



**El Mundo se encuentra en:**

# EIMAT

**XI ENCUENTRO INTERNACIONAL DE MATEMÁTICAS  
DEL 20 AL 23 DE OCTUBRE DEL 2015  
BARRANQUILLA - COLOMBIA**

**Sección Matemática Educativa  
Organizan:  
Licenciatura en Matemática  
y Programa de Matemáticas**

licenciaturamatematicas@mail.uniatlantico.edu.co  
matematicas@mail.uniatlantico.edu.co  
encuentromatematicas@mail.uniatlantico.edu.co

**Informe:  
Programa de Matemáticas  
Lic. en Matemáticas  
Facultad de Ciencias Básicas  
Facultad de Ciencias de la Educación  
Universidad del Atlántico**

[www.eimat.co](http://www.eimat.co)

## MEMORIAS EIMAT 2015



# XI ENCUENTRO INTERNACIONAL DE MATEMÁTICAS EIMAT 2015

## Resúmenes de ponencias y cursillos 2015

### Comité Organizador

Jorge Rodríguez Contreras

Alejandro Urieles Guerrero

Con la colaboración de los profesores del  
Programa de Matemáticas de la Universidad del Atlántico

**Barranquilla, Octubre 20 al 23 de 2015**

MEMORIAS ENCUENTRO INTERNACIONAL DE MATEMÁTICAS

EIMAT-2015

Volumen 4 Nro. 1 Año 2015

ISSN: 2346-1594

DIRECTOR

JORGE LUIS RODRÍGUEZ

EDITOR

ALEJANDRO URIELES GUERRERO



RECTORA

RAFAELA VOS

VICERRECTOR ADMINISTRATIVO Y FINANCIERO

GASPAR HERNANDEZ

VICERRECTORA DE DOCENCIA

CLARA FAY VARGAS

VICERRECTOR DE INVESTIGACIÓN, EXTENSIÓN Y PROYECCIÓN SOCIAL

LUIS CARLOS GUTIERREZ

DECANO FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS

LUIS CARLOS GUTIERREZ

El material de esta publicación no puede ser reproducido sin la autorización de los autores y editores.

©UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO BARRANQUILLA, 2015

## ÍNDICE GENERAL

<b>INFORMACIÓN GENERAL</b>	<b>2</b>
<b>I. ANÁLISIS Y TOPOLOGÍA</b>	<b>6</b>
1.1. Propiedad de la extensión univaluada (SVEP), breve reseña histórica y algunas aplicaciones . . . . .	7
1.2. Aspectos importantes sobre conjuntos abiertos generalizados con respecto a un ideal . . . . .	9
1.3. Flujos topológicos, Grupos de Automorfismos y Límites Geométricos Aleatorios	11
1.4. Algunos tipos de descomposición de continuidad . . . . .	12
1.5. Soluciones tipo Möbius para el problema de $n$ -cuerpos en un espacio de curvatura positiva . . . . .	14
1.6. Variable exponent bounded variation spaces in the Riesz sense . . . . .	16
1.7. Series polinómicas de las funciones trigonométricas sin usar derivadas . . . .	17
1.8. Transformada de Laplace y teorema de la convolución, una propuesta didáctica	19
1.9. Una aproximación geométrica al álgebra lineal . . . . .	21
1.10. Dimensión fractal box counting en modelo de medición de oxígeno disuelto .	23
1.11. La estructura de los Dendroides . . . . .	26
1.12. Definiciones Básicas . . . . .	26
1.13. Movimiento Browniano y box counting en una serie de tiempo financiera . .	29
1.14. Algunas construcciones en la categoría <b>OrdTop</b> . . . . .	32

1.15. Algunas relaciones entre la topología y el orden en los espacios topológicos Bien-formados . . . . .	35
1.16. Cursillo: Marcos Continuos en Espacios con $W$ -métrica . . . . .	38
1.17. Cursillo: Consideraciones sobre la definición de límite de una función . . . .	40
1.18. Cursillo: Coeficiente de Hurst y Box Counting . . . . .	41
1.19. Cursillo: Flujos minimales de ciertos Grupos de Automorfismos . . . . .	46
1.20. Sobre familia de polinomios tipo Apostol de orden negativo . . . . .	48
<b>2. MATEMÁTICA EDUCATIVA</b>	<b>50</b>
2.1. “Problemas Interesantes” en clases de Matemática como potenciadores del razonamiento matemático . . . . .	51
2.2. El redescubrimiento del cálculo usando programas computacionales . . . . .	53
2.3. Matlab como herramienta para apoyar los procesos de enseñanza-aprendizaje de algunos temas del álgebra lineal . . . . .	55
2.4. La Mate-Música, experiencia significativa y formativa en Bellas Artes-Universidad del Atlántico . . . . .	57
2.5. Signo igual de la Ecuacion Contable en el proceso de enseñanza-aprendizaje del Álgebra y de la Contabilidad . . . . .	59
2.6. Borges y la familia Aleph . . . . .	61
2.7. Diseño instrumental para cursos virtuales: Una experiencia de la Maestría en Didáctica de las Matemáticas de la Universidad del Atlántico . . . . .	62
2.8. La voz de las Matemáticas . . . . .	65
2.9. The Number Language A Different way of Teaching Arithmetic at Elementary School . . . . .	67
2.10. Características del razonamiento proporcional empleado por un estudiante de grado 7 <sup>o</sup> : Algunas consecuencias en la enseñanza del método producto cruz .	69
2.11. La reivindicación del "Nolano"Giordano Bruno: porque no basta con mate- matizar el movimiento . . . . .	72

2.12. Factores asociados a los resultados de las pruebas saber 2012 en el área de Matemáticas en el municipio de Valledupar . . . . .	74
2.13. Los entornos virtuales como estrategia de aprendizaje significativo para la construcción del concepto de las funciones exponencial y logarítmica en la educación media . . . . .	76
2.14. Aproximación al estudio sobre el conocimiento del profesor de Matemática en Latinoamérica . . . . .	78
2.15. Minicomputador de papy: una estrategia didáctica para comprender las operaciones y propiedades de los números naturales en la educación básica . . .	80
2.16. Situación actual de la enseñanza de la Estadística en el nivel de educación primaria en el municipio de Valledupar . . . . .	82
2.17. Geogebra y la unidad didáctica recurso para identificar y definir los elementos de la parábola . . . . .	84
2.18. Estrategias lúdicas para la enseñanza y aprendizaje de la operación de contar y ordenar a través del fútbol en estudiantes del grado primero de la Institución Educativa Escuela Normal Superior de Ibagué . . . . .	86
2.19. Modelo teórico- didáctico- tecnológico didáctico para el aprendizaje de las matemáticas en la formación básica secundaria . . . . .	88
2.20. Producciones derivadas de un curso de Etnomatemática . . . . .	90
2.21. Construcción de Modelos Matemáticos para la Física a partir de situaciones problémicas . . . . .	93
2.22. Algunas dificultades en el proceso de generalización . . . . .	95
2.23. La Pedagogía del error como razón de cambio en la educación actual . . . . .	97
2.24. Estrategias didácticas para el aprendizaje significativo del álgebra lineal . . .	99
2.25. El proceso de analizar: un estudio realizado con estudiantes de la UPN enmarcada en la Aritmética de cuerpos cuadráticos . . . . .	101
2.26. Nivel de comprensión de pictogramas estadísticos en estudiantes de grado 10° y 11° de dos instituciones educativas de la Ciudad de Ibagué . . . . .	103

2.27. Elementos y competencias en la lectura de gráficos y tablas estadísticos en el grado sexto en una institución educativa de la ciudad de Ibagué . . . . .	106
2.28. La Interpretación Matemática de medición del costo del inventario . . . . .	109
2.29. Un video y un Objeto Interactivo de Aprendizaje conllevan a un diálogo heurístico para el aprendizaje del Cálculo Diferencial . . . . .	111
2.30. Aprendizaje híbrido con objetos virtuales de aprendizaje en Cálculo Diferencial	113
2.31. La capacitación docente para el U-Learning . . . . .	115
2.32. Lo imaginado y no imaginado de los números imaginarios . . . . .	117
2.33. Matemática Virtual como herramienta de apoyo a la presencialidad en la enseñanza universitaria . . . . .	119
2.34. Experiencia interuniversitaria en la enseñanza del Cálculo Diferencial mediada con tecnologías de información y comunicación . . . . .	121
2.35. Recurso educativo digital abierto para fortalecer el pensamiento espacial en estudiantes de décimo grado . . . . .	123
2.36. Realidad aumentada en un recurso educativo digital abierto para resolver problemas aritméticos de enunciado verbal . . . . .	126
2.37. Cursillo: Desarrollo de las habilidades de pensamiento crítico en estudiantes con limitación visual para representar números enteros en el plano cartesiano a través de las áreas tifológicas en grado sexto . . . . .	129
2.38. Cursillo: Aprende a programar en tres días . . . . .	132
2.39. Cursillo: Soluciones analíticas de dos ejercicios clásicos de integración . . . . .	133
2.40. Cursillo: Proyecciones de las matrices naturales en el estudio de la teoría del pegar y reversar y en la fundamentación matemática de la raíz digital aplicada en programación . . . . .	135
2.41. Cursillo: Visualización Espacial de los Poliedros Regulares . . . . .	137
2.42. Cursillo: El razonamiento inductivo y el método de demostración por inducción matemática en la geometría plana . . . . .	140
2.43. Cursillo: Presentación del Cálculo Infinitesimal como estrategia didáctica . . . . .	142

