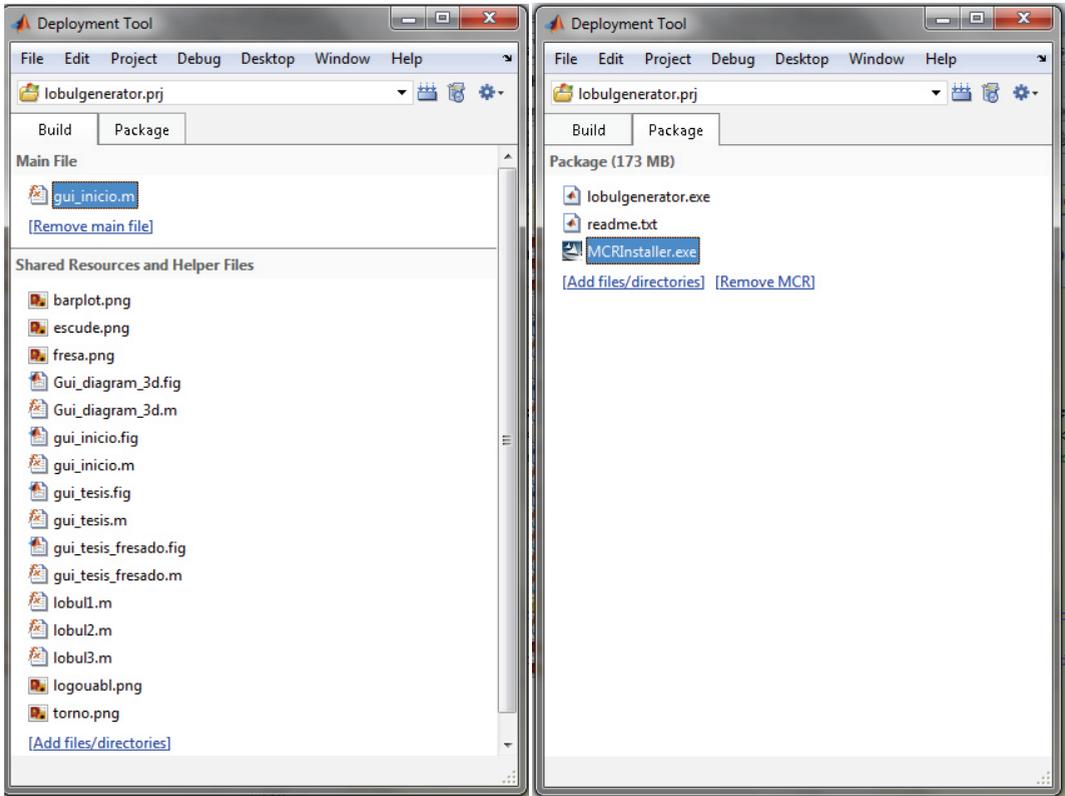
Figura 3.53 Ventanas emergentes y vínculos para el ingreso de archivos pertenecientes al programa que se llevará a .exe.



Fuente: Propiedad de los autores.

4 Luego de seleccionar los archivos antes descritos, se observa que se cargan en la ventana emergente, posteriormente, se selecciona la subventana package y se presiona el vínculo MCRInstalare.exe, que es el archivo que permite instalar las librerías de Matlab en el ordenador.

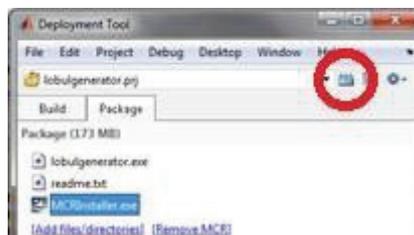
Figura 3.54. Ventanas que aparecen luego de cargar los archivos que hacen parte de la aplicación (izquierda) y la ventana para incluir el instalador de las librerías de Matlab (derecha).



Fuente: Propiedad de los autores.

5 Posteriormente, se presiona el botón build que se encuentra ubicado en la barra de herramientas y que se muestra encerrado en un círculo de color rojo en la Figura 3.55.

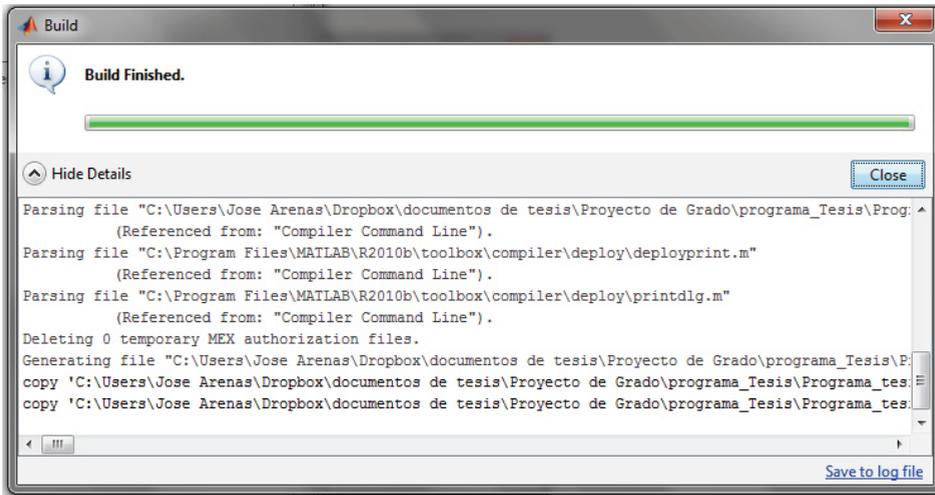
Figura 3.55. Ubicación de botón build en la ventana emergente de deployment tool.



Fuente: Propiedad de los autores.

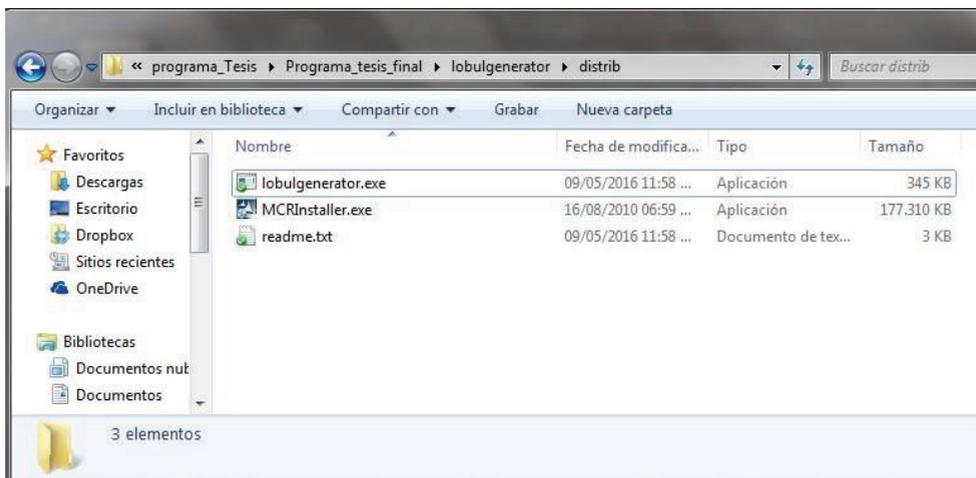
6 Luego se abre una ventana que indica el estado de la conversión del archivo nativo de Matlab a .exe (ver Figura 3.56), al finalizar el conteo de la barra de avance se da clic en OK y se busca en la ruta prestablecida por el usuario el lugar donde se guardó el archivo ejecutable (ver Figura 3.57).

Figura 3.56. Barra de estado para la conversión del archivo nativo en Matlab a .exe



Fuente: Propiedad de los autores.

Figura 3.57. Archivos generados por Matlab para la ejecución de la aplicación en formato .exe



Fuente: Propiedad de los autores.

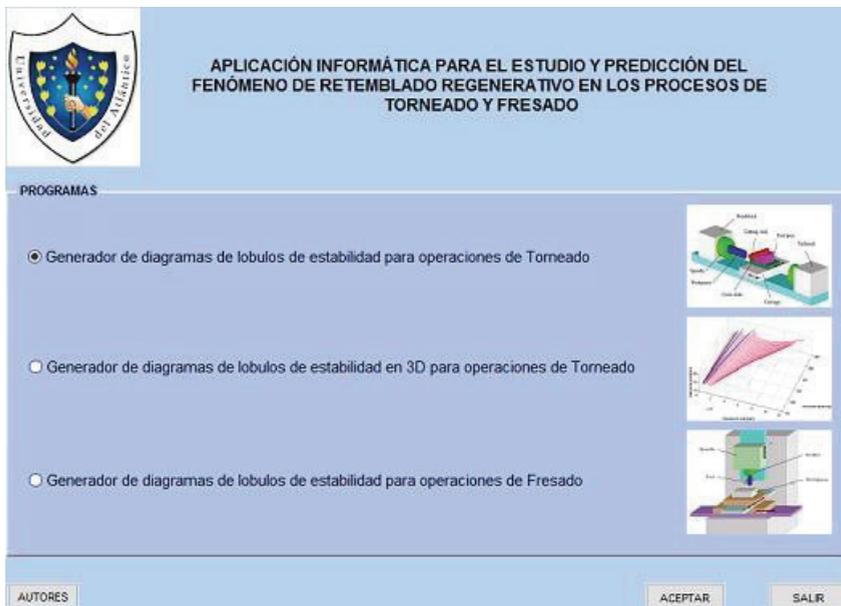
3. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

3.1 APARIENCIA DE LAS INTERFACES GRÁFICAS DE USUARIO DE LA APLICACIÓN

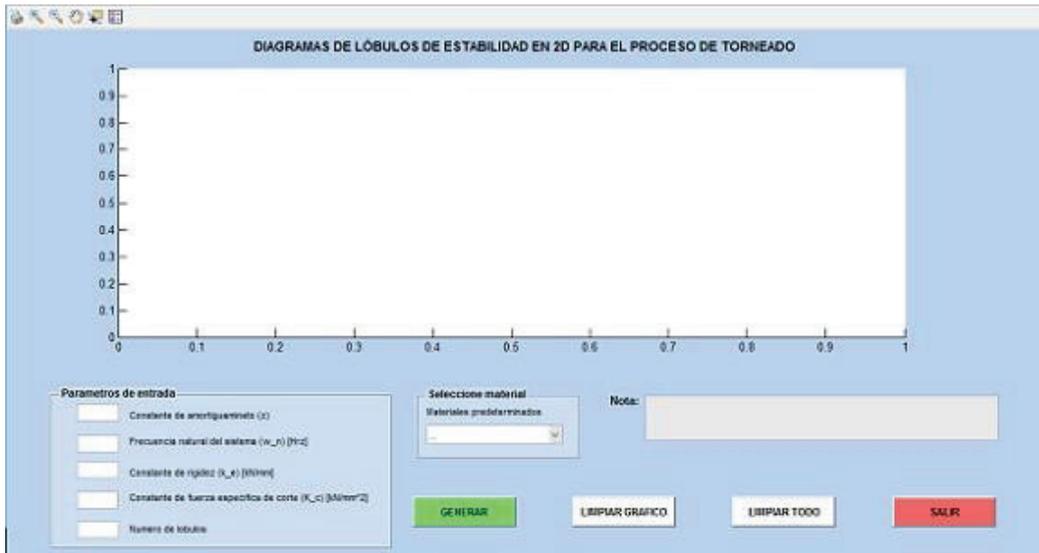
Luego de desarrollar cada uno de los pasos expuestos en la sección 3 de este documento, para la elaboración de los códigos e interfaces gráficas de usuario necesarias para que la aplicación informática cumpla con los objetivos planteados para esta investigación, usando las facilidades que para tal fin posee el software de Matlab, se obtuvo como resultados cuatro interfaces gráficas de usuarios (ver Figura 4.1).

En la Figura 4.1(a) se muestra la interfaz principal de la aplicación, que da la bienvenida al usuario y le permite conocer la información básica de los autores e ingresar a los programas para la generación de los diagramas de lóbulos de estabilidad en dos dimensiones para el proceso de torneado y fresado, y diagramas en tres dimensiones para el proceso de torneado (Figura 4.1 (b), (c) y (d), respectivamente).

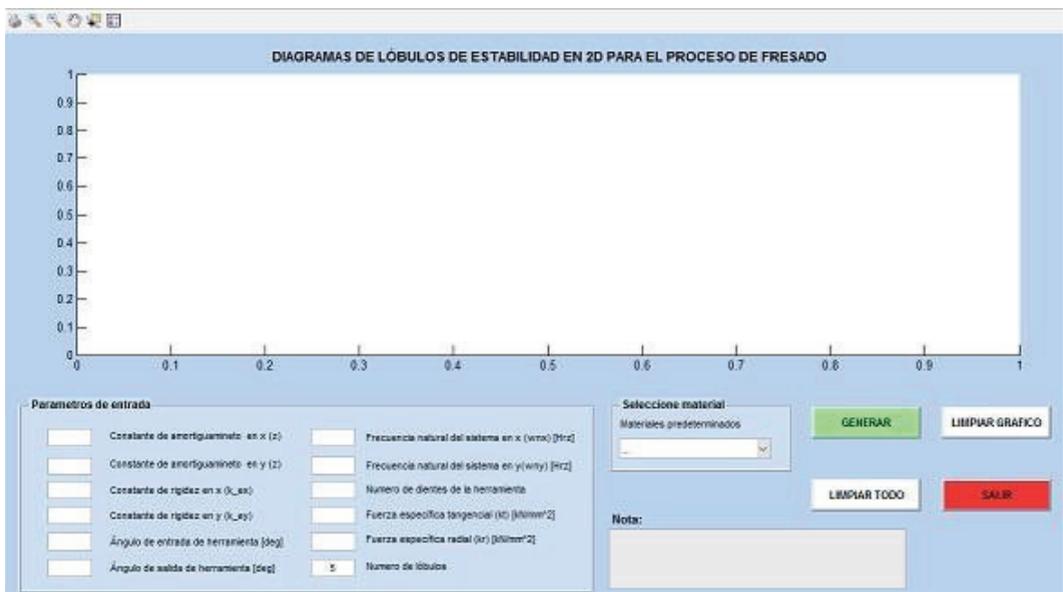
Figura 4.1. Interfaces gráficas de usuarios que posee la aplicación.



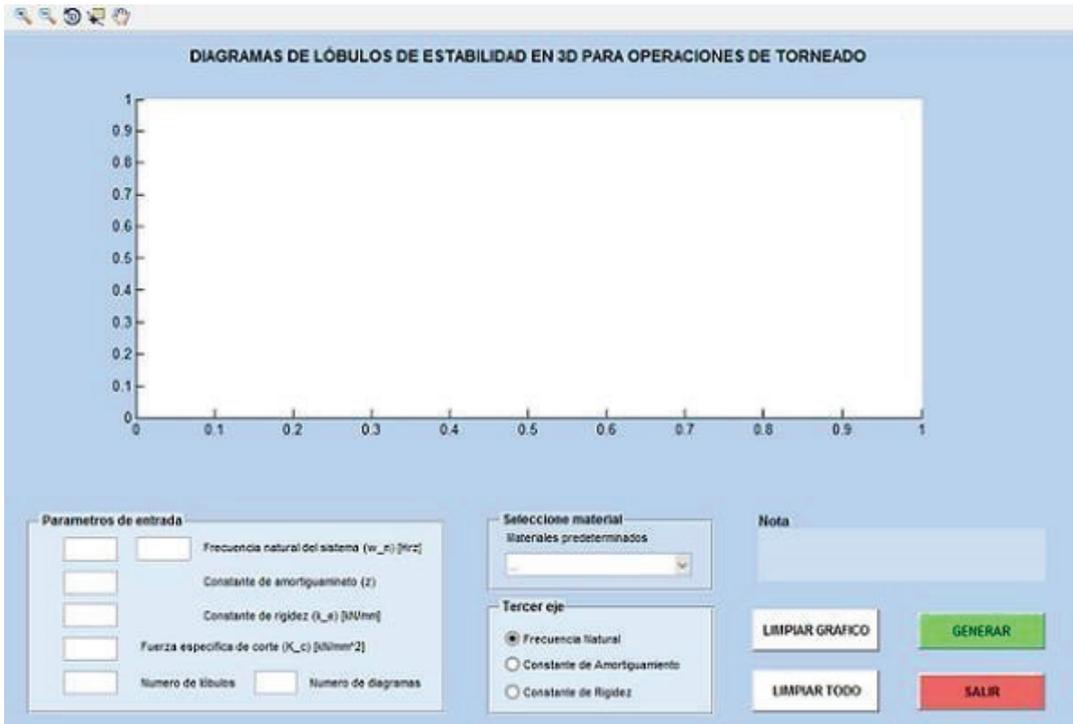
(a)



(b)



(c)



(d)

Fuente: Propiedad de los autores

Para el correcto uso y funcionamiento de la aplicación se construyó un manual de usuario que se encuentra disponible en el anexo 1 de este documento, que cuenta con toda la información concerniente a los requerimientos mínimos con los que debe contar el equipo de cómputo que será usado, softwares necesarios para el funcionamiento de la aplicación, cómo ejecutar la aplicación, cómo usar cada uno de los tres generadores de diagramas y cada una de las opciones con la que estos cuentan, además de un listado completo de todos los posibles errores que se pueden presentar a la hora de generar un diagrama.

3.2 VALIDACIÓN DE RESULTADOS

Como se estableció dentro de los objetivos de esta investigación, los resultados obtenidos con la aplicación serán validados mediante su comparación con casos reportados en la literatura, para verificar su funcionalidad y confiabilidad. Para cada generador de diagramas de lóbulos de estabilidad (torneado, fresado y torneado 3D) se expon-

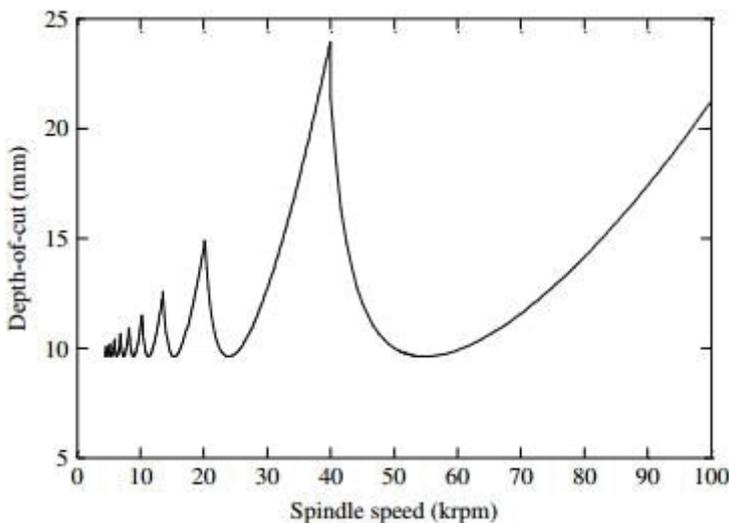
drán dos casos tomados de textos especializados o artículos científicos, que serán comparados de manera gráfica mediante la superposición de los diagramas y, en lo posible, numéricamente cuando los casos nos brinden información del valor resultante de alguna de las variables que interviene en la generación de los diagramas.

Para realizar una mejor y correcta comparación gráfica, los rangos de los ejes de la figura que contiene el diagrama de lóbulos de estabilidad calculado con la aplicación, se establecerán iguales a los del diagrama de referencia y el color de la línea se cambiará de color azul (por defecto), a verde en todos los casos.

3.2.1 VALIDACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON EL GENERADOR DE DIAGRAMAS DE LÓBULOS DE ESTABILIDAD EN DOS DIMENSIONES PARA UN PROCESO DE TORNEADO

Iniciaremos tomando el ejemplo 1 del capítulo 35 del “Vibration and Shock Handbook” editado por Clarence W. de Silva de la editorial Taylor & Francis Group Imprint. En este ejemplo se genera el diagrama de lóbulos de estabilidad para un proceso de torneado que se observa en la Figura 4.2, usando los parámetros de entrada que se muestran en la Tabla 4.1.

Figura 4.2. Diagrama de lóbulos de estabilidad de referencia No. 1 para un proceso de torneado usando los valores de la tabla 4.1.



Con el generador de diagramas de lóbulos de estabilidad en dos dimensiones para el proceso de torneado y usando los datos de la Tabla 4.1, se obtuvo el diagrama de lóbulos que se muestra en la Figura 4.3.