2.44. Rol del Profesor: de la tiza-tablero al Teacherpreneur . . . . . 144

**3. MATEMÁTICA APLICADA 146**

3.1. "X-Rule": Un nuevo Autómata Celular binario en dos dimensiones capaz de realizar Computación Universal . . . . . 147

3.2. Muestreo en Conjuntos Difusos: Una visión general . . . . . 148

3.3. Una aplicación del modelo Black-Scholes a las fluctuaciones de los precios de las acciones en el mercado bursátil . . . . . 150

3.4. Operadores Pseudodiferenciales Toroidales asociados a Símbolos discretos Operador valuados . . . . . 152

3.5. CDF of the beta distribution: log concavity and other properties . . . . . 154

3.6. Cálculo De  $\mathbb{R}_0$  Para Modelos Epidémicos . . . . . 156

3.7. Commutative power-associative nilalgebras . . . . . 158

3.8. Diseño óptimo en la presencia de efectos de bloques aleatorios . . . . . 159

3.9. Una versión del teorema de Gauss-Bonnet en haces principales con singularidades . . . . . 161

3.10. Stability, estimation and simulation of a model seis in Pulmonary Tuberculosis (PTB) . . . . . 163

3.11. Intervalos de Confianza Simultáneos y Determinación del Tamaño de Muestra para Proporciones Multinomiales . . . . . 165

3.12. Aplicación de una Familia de Polinomios Ortogonales Discretos en Reactores Nucleares . . . . . 167

3.13. Los costos de los procesos de certificación en la PYME . . . . . 169

3.14. La interacción óptima entre un inversionista y un administrador de fondos de cobertura . . . . . 172

3.15. Aplicaciones del lenguaje de programación R en el AFC y AFCM . . . . . 174

3.16. Métodos de Remuestreo en Análisis de Supervivencia . . . . . 176

3.17. Regressão Logística: Uma aplicação médica . . . . . 178

3.18. Un algoritmo iterativo no lineal asociado a la sección Áurea . . . . . 181



3.19. Aplicaciones de métodos multivariados en la caracterización de las PYMES de la industria manufacturera en la ciudad de Cartagena . . . . . 183

3.20. Álgebra Geométrica, ángulos de Euler y cuaternios duales aplicados en la resolución de un problema cinemático inverso para el robot KUKA KR120-2P® 184

3.21. Numerical investigation of three TVD/CBC polynomial upwind schemes for convection-dominated fluid flow problems . . . . . 186

3.22. Álgebra aplicada al estudio de nudos y trenzas . . . . . 188

3.23. Análisis de datos funcionales; estimación de medidas de localización, variabilidad y obtención de valores atípicos funcionales . . . . . 190

3.24. Simetría: Evolución y su transición de las Matemáticas a la Física . . . . . 191

3.25. Aplicaciones de las Funciones de Deseabilidad . . . . . 193

3.26. Modelo Poblacional Impulsivo en medio aleatorio . . . . . 195

3.27. Origen de diversidad y ramificaciones evolutivas en el mercado energético . . 196

3.28. Análisis de estabilidad de modelos poblacionales de broca del café utilizando umbrales ecológicos . . . . . 198

3.29. Un método adaptativo para elementos finitos de un problema de Stokes dependiente del tiempo . . . . . 200

3.30. Análisis estadístico de encuestas aplicadas para la autoevaluación con fines de acreditación del Programa de Matemáticas . . . . . 202

3.31. Sobre las Bifurcaciones del Mapa Logístico . . . . . 204

3.32. Cursillo: Ecuaciones diferenciales parciales no-lineales . . . . . 206

3.33. Cursillo: Geometría y Mecánica . . . . . 207

3.34. Cursillo: Funciones  $C^2$ -convexas y dinámica . . . . . 209

**4. ÁLGEBRA DIFERENCIAL 211**

4.1. Un enfoque Galoisiano de los Polinomios de Bender y Dunne . . . . . 212

4.2. La Teoría de Picard-Vessiot y las Simetrías Infinitesimales de las Ecuaciones Diferenciales Lineales . . . . . 214

4.3. Sobre campos polinomiales cuadráticos asociados a polinomios ortogonales . 215

4.4. Aspectos Geométricos de la teoría de Morales-Ramis . . . . . 216

4.5. Sobre la Teoría de Morales-Ramis y las variacionales de orden dos . . . . . 217

4.6. Aspectos Numéricos y Algebraicos en un Sistema Líneal Antisimétrico con Elementos Exponenciales . . . . . 219

4.7. Análisis cualitativo y Galoisiano de una falmilia de foliaciones tipo Lienard . 221

4.8. Ecuaciones Estándar . . . . . 223

**5. POSTERS 224**

5.1. Marcos Unitariamente Equivalentes En Espacios de Métrica Indefnida . . . 225

5.2. Integrales elípticas en el estudio de la dinámica no lineal del péndulo simple 228

5.3. Optimización de altura máxima de una boya en el océano usando MATLAB 230

5.4. Solución de la ecuación de Korteweg de Vries por el método de la función *EXP* 232

5.5. Representación de la dinámica no lineal del ADN mediante la solución de la ecuación no lineal de seno Gordon . . . . . 234

5.6. Distribución de Wigner para un pozo de potencial delta de Dirac . . . . . 236

5.7. Solución de la ecuación de Schrodinger en puntos cuánticos esféricos con condiciones de frontera Ben Daniel Duke . . . . . 237

5.8. Solución de la ecuación de Schrodinger no lineal  $(1 + 1)$  en medios tipo Kerr 238

5.9. Modos electromagnéticos superficiales en presencia de medios lineales y no lineales . . . . . 240

5.10. Solución de las ecuaciones de movimiento de los osciladores de Lane Emden y de Caldilora Kanai . . . . . 241

5.11. Construcción de las ecuaciones de movimiento de un Pistón a partir de la Geometría diferencial de variedades . . . . . 243

5.12. Análisis de Ondas Viajeras y método de la tangente hiperbólica para una ecuación de Fisher . . . . . 244

5.13. Un Modelo Dinámico Discreto Para La Prescripción Adecuada De Un Medicamento . . . . . 245

5.14. Simulación de un Modelo con transmisión vertical y control con trampas para el dengue . . . . .	247
5.15. Un Modelo de Simulación para la Incidencia del Dengue en el Departamento del Quindío . . . . .	249
5.16. Análisis de la Capacidad Vectorial y el Número Básico de Reproducción . . .	250
5.17. Un modelo de simulación para el Chikungunya con capacidad vectorial . . .	251
5.18. Pruebas estandarizadas en los municipios del Atlántico . . . . .	253
5.19. Diseño de una interfaz en Matlab para enseñanza de las cónicas . . . . .	255
5.20. La Enseñanza de la transformada de Fourier utilizando Matlab . . . . .	256
5.21. El Docente en la enseñanza de las Matemáticas en estudiantes con discapacidad Cognitiva . . . . .	257
5.22. El estudio de la Hipérbola utilizando Geogebra a través de una plataforma virtual interactiva gratuita en estudiantes de décimo . . . . .	260
5.23. Diseño e implementación de un objeto virtual de aprendizaje para la enseñanza de las funciones cuadráticas . . . . .	262
5.24. Recurso educativo digital abierto para la resolución de problemas Aritméticos de enunciado verbal mediante la comprensión lectora en tercer grado . . . .	264

## INFORMACIÓN GENERAL

### PRESENTACIÓN

El Encuentro Internacional de Matemáticas, EIMAT es un evento académico que se ha realizado desde 2004, teniendo como sede la Universidad del Atlántico. Este encuentro tiene un sentido amplio y está dirigido a la comunidad de docentes de Matemáticas, desde la educación básica, media y universitaria, con la participación de investigadores regionales, nacionales e internacionales.