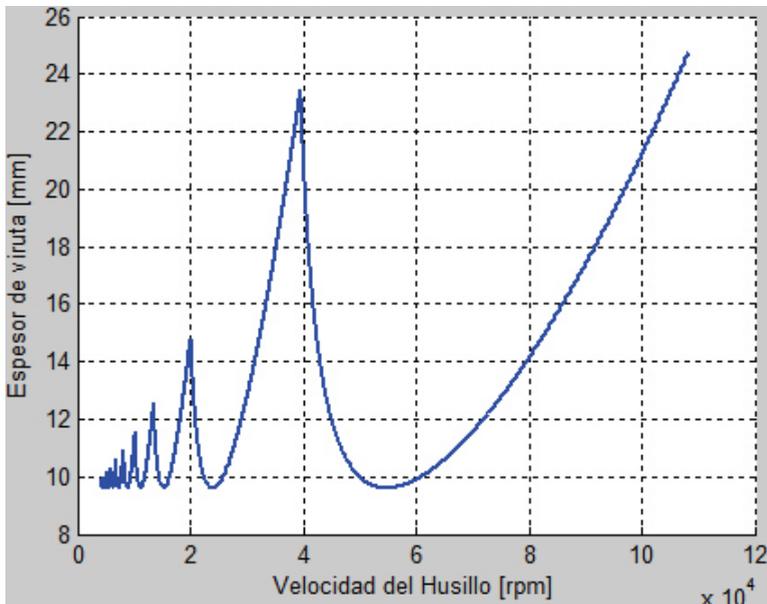
Luego se procedió a sobreponer el diagrama de referencia y el calculado, como se muestra en la Figura 4.4.

Tabla 4.1. Parámetros de entrada de referencia No.1 para un proceso de torneado.

Parámetros de entrada	Valor	Unidades
Frecuencia natural	600	Hz
Constante de amortiguamiento	0.2	Adimensional
Constante de rigidez	12	kN/mm
Fuerza específica de corte	0.6	kN/mm ²
Número de lóbulos de estabilidad	10	Adimensional

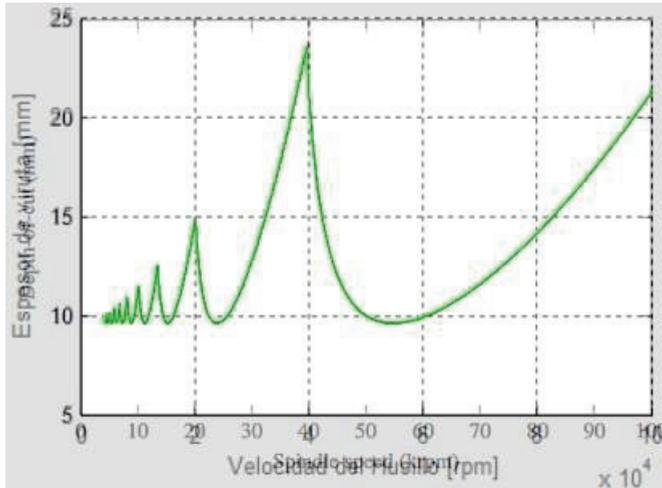
Fuente: Propiedad de los autores.

Figura 4.3. Diagrama de lóbulos de estabilidad calculado No. 1 para un proceso de torneado usando los valores de la tabla 4.1.



Fuente: Propiedad de los autores.

Figura 4.4. Comparación No.1 de diagramas de lóbulos de estabilidad para un proceso de torneado.



Fuente: Propiedad de los autores

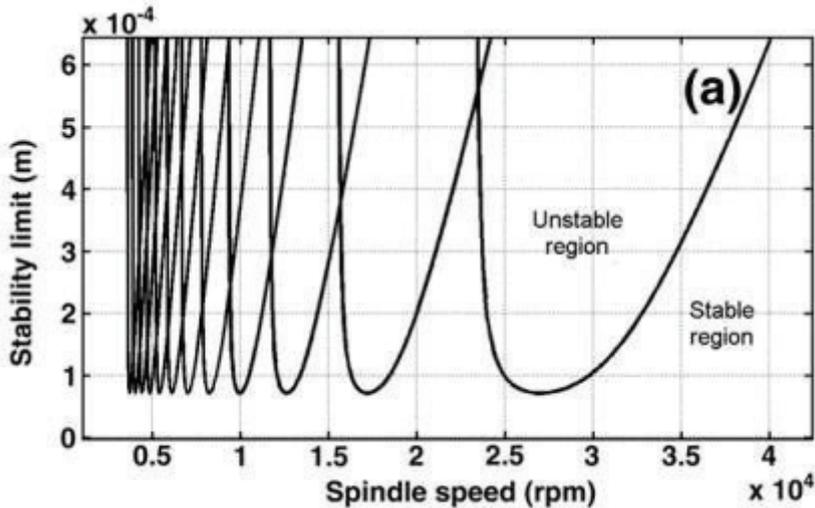
Como se puede apreciar en la Figura 4.4, el diagrama calculado (Figura 4.2) por la aplicación es exactamente igual al diagrama de referencia No. 1 (Figura 4.3.).

Para la segunda validación del generador de diagramas de lóbulos de estabilidad para el proceso de torneado, se usó el ejercicio que se encuentra en la página 166 del artículo científico llamado “Linear analysis of chatter vibration and stability for orthogonal cutting in turning”, escrito por Erol Turkes publicado en el International Journal of Refractory Metals and Hard Materials. En este ejemplo, se genera el diagrama de lóbulos de estabilidad para un proceso de torneado que se observa en la Figura 4.5, usando los parámetros de entrada que se muestran en la Tabla 4.2. En la Figura 4.5 podemos notar que el diagrama de referencia No. 2 se generó sin depurar los datos no relevantes.

Con el generador de diagramas de lóbulos de estabilidad en dos dimensiones para el proceso de torneado y, usando los datos de la Tabla 4.2, se obtuvo el diagrama de lóbulos de estabilidad que se muestra en la Figura 4.6.

Para su comparación, el diagrama de referencia y el diagrama calculado para el caso número 2 para un proceso de torneado, fueron sobrepuestos como puede observarse en la Figura 4.7.

Figura 4.5. Diagrama de lóbulos de estabilidad de referencia No. 2 para un proceso de torneado usando los valores de la tabla 4.2.



Fuente: Linear analysis of chatter vibration and stability for orthogonal cutting in turning. Erol Turkes, et al. 2011, p. 166.

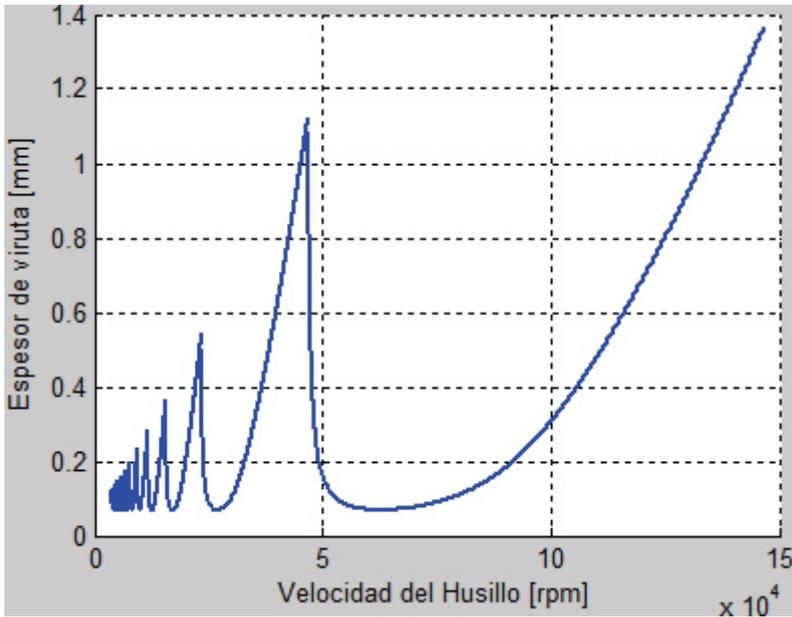
En la Figura 4.7 se puede constatar cómo el diagrama calculado por la aplicación calza a la perfección sobre el diagrama de referencia.

Tabla 4.2. Parámetros de entrada de referencia No. 2 para un proceso de torneado.

Parámetros de entrada	Valor	Unidades
Frecuencia natural	773	Hz
Constante de amortiguamiento	0.02	Adimensional
Constante de rigidez	1k	N/mm
Fuerza específica de corte	1.67k	N/mm ²
Número de lóbulos de estabilidad	12	Adimensional

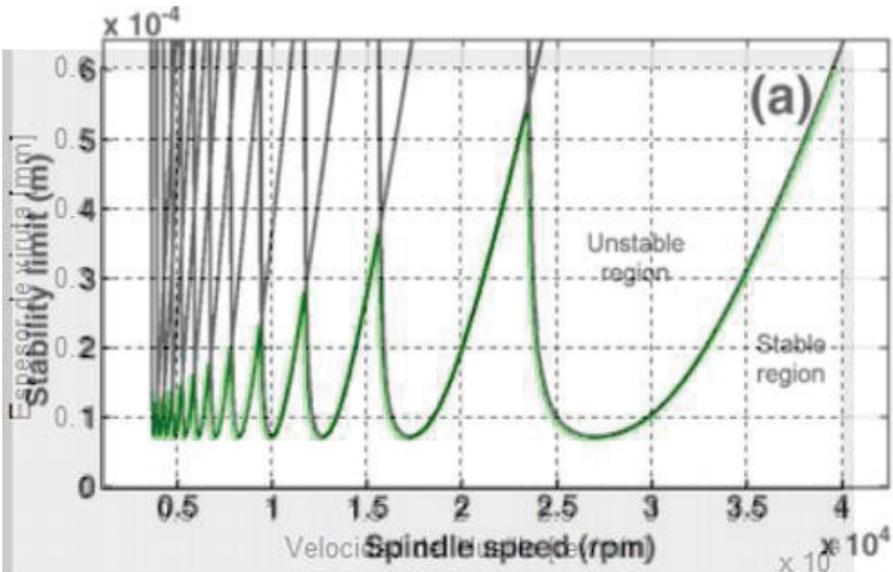
Fuente: Propiedad de los autores

Figura 4.6. Diagrama de lóbulos de estabilidad calculado No. 2 para un proceso de torneado usando los valores de la tabla 4.2.



Fuente: Propiedad de los autores

Figura 4.7. Comparación No.2 de diagramas de lóbulos de estabilidad para un proceso de torneado.



Fuente: Propiedad de los autores.

3.2.2 VALIDACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON EL GENERADOR DE DIAGRAMAS DE LÓBULOS DE ESTABILIDAD EN DOS DIMENSIONES PARA UN PROCESO DE FRESADO

Para la primera validación se usó el ejemplo 4.3.7 del libro “Machining Dynamics: Frequency Response to Improved Productivity”, escrito por Tony Schmitz y Kevin Smith, y publicado por la editorial Springer. En este ejemplo, los autores usaron los parámetros de entrada que se muestran en la Tabla 4.3 para obtener el diagrama de lóbulos de estabilidad sin depuración de los datos no relevantes (línea continua de color azul), que se muestra en la Figura 4.8. Además, este ejemplo da a conocer el valor calculado de los cuatro coeficientes dinámicos direccionales de la fuerza de fresado, que se muestran a continuación:

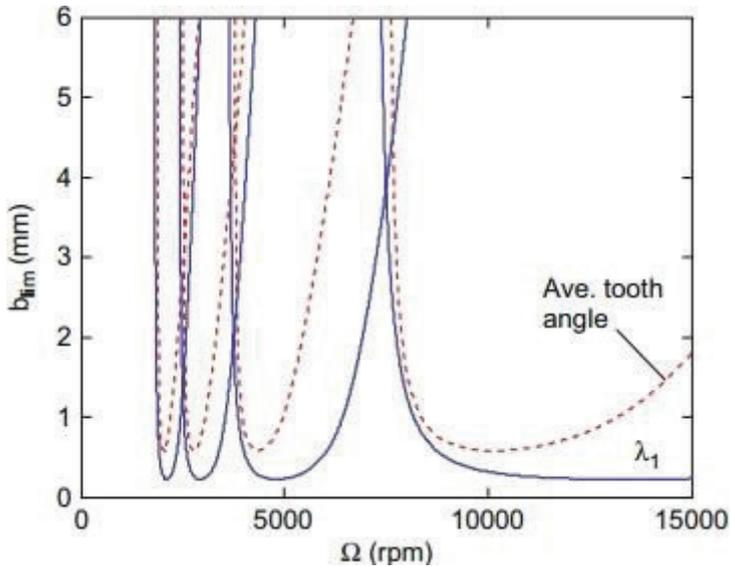
$$\alpha_{xx} = -1.2693 \quad \alpha_{xy} = -3.1416 \quad \alpha_{yx} = 3.1416 \quad \alpha_{yy} = -1.2693$$

Estos valores son comparados más adelante con los que calcule la aplicación.

Tabla 4.3. Parámetros de entrada de referencia No.1 para un proceso de fresado.

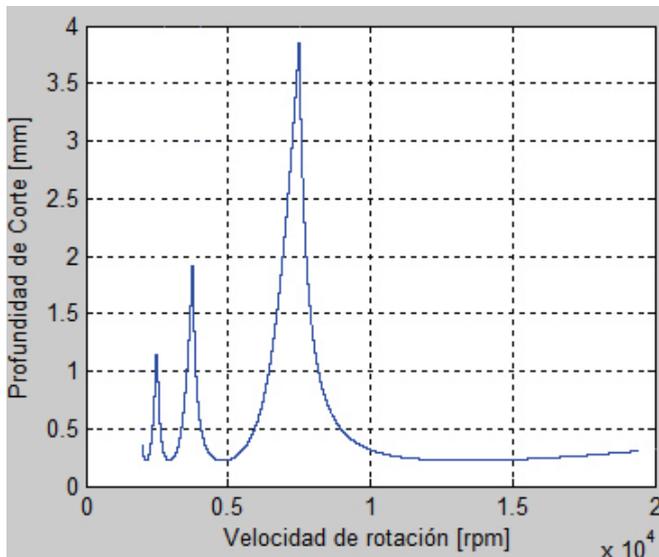
Parámetros de entrada	Valor	Unidades
Constante tangencial de corte	0.695k	N/mm ²
Constante normal de corte	0.404	Adimensional
Número de dientes de la herramienta	4	Adimensional
Frecuencia natural en la dirección x	500	Hz
Frecuencia natural en la dirección y	500	Hz
HzConstante de amortiguamiento en la dirección x	0.02	Adimensional
Constante de amortiguamiento en la dirección y	0.02	Adimensional
Constante de rigidez en la en la dirección x	8×10^6	kN/mm
Constante de rigidez en la en la dirección y	8×10^6	kN/mm
Ángulo de entrada	0	Grados (°)
Ángulo de salida	180	Grados (°)
Número de lóbulos de estabilidad	4	Adimensional

Figura 4.8. Diagrama de lóbulos de estabilidad de referencia No. 1 para un proceso de fresado usando los valores de la tabla 4.3.



Fuente: Machining Dynamics: Frequency Response to Improved Productivity, Tony Schmitz y Kevin Smith. 2009, p. 135.

Figura 4.9. Diagrama de lóbulos de estabilidad calculado No. 1 para un proceso de fresado usando los valores de la tabla 4.3.



Fuente: Propiedad de los autores

Con el generador de diagramas de lóbulos de estabilidad en dos dimensiones para el proceso de fresado, e ingresando los datos contenidos en la Tabla 4.3, se obtuvo el diagrama de lóbulos que se muestra en la Figura 4.9 y, consultando el workspace de Matlab®, el valor de los coeficientes direccionales de la fuerza calculados por la aplicación se muestran en la figura 4.10.

Figura 4.10. Valor de los coeficientes direccionales de la fuerza de fresado calculados por la aplicación.

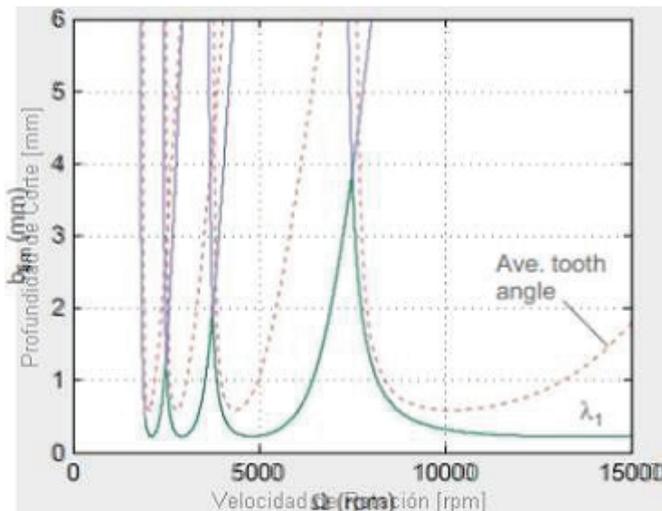


Name	Value	Min	Max
alpha_xx	-1.2692	-1.2692	-1.2692
alpha_xy	-3.1416	-3.1416	-3.1416
alpha_yx	3.1416	3.1416	3.1416
alpha_yy	-1.2692	-1.2692	-1.2692

Fuente: Propiedad de los autores

Comparando los valores de los coeficientes que se muestran en la Figura 4.10 dentro de un cuadro rojo, con los que nos muestra el ejemplo, se puede apreciar que son exactamente iguales a excepción de α_{xx} y α_{yy} que difieren en 0.0001. Podemos afirmar que, al sobreponer el diagrama de calculado sobre el de referencia, como se observa en la Figura 4.11, que estas diferencias no son significativas, ya que ambos diagramas no presentan discrepancia alguna.

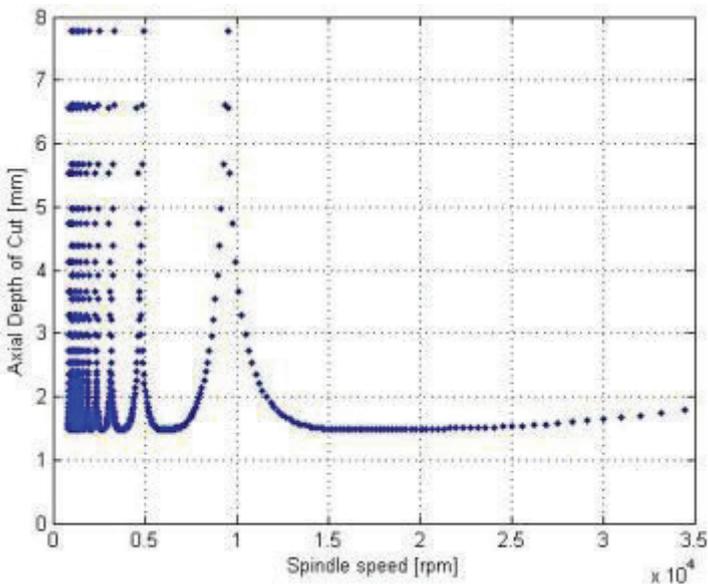
Figura 4.11. Comparación No.1 de diagramas de lóbulos de estabilidad para un proceso de fresado.



Fuente: Propiedad de los autores

Para nuestro segundo caso en fresado, se utilizó el ejercicio que se encuentra en la página 7794 del artículo científico llamado “Computational algorithm ase don Altintas model for cutting dynamics of end milling process”, presentado por Gabriel B. de Menezes Silva y Ana Carla Araújo en el 22nd International Congress of Mechanical Engineering. En este ejemplo, se genera el diagrama de lóbulos de estabilidad para un proceso de fresado que se observa en la Figura 4.12, usando los parámetros de entrada que se muestran en la Tabla 4.4. En la Figura 4.12 podemos notar que el diagrama de referencia se generó sin excluir los datos no relevantes de la gráfica.

Figura 4.12. Diagrama de lóbulos de estabilidad de referencia No. 2 para un proceso de fresado usando los valores de la tabla 4.4.



Fuente: Propiedad de los autores

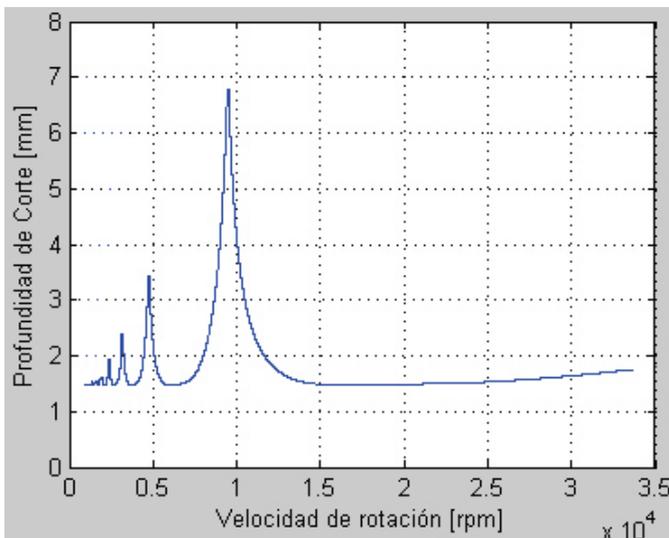
Con el generador de diagramas de lóbulos de estabilidad para proceso de fresado y usando los datos de la tabla 4.4, se obtuvo el diagrama que se muestra en la Figura 4.13.