### OBJETIVOS

- (i) Divulgar los trabajos matemáticos de los investigadores nacionales e internacionales participantes.
- (ii) Contribuir a la actualización de matemáticos, físicos, Ingenieros y profesores de matemática tanto universitarios como de básica y media.
- (iii) Abrir un espacio para el diálogo entre profesores universitarios y docentes de educación básica y media.

## **ORGANIZADORES**

Universidad del Atlántico, Facultad de Ciencias Básicas, Departamento de Matemáticas.

## **COMITÉ ORGANIZADOR**

Presidente: Jorge Rodríguez Contreras

Coordinador General: Alejandro Urieles Guerrero

## **COMITÉ DE APOYO**

Profesores del Departamento de Matemáticas. Universidad del Atlántico

- Sonia Valbuena
- María José Ortega
- Claudia Baloco
- Ennis Rosas
- Juliana Vargas
- Ludwing Villa
- Jorge Robinson Evilla
- Lesly Salas
- Angélica Arroyo
- Boris Lora

## Charla Inaugural: Algunos aspectos de la investigación en Matemática Educativa en América Latina

**Javier Lezama Andalón**

CICATA del Instituto Politécnico Nacional, México

*glezamaipn@gmail.com*

### Resumen

El objetivo de esta comunicación es contribuir a la discusión de la relevancia para América Latina del reconocimiento y profundización de un campo de saber conocido como Matemática Educativa (Mathematics Education o Didactique des Mathématiques). Reconocemos a la Matemática Educativa (ME) como una ciencia social que se ocupa de construir conocimiento teórico y práctico para definir, identificar y explicar los fenómenos asociados a la adquisición y construcción del conocimiento matemático en la sociedad, específicamente en la escuela, ya que ésta constituye la base de la cultura matemática del ciudadano, contribuyendo con esto en el fortalecimiento de una visión científica del mundo. Las preguntas ¿qué quiere decir saber matemáticas?, ¿cómo se aprende la matemática?, ¿qué matemática se debe aprender? son complejas y aluden a niñas y niños en la escuela, a la joven y al joven en el bachillerato y la universidad, así como a la mujer y el hombre adultos en el trabajo y en la cotidianidad. Esta realidad está presente en el Third International Handbook of Mathematics Education (2013) pues los editores se preguntan cómo podemos hacer que la investigación en ME esté más acorde con las necesidades nacionales y sea percibida por los políticos y considerada por los diseñadores de las políticas educativas nacionales. En *Relime Tendencias: los métodos de investigación para profesionalización docente en matemáticas* (Cantoral, 2013), señala entre otros aspectos, la relevancia de continuar realizando investigaciones centradas en marcos

teóricos que permitan abordar los aspectos de naturaleza social que influyen en el profesor para lograr que los estudiantes valoren la matemática entendiendo su repercusión social. En esta charla abordaremos la naturaleza, características y resultados de investigación con los que diversos colectivos de profesores e investigadores aportan al fortalecimiento de la reflexión teórica y práctica en nuestro campo desde América Latina.

## Referencias

- [1] Cantoral, R. (2013). Editorial, Tendencias: los métodos de investigación para profesionalización docente en matemáticas, RELIME, 16(1).
- [2] Clements, M. A. (Ken), Keitel, C.; Bishop, A. J.; Kilpatrick, J. y Leung, F. K. S. (2013).
- [3] From the Few to the Many: Historical Perspectives on Who Should Learn Mathematics. In M. A. (Ken) Clements et al. (Eds), Third International Handbook of Mathematics.
- [4] Education, Springer International Handbooks of Education 27. DOI 10.1007/978-1-4614-4684-2\_1, Springer Science+Business Media New York.

## Capítulo I

### ANÁLISIS Y TOPOLOGÍA

En esta sección presentamos los títulos y resúmenes de las ponencias y/o cursos de los investigadores que participaron en la línea de investigación de Análisis y Topología.



## 1.1. Propiedad de la extensión univaluada (SVEP), breve reseña histórica y algunas aplicaciones

**Carlos R. Carpintero F**

Universidad de Oriente. Departamento de Matemáticas. Venezuela

*carpintero.carlos@gmail.com*

### Resumen

En esta charla hacemos una reseña histórica del desarrollo de la propiedad de la extensión univaluada, abreviada SVEP, por sus siglas en inglés. Esta propiedad, si bien fue introducida por Nelson Dunford y Jacob Schwartz al inicio de los años sesenta [5], recientemente fue que se reveló como una potente herramienta en la Teoría espectral y Teoría espectral local, gracias a la versión local de ésta introducida por James Finch [6]. Además, damos algunas aplicaciones y/o ilustraciones del papel que juega esta propiedad en ciertos problemas investigados actualmente en Teoría de operadores [1], [2], [3] y [4]. Se introduce la noción de espacios de conexión afín  $H$ -equivalentes con métrica formal no compatible con la conexión y su relación con los espacios Riemanniannos con torsión de Lyra. Los Resultados obtenidos se aplican en la solución del problema de Chaplignin y a los sistemas mecánicos estacionarios, suponiendo que los desplazamientos se hacen con aceleración normal mínima.

### Referencias

- [1] C. Carpintero, E. Rosas, J. Rodriguez, D. Muñoz y K. Alcalá. Spectral properties and restrictions of bounded linear operators. *Annals of Functional Analysis*. Vol 6, No 2, 173-183 (2015).

- [2] C. Carpintero, D. Muñoz, E. Rosas, J. Sanabria y O. García. Weyl Type Theorems and Restrictions. *Mediterranean Journal of Mathematics*. Vol 11, No 4, 1215-1228 (2014).
- [3] C. Carpintero, O. García, D. Muñoz, E. Rosas y J. Sanabria. Weyl Type Theorems for Restrictions of Bounded Linear Operators. *Extracta Mathematicae*. Vol. 28, No. 1, 127-139 (2013).
- [4] C. Carpintero, E. Rosas, J. Rodríguez, J. Sanabria y O. García. B-Browder spectra and localized SVEP. *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*. Vol. 57, 241-255 (2008).
- [5] N. Dunford y J. Schwartz. Linear Operators: vol. II. Spectral Theory. Interscience Publishers. Reprinted Wiley (1988).
- [6] J. K. Finch. *The single valued extension property on a Banach space*. Pacific J. Math. 58 (1975), 61-69.

## 1.2. Aspectos importantes sobre conjuntos abiertos generalizados con respecto a un ideal

**Ennis R. Rosas R.**

Universidad de Oriente. Departamento de Matemáticas. Venezuela  
y Universidad del Atlántico, Barranquilla. Colombia *ennisrafael@gmail.com*

### Resumen

En este trabajo se profundiza un poco más, así como también se dan ilustraciones y comentarios en relación a algunos aspectos relevantes de las investigaciones realizadas recientemente en [2], [9], [8] y [10]; en donde se trata de buscar bajo que condiciones se le puede dar repuesta al siguiente problema: dado un espacio topológico  $(X, \tau)$  y  $A \subset X$ ,  $A$  satisface una condición  $W$  si y sólo si  $cl(A)$  también la satisface. Es bien conocido que la propiedad de compacidad, conexidad entre otras no son aplicables en éste contexto. Es por ello que necesitamos idear un contexto donde se puedan dar ciertas condiciones para poder darle repuesta positiva en ciertos casos. En éste artículo, se presenta este contexto usando la noción de conjunto débilmente semi abierto con respecto a un ideal, se da repuesta al problema planteado, como también sus relaciones con otros tipos de conjuntos conocidos en la literatura.

### Referencias

- [1] Abd. El-Monsef, M.E., El-Deeb, S.N., and Mahmoud, R. A.,  *$\beta$ -open sets and  $\beta$ -continuous mappings*, *Bull. Fac. Sci. Assiut Univ.*, **12** (1983),77-90.

- [2] Friday Ifeanyi Michael K., *On some open sets with respect to an ideal*, *European Journal of Pure and Applied Mathematics*, **6(1)** (2013), 53-58.
- [3] S. Jafari and N. Rajesh, *Generalized closed sets with respect to an ideal*, *European Journal of Pure and Applied Mathematics*, **4(2)** (2011), 147-151.
- [4] N. Levine, *semi open sets and semi continuity in topological spaces*, *American Mathematical Monthly* **70** (1963), 36-41.
- [5] H. Maki, R. Chandrasekhara Rao and A. Nagoor Gani, *On generalizing semi-open sets and preopen sets*, *Pure Appl. Math. Math. Sci.*, **49** (1999), 17-29.
- [6] Mashhour, A. S., Abd. El-Monsef, M.E. and El-Deeb, S.N., *On precontinuous and weak precontinuous mappings*, *Proc. Math. Phys. Soc. Egypt*, **53** (1982), 47-53.
- [7] Njastad, O., *On some classes of nearly open sets*, *Pacific J. Math*, **15** (1965), 961-970.
- [8] Rodyna A. Hosny, *Preopen sets respect ideal*, *European Journal of Scientific Research*, **104(1)**, (2013), 99-101.
- [9] Rodyna A. Hosny and Deena Al-Kadi, *Types of Generalized Open Sets with Ideal*, *International Journal of Computer Applications European Journal* **80(4)** (2013).
- [10] Ennis Rosas, Carlos Carpintero, Alvaro Muñoz and Jackeline Pacheco, *Some Remarks on Semi Open Sets with Respect to an Ideal*, *European Journal of Pure and Applied Mathematics*, **7(4)**, (2014) 437-441.

## 1.3. Flujos topológicos, Grupos de Automorfismos y Límites Geométricos Aleatorios

Gabriel Padilla

Universidad Nacional de Colombia sede Bogotá, Colombia

*E-mail Address: gipadilla@unal.edu.co*

### Resumen

En esta charla consideraremos el importante resultado de [2] que establece la relación entre espacios topológicos Ramsey y los grupos de automorfismos de límites de Fraïssé de estructuras finitamente generadas con ciertas condiciones adicionales. Expondremos varios casos de dichos límites, de naturaleza lógica, aleatoria y geométrica. Finalmente consideraremos algunos límites geométricos similares, no incluidos en dicha familia, que podrían dar lugar a resultados similares, en dinámicas topológicas o Teoría de Ramsey.

### Referencias

- [1] ERDÖS, P. & RÉNYI, A. "On random graphs. I". *Publ. Math.*, Debrecen 6, 290-297 (1959).
- [2] KECHRIS, A. S. , PESTOV, V. G. & TODORCEVIC, S. "Fraïssé Limits, Ramsey Theory, and topological dynamics of automorphism groups", *Geometric and Functional Analysis*, Vol.15, #1, 106-189 (2005).
- [3] MIJARES, J. & PADILLA, G. "A Ramsey space of infinite polyhedra and the infinite random polyhedron". *ArXiv.Math.CO* 1209.6421 (2012). Submitted to *Contributions to Discrete Mathematics*.
- [4] PESTOV, V. "Mm-spaces and group actions", *Enseign. Math.* (2) **48**, 209-236 (2002).

## 1.4. Algunos tipos de descomposición de continuidad

Carlos Carpintero, John Moreno y Ennis Rosas

Universidad del Atlántico

*E-mail Address: ccarpintero@sucre.udo.edu.ve;*

*johnmoreno@mail.uniatlantico.edu.co;*

*ennisrafael@gamil.com*

### Resumen

En los últimos años se han estudiado diferentes formas de conjuntos abiertos. Recientemente A. Császár [1],[2], [3] realizó contribuciones a la teoría de los abiertos generalizados, específicamente en 2002, A. Császár [1], introdujo la noción de topología y continuidad generalizada, de la siguiente manera, dado un conjunto no vacío,  $X$  y  $\exp X$ , el conjunto potencia de  $X$ , llamamos a la clase  $\mu \subseteq \exp X$  una topología generalizada (denotada por GT) si  $\emptyset \in \mu$  y la unión de elementos de  $\mu$  está en  $\mu$ . Un conjunto  $X$  con una GT se denomina espacio topológico generalizado y denota por  $(X, \mu)$ . Los elementos de  $\mu$  son llamados de  $\mu$ -abiertos y el complemento de un  $\mu$ -abierto es llamado de  $\mu$ -cerrado. Así, de la misma forma como se definen conjuntos semi abiertos en espacios topológicos usuales, definimos conjuntos  $\mu$ -semi abiertos en espacios topológicos generalizados y consecuentemente conjuntos localmente  $\mu$ -semi abiertos, y localmente  $\mu$ -semi cerrados. Este tipo de conjuntos nos permite dar una nueva teoría de descomposición de continuidad y algunas formas débiles de continuidad.

### Referencias

- [1] Csaszar, A., Generalized topology, generalized continuity, *Acta Math. Hungar.*, 96, (2002),351-357.

- [2] Csaszar, A., Generalized open sets in generalized topologies, *Acta Math. Hungar.*, 96, (2005),53-66.
- [3] Csaszar, A.,  $\delta$  and  $\theta$ -modifications of generalized topologies, *Acta Math. Hungar.*, 120(3), (2008),275-279.
- [4] V. Dhanya, S. Krishnaprakash and Ennis Rosas. On  $(b, \mu_Y)$  Continuous functions, *Scientific Studies and Research Series Mathematics and Informatics*, Vol 24, No 1 (2014), 17-26.
- [5] H. Maki, R. Chandrasekhara Rao and A. Nagoor Gani, On generalizing semi-open sets and preopen sets *Pure Appl. Math. Math. Sci*, 49 (1999), pp 17-29. [6] Bishwambhar Roy and Ritu Sen. On a type of decomposition of continuity. *Afr. MatInt. Math.*,26(1-2).(2015),153-158.
- [7] Ennis Rosas, Norman Rajesh and Carlos Carpintero. Some New Types of Open and Closed Sets in minimal Structure part I. *Int. Math. Forum*,4, 2009, no 44, 2169-2184.

## 1.5. Soluciones tipo Möbius para el problema de $n$ -cuerpos en un espacio de curvatura positiva

**Pedro P. Ortega Palencia**

Universidad de Cartagena

*portegap@unicartagena.edu.co*

**José Guadalupe Reyes Victoria**

Universidad Autónoma Metropolitana

*revg@xanum.uam.mx*

**Jhon Fredys Cantillo Palacio**

Universidad de Cartagena

*jcantillop@unicartagena.edu.co*

### Resumen

Se estudian soluciones tipo Möbius para el problema de  $n$ -cuerpos en un espacio bidimensional de curvatura positiva  $\mathbb{M}_R^2$ . Siguiendo el programa Erlangen de Klein, con métodos geométricos de Möbius y usando la descomposición de Iwasawa del grupo de Möbius de automorfismos  $\mathbf{Mob}_2(\mathbb{M}_R^2)$ , se establecen condiciones algebraicas funcionales para la existencia de este tipo de soluciones en  $\mathbb{M}_R^2$ .

### Referencias

- [1] Diacu, F., Pérez-Chavela, E., Santoprete, M., The  $n$ -body problem in spaces of constant curvature. Part I: Relative Equilibria *Journal of Nonlinear Science* **22**, 247-266, (2012).
- [2] Diacu, F., Pérez-Chavela, E., Reyes, J.G., An intrinsic approach in the curved  $n$ -body problem. The negative case. *Journal of Differential Equations*, **252**, 4529-4562, (2012).



- [3] Do Carmo , M., Differential Geometry of Curves and Surfaces, Prentice Hall, New Jersey, USA, 1976.
- [4] Dubrovine, B., Fomenko, A., Novikov, P. Modern Geometry, Methods and Applications, Vol. I, II and III, Springer-Verlag, 1984, 1990.
- [5] Kisil, Erlangen Program at Large-1: Geometry of invariants, **SIGMA** 6, 2010.
- [6] Pérez-Chavela, E., Reyes-Victoria, J.G., An intrinsic approach in the curved  $n$ -body problem. The positive curvature case. *Transactions of the American Math Society*, **364**, 3805-3827, (2012).

## 1.6. Variable exponent bounded variation spaces in the Riesz sense

**René Erlin Castillo**

Universidad Nacional, Bogotá, Colombia

*E-mail Address: recastillo@unal.edu.co*

### Resumen

In this talk we introduce variable exponent bounded variation spaces in the Riesz sense, prove some embeddings and finally we show that a type of Riesz representation lemma is valid in the newly introduced spaces.

This is based on joint work with Oscar M. Guzmán and Humberto Rafeiro.

### Referencias

- [1] R. Aboulaich, S. Boujena, E. El Guarmah, *Sur un modèle non-linéaire pour le débruitage de l'image*. C. R. Math. Acad. Sci. Paris, 345(8) (2007), 425–429.
- [2] R. Aboulaich, D. Meskine, A. Souissi, *New diffusion models in image processing*. Comput. Math. Appl., 56(4) (2008), 874–882.
- [3] E. Acerbi, G. Mingione, *Regularity results for electrorheological fluids, the stationary case*. C. R. Math. Acad. Sci. Paris, 334(9) (2002), 817–822.
- [4] E. Acerbi, G. Mingione, *Regularity results for stationary electrorheological fluids*. Arch. Ration. Mech. Anal., 164(3) (2002), 213–259.
- [5] A. Almeida, J. Hasanov, S. Samko, *Maximal and potential operators in variable exponent Morrey spaces*. Georgian Math. J., 15, 2008.