Tabla 4.4. Parámetros de entrada de referencia No.2 para un proceso de fresado.

Parámetros de entrada	Valor	Unidades
Constante tangencial de corte	600	kN/mm ²
Constante normal de corte	0.007	Adimensional
Número de dientes de la herramienta	4	Adimensional
Frecuencia natural en la dirección x	593.75	Hz
Frecuencia natural en la dirección y	675	Hz
Constante de amortiguamiento en la dirección x	0.039	Adimensional
Constante de amortiguamiento en la dirección y	0.035	Adimensional
Constante de rigidez en la en la dirección x	5.59x10 ⁶	kN/mm
Constante de rigidez en la en la dirección y	5.71x10 ⁶	kN/mm
Ángulo de entrada	0	Grados (°)
Ángulo de salida	60	Grados (°)
Número de lóbulos de estabilidad	10	Adimensional

Fuente: Propiedad de los autores

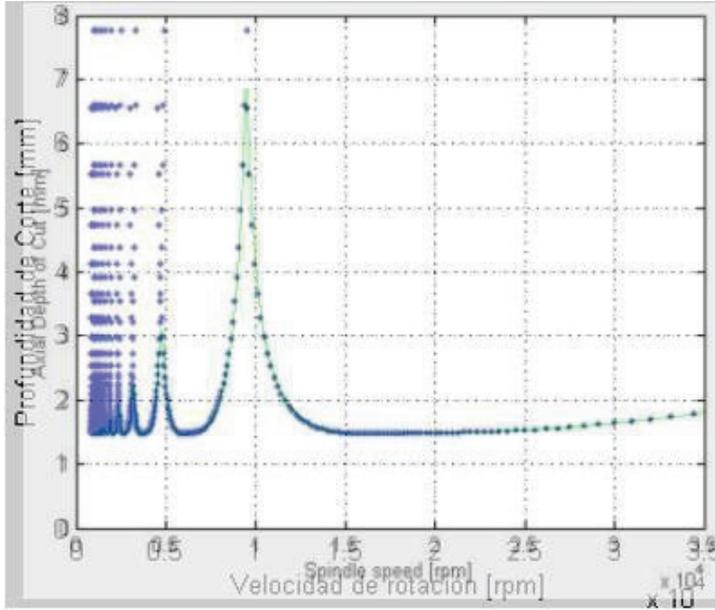
Figura 4.13. Diagrama de lóbulos de estabilidad de calculado No. 2 para un proceso de fresado usando los valores de la tabla 4.4.



Fuente: Propiedad de los autores

Al sobreponer el diagrama de referencia y el calculado por la aplicación para este caso, como puede observarse en la Figura 4.14, nos damos cuenta que el calculado es exactamente igual.

Figura 4.14. Comparación No.2 de diagramas de lóbulos de estabilidad para un proceso de fresado.



Fuente: Propiedad de los autores

3.2.3 VALIDACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON EL GENERADOR DE DIAGRAMAS DE LÓBULOS DE ESTABILIDAD EN TRES DIMENSIONES PARA UN PROCESO DE TORNEADO

Debido a que este tipo de diagrama de lóbulos de estabilidad en tres dimensiones (3D) para un proceso de torneado, es una opción que se diseñó para estudiar el comportamiento de la estabilidad del sistema bajo ciertos rangos de valores de frecuencia natural, constante de amortiguamiento o constante de rigidez, que establece directamente el usuario dentro de la aplicación, es algo nuevo, no ha sido posible encontrar ejercicios en la literatura con los cuales comparar directamente los resultados obtenidos con esta herramienta. Es por esto que, para validar este generador de diagramas en tres dimensiones, se usa la segunda parte del ejemplo 1 del capítulo 35 del *Vibration and Shock Handbook* editado por Clarence W. de Silva de la editorial Taylor & Francis Group Imprint, en el cual, basado en los mismos

parámetros de entrada (Tabla 4.1), se procedió a realizar dos casos de estudio que se son expuestos a continuación:

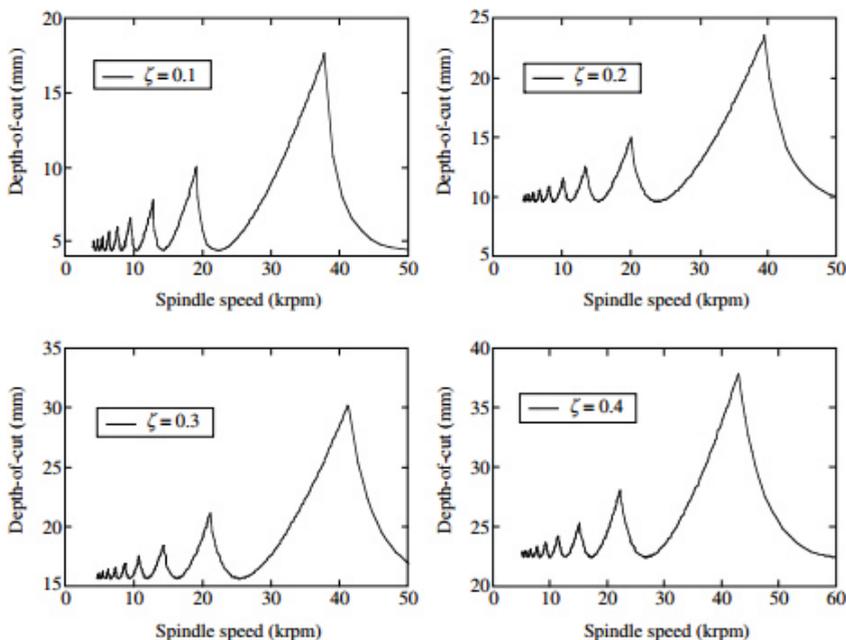
1 Diagramas de lóbulos de estabilidad para $\zeta = 0.1, 0.2, 0.3$ y 0.4

En la Figura 4.15 se observan los cuatro diagramas de referencia para este primer caso de estudio.

En la aplicación se procedió a ingresar los parámetros de entrada que se encuentran en la Tabla 4.1, y se estableció un rango desde 0.1 hasta 0.4, para la constante de amortiguamiento del sistema, y se graficaron igual número de diagramas que en el ejemplo (4 diagramas). De esta manera, se generó el diagrama en tres dimensiones que se muestra en la Figura 4.16.

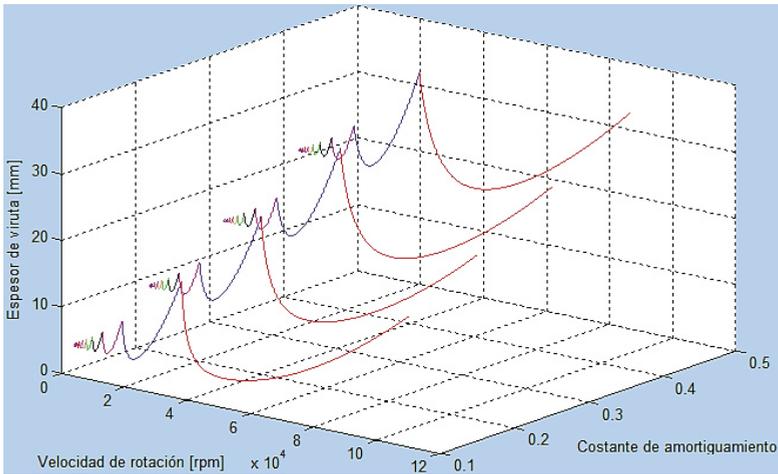
Para obtener una mejor visualización de la información que nos entregan los diagramas generados por la aplicación, se usó la herramienta de rotación del gráfico que se encuentra en la parte superior izquierda de la ventana, para fijar el gráfico en las coordenadas x (profundidad de corte) y y (velocidad de rotación), como se muestra en la Figura 4.17.

Figura 4.15. Diagramas de lóbulos de estabilidad de referencia para distintos valores de ζ .



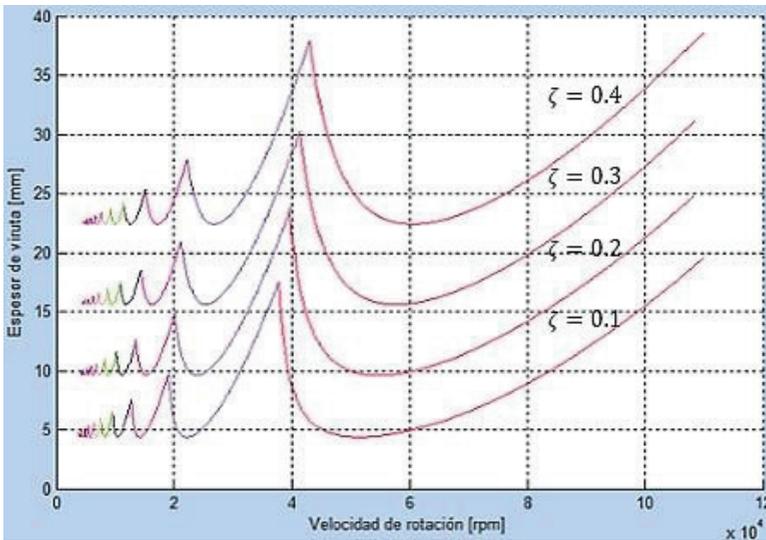
Al comparar la información de los cuatro diagramas que se encuentran en la Figura 4.17 con los de la Figura 4.15, podemos afirmar que la información que nos entrega la aplicación para cada uno de los cuatro diagramas es completamente igual a los de referencia.

Figura 4.16. Diagrama de lóbulos de estabilidad en tres dimensiones para un proceso de torneado con un rango de valores de ζ de 0.1 a 0.4.



Fuente: Propiedad de los autores

Figura 4.17. Diagrama de lóbulos de estabilidad en 3D para un proceso de torneado para distintos valores de ζ , fijado en sus coordenadas x y y .