## 1.7. Series polinómicas de las funciones trigonométricas sin usar derivadas

**Néstor Orlando Forero Díaz**

Universidad Militar Nueva Granada

Universidad de Cundinamarca

*forero.nethor@gmail.com*

**Carlos Enrique Restrepo Ramírez**

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Universidad de Cundinamarca

*carloserestrepo@gmail.com*

### Resumen

El presente trabajo ha sido desarrollado con fines básicamente didácticos. Comprende un conjunto de desarrollos llevados a cabo con el mínimo posible de exigencia en cuanto al nivel de la matemática como prerrequisito; el propósito fundamental es obtener, sin emplear cálculo diferencial para construir series de Maclaurin, las series para evaluar las funciones seno y coseno. Este desarrollo surge inspirado en algunas inquietudes planteadas por los estudiantes del Semillero en Didáctica de la Matemática: ¿cómo se pueden evaluar seno y coseno si son funciones trascendentes? En el contexto de la discusión era claro que no se podían emplear series de Maclaurin, que es lo habitual. Surgió entonces la necesidad de buscar una forma de construir las series para dichas funciones sin recurrir al uso de la derivación: lo único que podíamos emplear eran rudimentos de trigonometría y álgebra. La importancia de este desarrollo radica en la posibilidad que ofrece de que los estudiantes de los primeros semestres incursionen en el uso de las series formales y sus copiosas aplicaciones. Adicionalmente rescata el valor estético de los desarrollos propios de los siglos diecisiete y dieciocho.

Consideramos que sirve como estímulo para revisar los trabajos originales de personajes como Euler, Newton y otros tantos grandes artífices del pensamiento científico intuitivo que hoy en día se ven relegados al olvido por el exceso de axiomatización y desarticulación de la matemática y los contextos aplicados.

Partiendo del análisis del área de un triángulo se obtienen las identidades para sumas y diferencias de ángulos; posteriormente se iteran algunos productos hasta obtener el teorema de Moivre que será empleado después de analizar el círculo unitario y las implicaciones que de él se derivan para ángulos cercanos a cero. Por último se revisa la expansión binomial y su aplicación para obtener la versión definitiva de las series buscadas y se procede a realizar sus gráficas para visualizar la validez de las aproximaciones sugeridas por el diferente número de términos que se tomen.

## Referencias

- [1] EULER, LEONARD. (1822). Elements of algebra. London: Longman, Hurst, Rees, Orme, and Co.
- [2] COURANT, R. Y JHON, F. (1999). Introducción al cálculo y al análisis matemático. Vol. II. México: Editorial Limusa.

## 1.8. Transformada de Laplace y teorema de la convolución, una propuesta didáctica

**Carlos Enrique Restrepo R.**

Univerdidad Distrital Francisco José de Caldas

Universidad de Cundinamarca

*carloserestrep@ gmail.com*

**Juan N. Zambrano C.**

Univerdidad Distrital Francisco José de Caldas

*juanchoza@ gmail.com*

*juanchoza@ gmail.com*

### Resumen

Esta propuesta surge con el interés de realizar una construcción analítica e intuitiva de la Transformada de Laplace y el teorema de la convolución, soportándose exclusivamente en la suma de una serie armónica y el producto de Cauchy, resultados que también son apropiados paso a paso gracias al enorme poder de las técnicas iterativas. Se hace uso del teorema fundamental del cálculo integral para justificar el paso de la notación sumatoria a la integral definida. Finalmente se obtienen, a manera de ilustración, algunas transformadas de Laplace de especial interés por su sencillez y utilidad para generalizar resultados.

En los textos de ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales abundan las definiciones y los teoremas sin deducción intuitiva, cosa que dificulta la aproximación de los estudiantes al objeto de estudio que se exhibe como de gran utilidad pero que no se reviste de la cercanía necesaria a la hora de aprehenderlo. Para paliar un poco la lejanía de las transformadas de Laplace y el teorema de convolución con los estudiantes de pregrado se propone un abordaje que parta de iterar la suma, pase por el análisis de la serie armónica, repase el producto de

Cauchy, recurra al teorema fundamental del cálculo integral y construya de forma natural la noción de Transformada de Laplace y el teorema de la convolución.

## Referencias

- [1] EULER, LEONARD. (1822). Elements of algebra. London: Longman, Hurst, Rees, Orme, and Co.
- [2] COURANT, R. Y JHON, F. (1999). Introducción al cálculo y al análisis matemático. Vol. II. México: Editorial Limusa.
- [3] SIMMONS, G. (1993). Ecuaciones diferenciales con aplicaciones y notas históricas. España: McGraw-Hill.

## 1.9. Una aproximación geométrica al álgebra lineal

**Carlos Enrique Restrepo Ramírez**

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Universidad de Cundinamarca

*carloserestrepo@gmail.com*

**Néstor Orlando Forero Díaz**

Universidad Militar Nueva Granada

Universidad de Cundinamarca

*forero.nethor@gmail.com*

### Resumen

El presente trabajo expone de manera detallada una forma de construir, a partir de interpretaciones geométricas en dos dimensiones, las nociones de determinante de una matriz, producto de matrices, inversa de una matriz, vectores y valores propios de una matriz. La propuesta surge como respuesta a la frustración producida por múltiples textos de álgebra lineal que se caracterizan por la introducción de las temáticas por medio de definiciones desprovistas de contexto y sin asideros geométricos, situación que se contrapone al logro de un aprendizaje significativo de los tópicos abordados y restringe considerablemente las posibilidades de aplicación del álgebra lineal en otros contextos, dado su escaso grado de conceptualización. Se propone superar el enfoque algorítmico de álgebra lineal al poner el énfasis en la construcción e interpretación geométricas tanto de las operaciones como de los resultados.

Partiendo del análisis de transformaciones sencillas inducidas por sistemas de ecuaciones lineales de  $2 \times 2$  se analiza el efecto que tiene sobre el área de una figura para obtener una interpretación del determinante, posteriormente se analiza el efecto de la composición de dos

transformaciones y se deducen el algoritmo para multiplicar matrices y las propiedades del determinante de un producto. Al abordar la posibilidad de revertir el efecto de una transformación se obtienen la formalización geométrica y algorítmica de la inversa de una matriz, por último se consideran algunos casos particulares de vectores sujetos a una transformación y se analizan los vectores y valores propios de una matriz.

## Referencias

- [1] F. AYRES JR., (1991) Teoría y problemas de matrices. McGraw-Hill.
- [2] S. I. GROSSMAN (1995) Álgebra lineal. McGraw-Hill.
- [3] GOLOVINA. Álgebra Lineal y alguna de sus aplicaciones. Mir Moscú.
- [4] KOLMAN, BERNARD (1999) Álgebra Lineal con MATLAB. Prentice Hall.
- [5] KOSTRIKIN Introducción al Álgebra. Mir Moscú.



## 1.10. Dimensión fractal box counting en modelo de medición de oxígeno disuelto

**Dúwamg Alexis Prada Marín**

Universidad Pontificia Bolivariana seccional Bucaramanga

*Grupo de Investigación GIM-UPB*

*Semillero de Investigación En modelamiento matemático MODMAT-UPB*

*E-mail Address: duwamg.prada@upb.edu.co*

**Aurora Inés Gáfaro Rojas**

Universidad Industrial de Santander

*E-mail Address: agafaro@uis.edu.co*

**Jenny Mayerly Gómez Cortés**

Universidad Santo Tomás de Aquino seccional Bucaramanga

*E-mail Address: jennygomezcortes@hotmail.com*

## Resumen

El oxígeno está presente en nuestra atmósfera en aproximadamente una quinta parte de ella. La concentración de oxígeno presente en el agua es de vital importancia para los seres marinos, para los procesos de degradación en depuración de aguas, conservación de bebidas, para la vida de todo ser, etc. Cada líquido absorbe la cantidad de oxígeno necesaria para equilibrar la presión parcial del oxígeno disuelto con la del aire o sustancia gaseosa en contacto. En la represa de Hidrosogamoso se utiliza el agua para la generación de energía, por tal motivo, el permanente monitoreo de la cantidad del oxígeno disuelto en el agua es una actividad de gran importancia para observar y estudiar cómo se ve afectada el agua debido a este tipo de construcciones.

La dimensión fractal Box Counting es una técnica que permite asignar un valor fraccionario a una curva que representa algún fenómeno de estudio. La interpretación de fenómenos mediante las gráficas de funciones continuas es una de las herramientas más utilizadas por su gran versatilidad, sin embargo aunque estas funciones son continuas no necesariamente son diferenciables, por tanto, es necesario algún tipo de técnica para caracterizar ese tipo de grafos quebrados o fraccionados.

La dimensión que se le ha asignado por convención a ciertos objetos geométricos y físicos, está asociada a una cantidad finita de variables, por ejemplo, a un cubo se le asocia una tripla definida directamente por el grosor, el ancho y el alto del mismo, luego la dimensión de este objeto es tres. Este tipo de dimensión es conocida como la dimensión topológica. Generalmente este tipo de dimensión es determinada por un número entero. Poincaré generalizó la dimensión para los espacios topológicos asignando al vacío dimensión menos uno y dimensión  $n$  a un espacio tal que si las fronteras de sus entornos pequeños de todos los puntos del espacio tienen dimensión  $n - 1$ .

El método Box-counting o conteo por cajas, se ha utilizado para calcular la dimensión fractal de ciertos objetos que se representan en un plano. Además esta técnica es muy atractiva debido a la facilidad con la cual se realiza el cálculo de la dimensión con una idea básica de longitud y regresión lineal de datos discretos.

El objetivo de esta charla es socializar la disminución en la cantidad de oxígeno disuelto en la represa de Hidrosogamoso y caracterizar el comportamiento del mismo asignando un valor de dimensión fractal a cada curva de regresión de datos tomados en la represa.

**Pregunta.** ¿Puede la dimensión fractal Box Counting caracterizar la cantidad de oxígeno disuelto en el agua?

## Referencias

- [1] BARNSLEY, M., *Fractals Everywhere*. Dover Publication, New York, 2012

- [2] FALCONER, K., *Fractals Geometry*. Wiley Publication, England, 2006
- [3] MANDELBROT, B., *Los objetos fractales. Forma, azar y dimensión*. Metatemas, España, 2006.
- [4] *Un conjunto dorado de Cantor*. Monografía de grado, Licenciatura en Matemáticas, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia 2006.
- [5] RUBIANO, G., *Iteración y fractales (con mathematica)*. Universidad Nacional, Bogotá Colombia, 2009.
- [6] WILLARD, S., *General Topology*. Massachusetts, Addison Wesley Publishing Company, 1970.

## 1.11. La estructura de los Dendroides

**Dúwamg Alexis Prada Marín**

Universidad Pontificia Bolivariana seccional Bucaramanga

*Grupo de Investigación GIM-UPB*

*Semillero de Investigación En modelamiento matemático MODMAT-UPB*

*E-mail Address: duwamg.prada@upb.edu.co*

**Pedro Elias Vera Bautista**

*Grupo de Investigación GIM-UPB*

*E-mail Address: pedroelias.vera@upb.edu.co*

**Felix Antonio Páez Díaz**

*E-mail Address: felix.paez@upb.edu.co*

## Resumen

Un espacio métrico compacto, conexo y no vacío, lo definimos espacio continuo. En la teoría de continuos y sus hiperespacios, existen propiedades topológicas de los continuos que preservan sus hiperespacios mediante funciones continuas inducidas. El objetivo de esta charla es mostrar algunos ejemplos de continuos arcoconexos y hereditariamente unicoherentes que definimos como continuos dendroides, de igual manera mostrar ejemplos de continuos hereditariamente unicoherentes y hereditariamente descomponibles que definimos como continuos  $\lambda$ -Dendroides, ejemplos de continuos dendroides suaves y continuos dendritas. Este tipo de propiedades de estos espacios han motivado el estudio para dar solución parcial a una pregunta realizada por Hiroshi Hosokawa en el artículo “*Induced mappings on hyperspaces*”

## 1.12. Definiciones Básicas

DEFINICIÓN 1.12.1. *Un espacio métrico es un conjunto no vacío  $X$  junto con una función  $d : X \times X \rightarrow [0, \infty)$ , la cual satisface las siguientes condiciones:*

1. Para cada  $x, y \in X$ ,  $d(x, y) \geq 0$  y  $d(x, y) = 0$  si y sólo si  $x = y$ .
2. Para cada  $x, y \in X$ ,  $d(x, y) = d(y, x)$ .
3. Para cada  $x, y, z \in X$ ,  $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$

A la función  $d$  se le conoce como una métrica de  $X$ , y  $(X, d)$  se conoce como espacio métrico.

DEFINICIÓN 1.12.2. Sea  $X$  un espacio métrico. Diremos que  $X$  es desconexo si existen dos conjuntos abiertos no vacíos  $U$  y  $V$  de  $X$  tales que  $X = U \cup V$ ,  $U \cap V = \emptyset$ . Si  $X$  no es desconexo entonces diremos que  $X$  es conexo.

DEFINICIÓN 1.12.3. Un  $\lambda$ -dendroide es un continuo hereditariamente unicoherente y hereditariamente descomponible. Un continuo  $X$  se dice dendroide si  $X$  es arcoconexo y hereditariamente unicoherente. Un dendroide  $X$  se dice suave en un punto  $p$  de  $X$  si para toda sucesión  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  de puntos de  $X$ , que converge a un punto  $a_0 \in X$ , entonces la sucesión de arcos  $\overline{pa_n}$  converge al arco  $\overline{pa}$ . Un dendroide se dice suave si es suave en algún punto  $p$  de  $X$ . Un continuo  $X$  es una dendrita si  $X$  es un dendroide localmente conexo.

El continuo llamado la curva sinusoidal del topólogo, es un ejemplo de un  $\lambda$ -dendroide que no es arcoconexo. Existe un continuo que es un dendroide suave y no es una dendrita.

Sean  $a = (-1, 0)$ ,  $b = (0, 0)$  y  $q_n = (0, \frac{1}{n})$  para cada  $n \in \mathbb{N}$ . Definimos  $X = \overline{ab} \cup \bigcup_{n=1}^{\infty} \overline{aq_n}$

## Referencias

- [1] BARRAGAN, F., *Funciones Inducidas entre Hiperespacios de Continuos*, Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de Puebla, Puebla, México, 2007.
- [2] BORSUK, K., ULAM, S., *On symmetric products of topological spaces*, Bull. Amer. Soc., Vol 37, (1931), 875-882.
- [3] CAMARGO, J., *Funciones Inducidas entre Hiperespacios de Continuos*, Tesis de Doctorado, Universidad Nacional Autónoma de México, México D.F., México, 2009.

- [4] CAMARGO, J., *Some relationships between induced mappings*, Topology Appl. 150, (2010), 2038-2047.
- [5] CAMARGO, J., MACIAS S., *On strongly freely decomposable and induced maps*, manuscrito.
- [6] CHARATONIK, J. J., *Confluent mappings and unicoherence of continua*, Fund. Math., 56, (1964), 213-220.
- [7] CHARATONIK, J. J., ILLANES, A., MACÍAS, S., *Induced mappings on the hyperspaces  $C_n(X)$  of a continuum  $X$* , Houston J. of Math, Vol 28, (2002), 781-805.
- [8] CHARATONIK, W. J., *Ri-Continua and hyperspaces*, Topology Appl. 23, (1986), 207-216.

## 1.13. Movimiento Browniano y box counting en una serie de tiempo financiera

**Dúwang Alexis Prada Marín**

Universidad Pontificia Bolivariana seccional Bucaramanga

*Grupo de Investigación GIM-UPB*

*Semillero de Investigación En modelamiento matemático MODMAT-UPB*

*E-mail Address: duwang.prada@upb.edu.co*

**David Joseph Serrano**

**Helio Armando Fernández Aranda**

*Grupo de Investigación GRICANI-UPB*

**Brayan Arismendi, Sebastian Barros Hernández, Nahomy Forero Rosado Neyla**

**Ariza Arango**

**Jenny Mayerly Gómez Cortés**

*E-mail Address: jennygomezcortes@hotmail.com*

## Resumen

El estudio de fenómenos que involucran procesos estocásticos en diferentes ambientes, ha llevado a realizar aportes desde diversas áreas de la ciencia. Muchos de estos fenómenos se han estudiado desde la teoría de juegos, en la cual existen miradas según la idea de equilibrio de cada una de ellas. Algunas de las teorías de equilibrio más estudiadas son las de John Forbes Nash y de Cournot. El objetivo de esta comunicación es mostrar la relación existente entre el movimiento Browniano bajo la idea del cálculo del coeficiente de Hurst en una serie de tiempo de una actividad financiera y la dimensión fractal calculada desde la idea de Box counting utilizando un software desarrollado al interior del grupo de investigación. Se relatará el análisis de datos recopilados y se mostrará el proceso realizado

para el cálculo tanto de dicho coeficiente como un valor representativo en el movimiento Browniano fraccionario y el proceso en el cálculo de la dimension fractal.