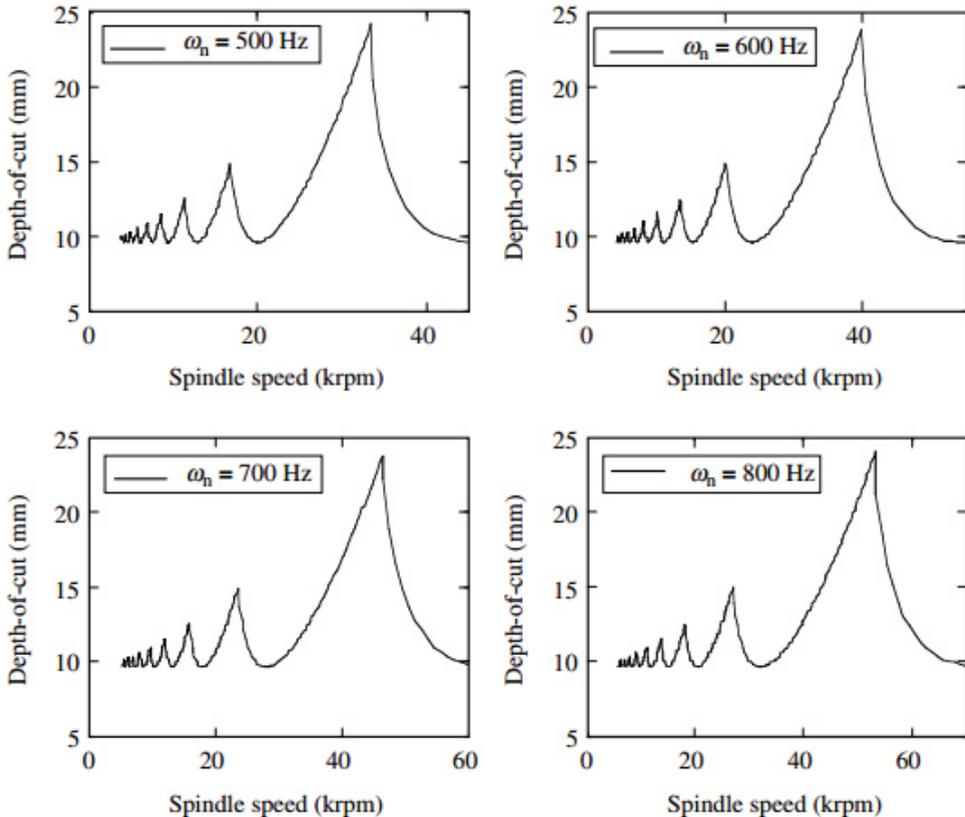


Fuente: Propiedad de los autores

2 Diagramas de lóbulos de estabilidad para $\omega_n = 500, 600, 700$ y 800 Hz

En la Figura 4.18, se observan los cuatro diagramas de referencia para este segundo caso de estudio.

Figura 4.18. Diagramas de lóbulos de estabilidad para distintos valores de ω_n .



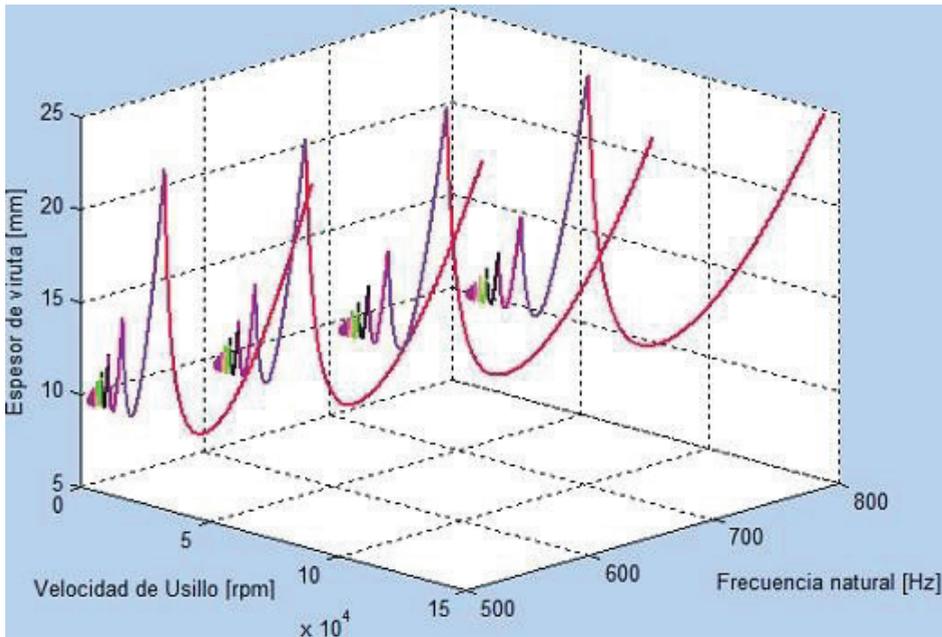
Fuente: Vibration and Shock Handbook, Clarence w. de Silva. 2005, p. 35-8.

En la aplicación se procedió a ingresar los parámetros de entrada que se encuentran en la Tabla 4.1 y se estableció un rango de 500 a 800 Hz para la frecuencia natural del sistema, y se graficaron igual número de diagramas que en la Figura 4.8 (4 diagramas). Así, se obtuvo el diagrama en tres dimensiones que se muestra en la Figura 4.19.

Para apreciar mejor la información que nos entrega el diagrama en tres dimensiones generado por la aplicación para este segundo caso, al igual que en el caso anterior, se usó la herramienta de rotación del

gráfico que se encuentra en la parte superior izquierda de la ventana para fijar el gráfico en las coordenadas x (profundidad de Corte) y y (velocidad de rotación), como se muestra en la Figura 4.20. En esta última figura, es más difícil apreciar las líneas que describen cada uno de los cuatros diagramas generados a medida que la velocidad de rotación disminuye, por lo que la comparación con los diagramas de referencia es de mucho más cuidado que en el caso anterior.

Figura 4.19. Diagrama de lóbulos de estabilidad en tres dimensiones para un proceso de torneado con un rango de valores de ω_n de 500 a 800 Hz.

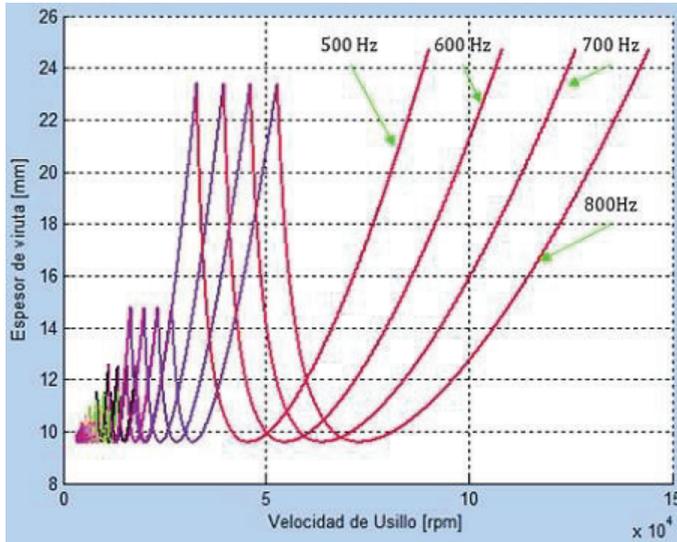


Fuente: Vibration and Shock Handbook, Clarence w. de Silva. 2005, p. 35-8.

Al comparar los cuatros diagramas de lóbulos de estabilidad que contiene el gráfico en tres dimensiones (Figura 4.19 y 4.20) que fueron calculados por la aplicación, con los cuatro que se muestran de la Figura 4.18, se puede notar que los diagramas generados por la aplicación, son idénticos a los de la referencia.

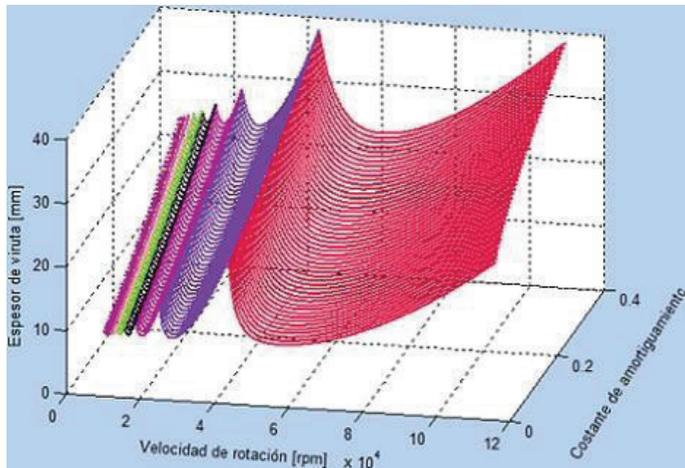
Si se aumenta el número de diagramas para cada uno de los gráficos en tres dimensiones calculados en esta sección, se generan las superficies de estabilidad límites que se observan en la Figura 4.21 y 4.22 para el rango establecido previamente para ζ y ω_n , respectivamente.

Figura 4.20. Diagrama de lóbulos de estabilidad en tres dimensiones para un proceso de torneado No. 2 después de ser fijado en sus coordenados x y y



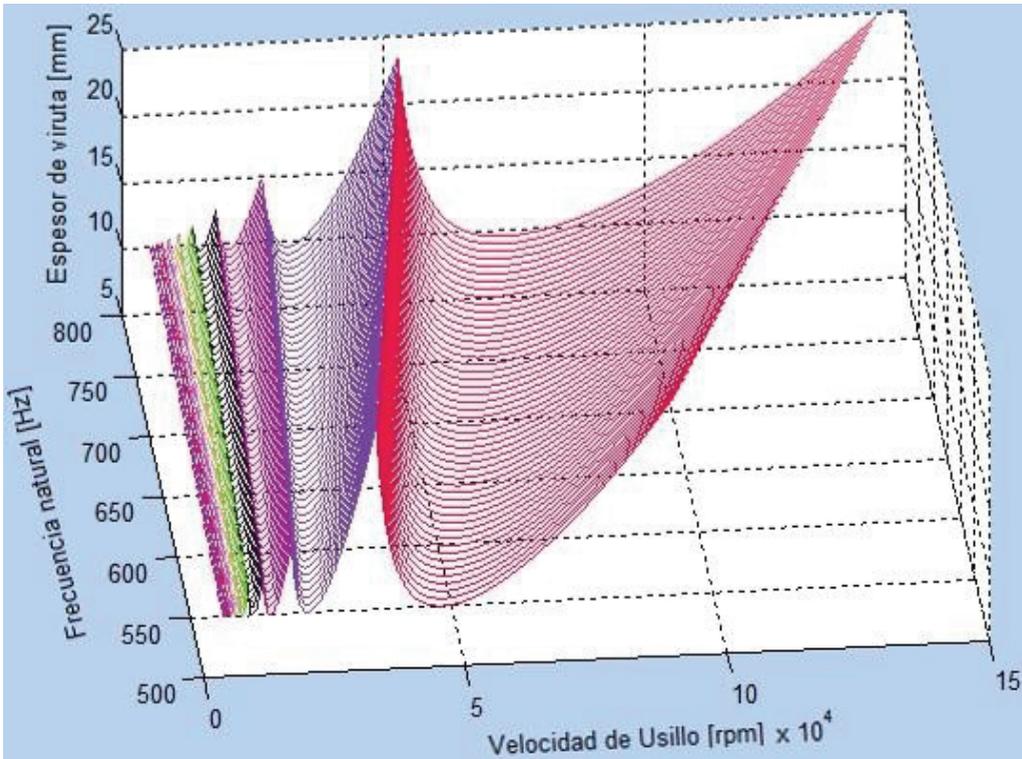
Fuente: Propiedad de los autores.

Figura 4.21. Superficie de estabilidad límite para un proceso de torneado bajo un rango de ζ de 0.1 hasta 0.4.



Fuente: Propiedad de los autores.

Figura 4.22. Superficie de estabilidad límite para un proceso de torneado bajo un rango de ω_n de 500 hasta 800 Hz.



Fuente: Propiedad de los autores.

Gracias a estas superficies se pueden ilustrar los efectos (comportamiento o tendencia) de cambios en la constante de amortiguamiento y la frecuencia natural sobre la estabilidad del sistema vibratorio medido en los diagramas, que para el caso de la Figura 4.21, al aumentar el valor de la constante de amortiguamiento, se obtiene mayor profundidad de corte bajo condiciones estables y, en el caso de la Figura 4.22, ante el aumento de la frecuencia natural, se gana mayor velocidad de rotación bajo condiciones de corte dinámicamente estables.

4. CONCLUSIONES Y CONSIDERACIONES FINALES

Se llevó a cabo el estudio exhaustivo del modelo que describe la mecánica del proceso de corte ortogonal, así como de la teoría que fundamenta las vibraciones mecánicas, haciendo énfasis en las teóricas relacionadas con el fenómeno del retemblado, para luego desarrollar correctamente los códigos computacionales que, una vez dispuestos dentro de cada una de las tres interfaces gráficas que componen esta aplicación informática, permitan calcular diagramas de lóbulos de estabilidad en dos dimensiones para los procesos de torneado y fresado, y en tres dimensiones para el proceso de torneado usando los modelos de Altintas y Budak, en los cuales se asume un modelo de corte de tipo ortogonal en una y dos dimensiones (torneado y fresado respectivamente), con los cuales es posible predecir y estudiar la ocurrencia del fenómeno del retemblado regenerativo en estas dos operaciones de mecanizado.

Los diagramas de lóbulos de estabilidad que proporciona la aplicación, brindan información valiosa acerca de la estabilidad del proceso de corte para operaciones de torneado y fresado, específicamente, permiten conocer los rangos de velocidades de rotación del husillo y espesores de viruta a los cuales la operación de corte será dinámicamente estable y libre del indeseable fenómeno del retemblado que, como se comentó al principio de este documento, afecta negativamente la productividad de la operación, produciendo un rápido desgaste de la herramienta de corte, generando acabados superficiales de muy mala calidad, lo cual representa un aumento significativo en los tiempos de producción y, por ende, de los costos asociados al proceso productivo.

Los diagramas de lóbulos de estabilidad permiten obtener, bajo condiciones de corte dinámicamente estables, el mayor rendimiento posible de la máquina herramienta (Mecanizado de alta velocidad), logrando altas tasas de remoción de material, un menor desgaste de la herramienta de corte y buenos acabados superficiales de la pieza mecanizada, aumentando significativamente la productividad de la operación de fabricación.

Para la depuración de los lóbulos de estabilidad se desarrolló e implementó una metodología para la elaboración de un código computacional adicional que es único. Con el cual se logran eliminar los datos que no son de importancia dentro del diagrama de estabilidad, y se mejora el tiempo de procesamiento de los datos al momento de generar estas gráficas particulares, permitiendo al usuario, desde un equipo de cómputo de bajo o mediano rendimiento, obtener diagramas de lóbulos de estabilidad que muestren la información en poco tiempo y de manera más clara.

Cada uno de los diagramas de estabilidad generados por la aplicación brindan datos confiables, como puede observarse en la sección anterior, donde los diagramas que genera cada interfaz de la aplicación es sometida en dos oportunidades a su

comparación (gráfica y en lo posible numérica), con casos que se encuentran reportados en literatura especializada, en donde se apreció cómo los diagramas de lóbulos que entrega la aplicación para cada uno de los casos, es exactamente igual al de referencia, los cuales son calculados por autores que poseen un amplio dominio en el tema y son reconocidos por sus destacadas publicaciones e investigaciones en retemblado regenerativo y las vibraciones en máquinas herramientas. En varias de estas publicaciones se puede observar la efectividad que esta clase de herramientas informáticas tiene en la práctica.

La aplicación cuenta con interfaces gráficas que, además de hacer sencilla la generación y manipulación de los diagramas de lóbulos de estabilidad, proporcionan al usuario una agradable experiencia a la hora de utilizarla. Además, en el anexo 1 se cuenta con un manual de usuario que, de forma detallada, le permite al usuario hacer uso correcto de la aplicación y garantizar la óptima funcionalidad de la misma.

Después de estudiar los diagramas de lóbulos de estabilidad, tanto para procesos de torneado y fresado, se puede afirmar que, a medida que aumenta la velocidad rotacional del husillo, aumenta también de manera significativa la tasa de arranque de material debido a que a altas rpm, existen zonas estables (bolsillos) de mayor tamaño en el diagramas, donde se pueden seleccionar profundidades de corte más altas; por el contrario, a bajas rpm (≤ 2000 rpm), los lóbulos de estabilidad se acercan mucho entre sí, haciendo que la mayor profun-

didad de corte que se pueda alcanzar se vuelva un valor constante, el cual sería el punto mínimo de los lóbulos, conocida en la literatura como límite de estabilidad asintótico.

Como puede observarse en los ejercicios de validación de los diagramas de lóbulos de estabilidad en tres dimensiones para el proceso de torneado, en la sección 4.2.3, a medida que la constante de amortiguamiento aumenta, el límite de estabilidad asintótico crece considerablemente y, cuando aumenta la frecuencia natural, los lóbulos se desplazan hacia la derecha, pero la magnitud de las zonas de estabilidad siguen siendo las mismas.

Los modelos de Altintas y Budak, usados en esta investigación, son aplicables casi a la totalidad de las operaciones de torneado y fresado, pero existen casos donde el método de sujeción de la herramienta es especial (por ejemplo, posee elementos que brindan cierto grado de amortiguamiento a la herramienta durante el corte), o la geometría de la herramienta es compleja (modelos DC de punta esférica fabricados por la empresa suiza Sandvik Coromant), por lo tanto, el código no suministrará información fiable.

Es importante resaltar que la confiabilidad de los resultados de la aplicación está estrechamente relacionado con la exactitud y la precisión del valor de las constantes características del sistemas vibratorio, tales como las frecuencias naturales, las constantes de amortiguamiento y las constantes rigidez del sistema de acople de la

herramienta en las direcciones tangencial y radial, calculados por técnicas de ensayo modal, y de la fuerza específica de corte que depende del material de la pieza a maquinar y de las condiciones de operación como el avance y la velocidad. La fuerza específica de corte para los metales comerciales es calculada mediante ensayos experimentales por sus fabricantes y se encuentran disponibles al público.

Esta herramienta puede llegar a convertirse en una herramienta de gran utilidad pedagógica, permitiendo a futuros estudiantes analizar y comprender el comportamiento de las máquinas herramientas bajo diferentes condiciones de corte y la incidencia de parámetros como el amortiguamiento, la frecuencia natural de la pieza y rigidez, en la estabilidad del sistema.

Dada la importancia y el desarrollo que esta temática tiene en el ámbito académico e industrial a nivel mundial, se recomienda la enseñanza del fenómeno de retemblado en pregrado y postgrado y, de esta manera, incentivar la realización de trabajos de investigación que generen, a mediano y largo plazo, nuevos adelantos en la supresión de estas vibraciones que contribuyan a aumentar la productividad de las operaciones de mecanizado.

Se espera de que a corto plazo, en futuros proyectos de grado, se agregue una opción a la aplicación con la cual se pueda comprobar si la velocidad de rotación y la profundidad de corte a la que se esté ejecutando una operación de torneado o fresado, se encuentra dentro de la zona estable de su diagrama de lóbulos de estabilidad. También se recomienda que se lleve esta aplicación a lenguajes de programación más comerciales como JavaScript, C#, C++, entre otros, y que, junto con el diseño y construcción de una herramienta para realizar ensayos modales para el cálculo de los valores de las constantes características del sistema vibratorio, el programa de Ingeniería Mecánica, por medio de uno de sus grupos de investigación adscritos, pueda prestar servicios de asesoría al sector industrial de la región y a nivel nacional, que represente un crecimiento profesional de sus estudiantes y un aumento en sus ingresos económicos.

Debido a que en Colombia y, principalmente en la región Caribe, los estudios de vibraciones aplicados a máquinas herramientas son escasos, más aún si se trata de vibraciones auto-excitadas, o el también llamado fenómeno de retemblado regenerativo en máquinas herramientas, consideramos que esta investigación aporta a la Universidad del Atlántico información y conocimientos valiosos para el crecimiento académico e investigativo en el área de los procesos de manufactura por arranque de viruta.

5. BIBLIOGRAFÍA

ALTINTAS, Yusuf. Structural vibrations in machining. En: Manufacturing automation. 2 ed. New York: Cambridge University Press, 2012, p. 66-124.