El método de Hurst tiene un procedimiento básico que consta de varios pasos necesarios para calcular el exponente  $H$  (mide la persistencia de una serie de tiempo y la dimensión fractal) (Mandelbrot, 1987), el cual es indispensable en la determinación de la volatilidad para el análisis de riesgo.

Otro método para calcular el coeficiente de Hurst ( $H$ ) es la idea de dimensión fractal mediante la técnica de Box counting. La Geometría Fractal como una rama de las matemáticas ha permitido realizar investigaciones respecto a la autosemejanza, los sistemas dinámicos, la teoría del caos entre otras, utilizando nociones de dimensión y orbitas en diversas ramas como la medicina, la ingeniería, la psicología, la música, la biología y en la misma matemática.

El método Box-counting o conteo por cajas, se ha utilizado para calcular la dimensión fractal de ciertos objetos que se representan en un plano. Años mas tarde Benoit Maldelbrot dedujo que la dimensión fractal está directamente relacionada con el exponente de Hurst para un conjunto de datos estadísticamente auto-similares, si  $0 < H < 0,5$  el exponente de Hurst tiene una dimensión fractal alta es decir existirá para una serie de tiempo con comportamiento anti-persistente y una superficie más rugosa. Un mayor exponente de Hurst  $0,5 < H < 1$  tiene una dimensión fractal más baja y un comportamiento persistente como tambien su superficie sera más lisa.

PREGUNTA 1.13.1. *¿Qué relación matemática existe entre el coeficiente de Hurst como exponente de autoafinidad y la dimensión fractal box counting?*

PREGUNTA 1.13.2. *¿Qué diferencia existe entre los movimientos brownianos fraccionarios persistentes y los anti-persistentes?*



## Referencias

- [1] ARENAS, G., SABOGAL, S., *una introducción a la geometría fractal*. Publicaciones Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Santander, Colombia, 2011.
- [2] BARNSLEY, M., *Fractals Everywhere*. Dover Publication, New York, 2012.
- [3] FALCONER, K., *Fractals Geometry*. Wiley Publication, England, 2006.
- [4] MANDELBROT, B., *Los objetos fractales. Forma, azar y dimensión*. Metatemáticas, España, 2006.
- [5] MANDELBROT, B., *Fractals and Scaling in Finance*. Springer-Verlag, 1997.
- [6] MUÑOZ, J., *La dimensión fractal en el mercado de capitales*. Tesis doctoral. Departamento de Economía aplicada I, Universidad de Sevilla, España, 2002.
- [7] PRADA, D., *Un conjunto dorado de Cantor*. Monografía de grado, Licenciatura en Matemáticas, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia 2006.
- [8] RUBIANO, G., *Iteración y fractales (con mathematica)*. Universidad Nacional, Bogotá Colombia, 2009.
- [9] STEWART, I., *De aquí al infinito, las matemáticas de hoy*. Crítica, Barcelona, 2011.

## 1.14. Algunas construcciones en la categoría **OrdTop**

**Félix A. Páez Díaz**

Universidad Pontificia Bolivariana seccional Bucaramanga

*E-mail Address: felix.paez@upb.edu.co*

**Pedro E. Vera Bautista**

Universidad Pontificia Bolivariana seccional Bucaramanga

*E-mail Address: pedroelias.vera@upb.edu.co*

**Dúwang A. Prada Marín**

Universidad Pontificia Bolivariana seccional Bucaramanga

*E-mail Address: duwang.prada@upb.edu.co*

## Resumen

La noción de espacio ordenado se introduce como una tripla  $(X, \leq, \tau)$  donde  $X$  es un conjunto no vacío,  $\leq$  es una relación de orden sobre  $X$  y  $\tau$  es una topología sobre  $X$ .

En principio no se exige ninguna relación entre la topología y el orden. Se construye así una categoría, tomando como morfismos las funciones continuas y monótonas. Al imponer algunas relaciones entre  $\tau$  y  $\leq$  surgen diferentes subcategorías plenas. En este contexto general, el estudio de ciertos límites y co-límites en las subcategorías tiene un alto grado de complejidad. En particular, la construcción de cocientes es inmanejable ([6]). Por esta razón, el estudio de este tipo de espacios ordenados se circumscribe al caso de las relaciones de orden total: la categoría **OrdTop** de los espacios totalmente ordenados y las funciones continuas y monótonas permite construcciones adecuadas de subespacios, límites de sistemas inversos y cocientes ([3]).

Al tomar los objetos  $(X, \leq, \tau)$  tales que  $\tau$  tiene una subbase constituída por colas o rayos se obtiene una primer subcategoría en la cual los objetos son llamados espacios Bien-formado ([5]) los cuales han encontrado recientemente importantes aplicaciones en áreas como tratamiento y procesamiento de imágenes ([4]).

Entre la clase de los espacios Bien-formados aparecen los espacios ordenados generalizados de Čech “GO-spaces”([1] y [2]), y los espacios topológicos linealmente ordenados “LOTS” ([5]) los cuales han sido ampliamente estudiados por sus importantes propiedades. Estos últimos se destacan por tener la propiedad de “generar” a los espacios Bien-formados a partir de subespacios cocientes y límites de sistemas inversos ([3], [5] y [6]).

En esta charla mostramos que la categoría **OrdTop** de espacios topológicos totalmente ordenados y funciones continuas que preservan el orden, admite una definición natural de subespacios, cocientes y en ésta categoría cada sistema inverso tiene un límite. Presentamos en detalle cada una de estas construcciones y algunos ejemplos relacionados con las mismas, al igual que una caracterización de los cocientes en **OrdTop** en términos de cocientes topológicos. De igual forma, presentamos el comportamiento bajo estas tres construcciones de las subcategorías plenas **WFTS** de los espacios Bien-formados y **LOTS** de los espacios linealmente ordenados.

## Referencias

- [1] Čech, E., *Topologické Prostory*, (Nakl. ČSAV, Prague 1959).
- [2] Čech, E., *Topological Spaces*, John Wiley & Sons, 1966.
- [3] Herrlich, H. & Kronheimer, E. H., “Generating ordered topological spaces from LOTS”, *Topology appl*, 105 (2000), 231–235.
- [4] Khalimsky, E., Kopperman, R.D. & Meyer, P.R, “ Computer graphiscs and connected topologies on finite ordered sets”, *Topology appl*, 36 (1990), 1–17.

- [5] Kopperman, R.D., Kronheimer, E.H. & Wilson R.G., “Topologies on totally ordered sets”, *Topology appl*, 90 (1998), 165–185.
- [6] Páez, F.A., *Acerca de la Categoría de los Espacios Topologicos Totalmente Ordenados y Algunas de sus Subcategorías*, Tesis de Magister, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, 2009.

## 1.15. Algunas relaciones entre la topología y el orden en los espacios topológicos Bien-formados

**Félix A. Páez Díaz**

Universidad Pontificia Bolivariana seccional Bucaramanga

*E-mail Address: felix.paez@upb.edu.co*

**Dúwang A. Prada Marín**

Universidad Pontificia Bolivariana seccional Bucaramanga

*E-mail Address: duwang.prada@upb.edu.co*

**Pedro E. Vera Bautista**

Universidad Pontificia Bolivariana seccional Bucaramanga

*E-mail Address: pedroelias.vera@upb.edu.co*

### Resumen

Dado un Conjunto  $X$ , existen diversos mecanismos de construcción de topologías a partir de relaciones de preorden sobre  $X$  y viceversa. Uno de ellos se da al asociar a cada topología sobre un conjunto  $X$  la relación de *especialización* definida con base en la adherencia:  $x \triangleleft y$  si  $x \in \overline{\{y\}}$ . Ésta relación siempre es de preorden sobre  $X$  y es de orden si y sólo si la topología tiene la propiedad  $T_0$ .

Recíprocamente, dada una relación de preorden  $\preceq$  sobre  $X$  siempre existe un conjunto de topologías sobre  $X$  cuya especialización es precisamente  $\preceq$ . Estas topologías son llamadas concordantes con  $\preceq$  en [11] y equivalentes en [9]. Dichas construcciones han sido estudiados en numerosos trabajos, tanto desde el punto de vista conjuntista como desde el punto de

vista categórico ( ver por ejemplo [1], [2], [3], [7], [10] y [11] ).

Otro mecanismo se da a partir de las relaciones  $\leq$  de orden sobre  $X$  al tomar las topologías que tienen una subbase constituida por colas o rayos de  $\leq$ , siendo de mayor relevancia el caso en el que  $\leq$  es una relación de orden total sobre  $X$ .

En este orden de ideas, podemos introducir la noción de espacio ordenado como una tripla  $(X, \leq, \tau)$  donde  $X$  es un conjunto no vacío,  $\leq$  es una relación de orden sobre  $X$  y  $\tau$  es una topología sobre  $X$ .

Entre los espacios ordenados se encuentran aquellos en los que  $\tau$  tiene subbase constituida por colas o rayos de  $\leq$  los cuales reciben el nombre de espacio Bien-formado ([9]) y han encontrado recientemente importantes aplicaciones en áreas como tratamiento y procesamiento de imágenes ([8]).

Entre la clase de los espacios Bien-formados aparecen los espacios ordenados generalizados de Čech “GO-spaces”( [4] y [5]), y los espacios topológicos linealmente ordenados “LOTS” ([9]) los cuales han sido ampliamente estudiados por sus importantes propiedades. Estos últimos se destacan por tener la propiedad de “generar” a los espacios Bien-formados a partir de subespacios cocientes y límites de sistemas inversos ([6] y [9]).

En esta charla, pretendemos hacer una introducción al estudio de los espacios Bien-formados. Pretendemos mostrar la relación que guardan el orden y la topología al hacer ciertas operaciones sobre puntos e intervalos en general, al igual que algunas propiedades sobre conexidad y axiomas de separación.

## Referencias

- [1] Acosta, L., “Topologías consistentes”, Bol Mat. (NS) 5 No-1 (1998), 15–26.

- [2] Acosta, L. & Lozano, E., “Una Caracterización de las Topologías Compactas  $T_0$ ”, Bol Mat. (NS) VI No-2 (1999), 77–84.
- [3] Andina, S.J. & Thron, W.J., “Order-induced Topological Properties”, Pacific J. Math. 75 (1978) 297–304.
- [4] Čech, E., *Topologické Prostory*, (Nakl. ČSAV, Prague 1959).
- [5] Čech, E., *Topological Spaces*, John Wiley & Sons, 1966.
- [6] Herrlich, H. & Kronheimer, E. H., “Generating ordered topological spaces from LOTS”, Topology appl, 105 (2000), 231–235.
- [7] Keimel, K., et al., *A Compendium of Continuous Lattices*, Springer-Verlag (1980).
- [8] Khalimsky, E., Kopperman, R.D. & Meyer, P.R., “ Computer graphiscs and connected topologies on finite ordered sets”, Topology appl, 36 (1990), 1–17.
- [9] Kopperman, R.D., Kronheimer, E.H. & Wilson R.G., “Topologies on totally ordered sets”, Topology appl, 90 (1998), 165–185.
- [10] Lorrain, F., *Notes on Topological Spaces with Minimum Neighborhoods*, Amer. Math. Monthly. 76 (1969), 616-627.
- [11] Lozano, E., *Sobre Algunas Topologías concordantes*, Tesis de Magister, Universidad Nacional de Colombia, 2000.

## 1.16. Cursillo: Marcos Continuos en Espacios con W-métrica

Kevin Esmeral<sup>1</sup>, Osmin Ferrer<sup>2</sup> y Boris Lora<sup>3</sup>

1 Cinvestav (México), Universidad de Sucre (Colombia),

3 Universidad del Atlántico ( Colombia).

*E-mail Address: matematikoua@gmail.com,*

*osmin.ferrer@unisucra.edu.co, borislora@mail.uniatlantico.edu.co*

### Resumen

Los espacios con métrica indefinida y con W-métrica se erigieron como tema de estudio en los años 40 del siglo pasado con los trabajos de matemáticos de la escuela soviética. Pronto, gracias a las múltiples aplicaciones descubiertas, el interés por estos espacios se extendió a Europa y a los EEUU. En Latino América un número cada vez mayor de matemáticos empiezan a interesarse por estos temas y parte de este curso consiste en los resultados obtenidos recientemente por algunos de ellos.

De manera intuitiva, los marcos (discretos) en espacios de Hilbert son sucesiones que se comportan como bases pero no tienen la rigidez de éstas al no estar obligados a ser linealmente independientes (aún menos, ortogonales). Los marcos generan a los elementos del espacio, sin embargo la representación de los elementos del espacio como combinación lineal de los elementos del marco no necesariamente es única. Al parecer, quienes introducen por primera vez el concepto de Marco fueron Duffin y Schaefferson en el artículo "A class of non-harmonic Fourier Series" publicado en 1952. Desde entonces son innumerables las publicaciones que sobre este tema han aparecido.

En el año 2011, en su tesis de maestría bajo la dirección de Wagner E., Esmeral introduce el concepto de Marcos en Espacios de Krein recurriendo al uso de las J-normas. Desde



entonces se han dado algunas publicaciones en torno al tema de los marcos en espacios de Krein, en particular, autores argentinos se han interesado en él (Giribet, Maestriperieri, Martínez Pería y otros) obteniendo interesantes resultados. Hacia el año 2000 es introducido por Alí, Antoine y Gazeau el concepto de *Marcos Continuos* asociados inicialmente a la teoría cuántica del campo y llamados "Estados Coherentes". Este concepto resultó de mucha utilidad y ha sido explorado en los últimos años en especial en relación con los wavelets.

Siguiendo el proceso de ampliación de los conceptos asociados a los marcos en espacios de Hilbert a los espacios con  $W$ -métrica, se introduce una definición de marco continuo en espacio de Krein y se explora las posibilidades teóricas de esta definición. Es precisamente este el tema central del presente cursillo.

El cursillo se dividirá en tres partes: en la primera parte se hará un recorrido de los aspectos básicos de los marcos en espacios de Hilbert, la segunda tratará sobre los marcos discretos en espacios de Krein y la tercera sobre los marcos continuos en espacios de Krein.

## Referencias

- [1] ALI, S., ANTOINE, J., GAZEAU, J.(1993) " Continuous Frames in Hilbert Spaces". *Annals of Physics*, 222, 1-37.
- [2] ALI, S., ANTOINE, J., GAZEAU, J.(2000)*Coherent States, Wavelets and Their generalizations*. Springer-Verlag, New York.
- [3] CHRISTENSEN, O. (2003) *An introduction to Frames and Riesz bases* . Birkhäuser, Berlin, Deutschland.
- [4] ACOSTA-HUMÁNEZ, P., ESMERAL, K., AND FERRER, O.. (2015)"Frames of subspaces in Hilbert spaces with  $W$ -metrics", *An. St. Univ. Ovidius Constanta, Ser. Mat.*, 23 , No. 2, 5–22.
- [5] ESMERAL, K., FERRER O., AND WAGNER E. (2015) "Frames in Krein spaces Arising from a Non-regular  $W$ -metric", *Banach J. Math. Anal.*, 9 , No. 1, 1–16.
- [6] ESMERAL, K., FERRER O., LORA B. "Marcos continuos en Espacios de Krein"(Preprint.)

## 1.17. Cursillo: Consideraciones sobre la definición de límite de una función

**Carlos R. Carpintero F**

Universidad de Oriente. Departamento de Matemáticas, Venezuela

*carpintero.carlos@gmail.com*

### Resumen

En general el manejo del concepto de límite de una función en un punto puede resultar algo muy engorroso al común de los estudiantes que se inician en un curso de cálculo, bien sea en una o más variables. En este cursillo, se presentan algunos inconvenientes típicos con los que se encuentra comúnmente un estudiante estandar de un curso de cálculo, de una o más variables, al tratar de encontrar el límite de una función en un punto o aplicar la definición de límite en ejercicios propuestos. Además, se proponen diversas formas apropiadas de abodar estas dificultades a través de profusas ilustraciones y ejemplos concretos en diversas situaciones.

### Referencias

- [1] LEITHOLD, L (1991) *El Cálculo con Geometría Analítica*. Editorial Harla., México D.F, México.
- [2] (2003) *Matemáticas Avanzadas para Ingeniería*. Vol. I. Editorial Limusa.

## 1.18. Cursillo: Coeficiente de Hurst y Box Counting

**Dúwamg Alexis Prada Marín**

Universidad Pontificia Bolivariana seccional Bucaramanga

*Grupo de Investigación GIM-UPB*

*Semillero de Investigación En modelamiento matemático MODMAT-UPB*

*E-mail Address: duwamg.prada@upb.edu.co*

**Claudia Paulina González Cuervo**

*Grupo de Investigación GIM-UPB*

**Arley Fernando Torres**

**