ALTINTAS, Yusuft y BUDAK, Erhan. Analytical prediction of stability lobes in milling. En: CIRP Annals - Manufacturing Technology. 1995, vol. 44, p. 357-362.

ALTINTAS, Yusuft. Machine tool vibrations. En: Manufacturing automation. 2 ed. New York: Cambridge University Press, 2012, p. 125-190.

ALTINTAS, Yusuft. Mechanics of metal cutting. En: Manufacturing automation. 2 ed. New York: Cambridge University Press, 2012, p. 4-65.

ARAUJO, Oswaldo y LINAREZ, Javier. Ajuste teórico de los parámetros de corte en el proceso de torneado para la reducción de vibraciones por retemblado a través de una metodología numérica. Trabajo de grado ingeniero mecánico. Caracas: Universidad Central de Venezuela. Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Central de Venezuela, 2008. 146 p.

ARMAREGO, Ey BROWN, Roberth. The Machining of Metals. Englewood Cliffs, N.J: Prentice-Hall, 1969. 437 p.

ARNOLD, R. The mechanism of tool vibration in the cutting of steel, En: Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers. Enero, 1946, Vol. 154, p. 261-284.

BOOTHROYD, G. Temperatures in orthogonal metal cutting. En: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. 1963, vol. 177, p. 789-802.

BUDAK, Erhan y ALTINTAS, Yusuft. Analytical prediction of chatter stability in milling-Part I: General formulation. En: Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control. Marzo, 1998, vol. 120, no. 1, p. 22-30.

BUDAK, Erhan y ALTINTAS, Yusuft. Analytical prediction of chatter stability in milling-Part II: Application of the general formulation to common milling systems. En: Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control. Marzo, 1998, vol. 120, no. 1, p. 31-36.

CHENG, Kai. *Machining dynamics: Fundamentals, applications and practices*. Londres: Springer-Verlag London Limited, 2009. 327 p.

DE LA GUERRA, Oscar y RIVERO, Janiel. *Predicción de vibraciones por retemblado en el proceso de fresado a través de un código computacional*. Trabajo de grado ingeniero mecánico. Caracas: Universidad Central de Venezuela.

Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Central de Venezuela, 2010. 141 p.

DESHPANDE, Naren y FOFANA, M. S. Nonlinear regenerative chatter in turning. En: *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. Febrero, 2001, vol. 17, p. 107-112.

GURNEY, J. P. y TOBIAS, S. A. A grafical method for the determination of the dynamic stability of machine tools. En: *International Journal of Machine Tools and Manufacture*. Septiembre, 1961, vol. 2, p. 148-156.

HOHN, R.E.; SRIDHAR, R. y LONG, G.W. A stability algorithm for a special case of the milling process. En: *ASME Journal of Engineering for Industry*. 1968, vol. 90, p. 325-329.

INSTITUTO COLOMBIANO DE NORMAS TÉCNICAS Y CERTIFICACIÓN. *Documentación: Presentación de tesis, trabajos de grado y otros trabajos de investigación*. NTC 1486. Bogotá D.C.: El instituto, 2008. 41 p.

INSTITUTO COLOMBIANO DE NORMAS TÉCNICAS Y CERTIFICACIÓN. *Referencias documentales para fuentes de información electrónicas*. NTC 4490. Bogotá D.C.: El instituto, 1998. 27 p.

INSTITUTO COLOMBIANO DE NORMAS TÉCNICAS Y CERTIFICACIÓN. *Referencias bibliográficas: Contenido, forma y estructura*. NTC 5613. Bogotá D.C.: El instituto, 2008. 38 p.

KIM, Jeong Suk y LEE, Byung Ho. An analytical model of dynamic cutting forces in chatter vibration. En: *International Journal of Machine Tools and Manufacture*. 1991, vol. 31, p. 371-381.

KOENIGSBERGER, F. y TLUSTY, Jiri. *Machine tool structures*, vol. I, Oxford: Pergamon Press, 1971. 528 p.

KOENIGSBERGER, F.y TLUSTY, Jiri. Stability against chatter. En: Machine Tool Structures. Oxford: Pergamon Press, 1967, p. 115-341.

LANDERS, Robert G. Regenerative chatter in machine tools. En: DE SILVA C. W.; Vibration and shock handbook. Boca Raton: Taylor & Francis Group, 2005, p. 35.1-35.24.

LEE, An-Chen; LIU, Chia-Shang y CHIANG, Shiu-Tarnng. Analysis of chatter vibration in a cutter-workpiece system. En: International Journal of Machine Tools and Manufacture. 1991, vol 3, p. 221-234.

LEE, E.H. y SHAFFER, B.W. Theory of plasticity applied to the problem of machining. En: Journal of Applied Mechanics. 1951, vol. 18, no. 4, p. 405-413.

Manufacturing Automation Laboratories Inc. Cutpro simulation software. Vancouver, Canada. 2016. <http://www.malinc.com/products/cutpro/>.

MERCHANT, M. Eugene. Basic mechanics of the metal cutting process. En: ASME Journal of Applied Mechanics. 1944, vol. 11, p. A168 – A175.

MERCHANT, M. Eugene. Mechanics of the metal cutting process. II: Plasticity conditions. En: Journal of Applied Physics. 1945, vol. 16, p. 318-324.

MERRITT, H. Theory of self-excited machine tool chatter: contribution to machine tool chatter. En: Journal of Manufacturing Science and Engineering. Noviembre, 1967, p. 447-454.

MINIS, Ioannis, et al. Analysis of linear and nonlinear chatter in milling. En: CIRP Annals - Manufacturing Technology. 1990, vol. 39, p. 459-462.

OXLEY, Peter. The mechanics of machining. Chichester: Ellis Horwood Limited, 1989. 242 p.

PALMER, Walter B. y OXLEY, P.L. Mechanics of orthogonal machining. En: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Junio, 1959, vol. 173, no. 1, p. 623-654.

RAO, Singiresus S. Vibraciones mecánicas. 5 ed. Naucalpan de Juárez: Pearson Educación, 2012. 776 p.

SCHMITZ, Tony y SMITH, Kevin. Turning dynamics. En: *Machining Dynamics: Frequency Response to Improved Productivity*. New York: Springer Science + Business Media, 2009, p. 59-98.

SHAMOTO, Eiji y ALTINTAS, Yusuf. Prediction of shear angle in oblique cutting with maximum shear stress and minimum energy principle. En: *ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering*. 1999, vol. 121, p. 399-407.

SMITH, J. D. y TOBIAS, S. A. The dynamic cutting of metals. En: *International Journal of Machine Tools and Manufacture*. Diciembre, 1961, vol. 1, p. 283-292.

STABLER, G. Fundamental geometry of cutting tools. En: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*. 1951, vol. 165, p. 14-26.

STABLER, G. The chip flow law and its consequences. En: *Proceedings of 5th Machine Tool Design and Research Conference*. 1964, p. 243-251.

STEPHENSON, D.A. Material characterization for metal-cutting force modeling. En: *Journal of Engineering Materials and Technology*. 1989, vol. 111, p. 210-219.

TARNG, Y.S. y LI, T.C. Adaptive pattern recognition of drilling chatter. En: *Journal of Materials Processing Technology*. Enero, 1995, vol. 48 p. 247-253.

TARNG, Y.S.; YOUNG, H.T. y LEE, B.Y. An analytical model of chatter vibration in metal cutting. En: *International Journal of Machine Tools and Manufacture*. 1994, vol. 34, p. 183-197.

TAY, A. et al. A numerical method for calculating temperature distributions in machining, from force and shear angle measurements. En: *International Journal of Machine Tool Design and Research*. 1976, vol 16, p. 335-349.

TLUSTY, Jiri y POLACEK, M. The stability of machine tools against self-excited vibrations in machining. En: *International Research in Production Engineering*. 1963, vol. 7, p. 465-474.

TLUSTY, Jiri, et al. Chatter in Cold Rolling. En: CIRP Annals - Manufacturing Technology. 1982, vol. 31, p. 195-199.

TLUSTY, Jiri; ZATON, W y ISMAIL, F. Stability lobes in milling. En: CIRP Annals - Manufacturing Technology. 1983, vol. 32, p. 309-313.

TOBIAS, S. A. Machine tool vibration research. En: International Journal of Machine Tools and Manufacture. Septiembre, 1961, vol. 1, p. 1-14.

WIERCIGROCH, M. Chaotic vibrations of a simple model of the machine tool-cutting process system. En: ASME Journal of Vibration Acoustics. 1997, vol. 119, p. 468– 475.

YUE, Jianping. Creating a stability lobe diagram. En: IJME-INTERTECH Conference. Newark, New Jersey: Division of Engineering Technologies and Computer Sciences - Essex County College, 2006.

DE MENEZES SILVA, Gabriel Bezerra y ARAUJO, Anna Carla. Computational algorithm based on Altintas model for cutting dynamics of end milling process. En: International Congress of Mechanical Engineering (22: 4-7, Noviembre: Ribeirão Preto, São Paulo, Brasil). Rio de Janeiro: Mechanical Engineering Department, COPPE/UFRJ, 2013. p. 7790-7799.

YUN, I.S.; WILSON, W.R. y EHMANN, K.F. Review of chatter studies in cold rolling. En: International Journal of Machine Tools and Manufacture. Diciembre, 1998, vol. 38, no. 12, p. 1499-1530.

TURKES, Erol, et al. Linear analysis of chatter vibration and stability for orthogonal cutting in turning. En: Int. Journal of Refractory Metals and Hard Materials. Marzo, 2011, vol. 29, no. 2, p. 163-169.

ZOREV, N. Inter-relationship between shear processes occurring along tool face and on shear plane in metal cutting. En: International Research in Production Engineering Research Conference (septiembre: New York). New York: ASME, 1963, p. 42–49.

Acerca de los autores

Milton Fabián Coba Salcedo

Ingeniero Mecánico. PhD en Ingeniería Mecánica.
Programa de Ingeniería Mecánica – Facultad de Ingeniería
Universidad del Atlántico.

Carlos Humberto Acevedo Peñaloza

Ingeniero Mecánico. PhD en Ingeniería Mecánica.
Programa de Ingeniería Mecánica – Facultad de Ingeniería
Universidad de Francisco de Paula Santander - Cúcuta.

Lisandro Vargas Henríquez

Ingeniero Mecánico. Msc. en Ingeniería de Materiales y Procesos.
Programa de Ingeniería Mecánica – Facultad de Ingeniería
Universidad del Atlántico.

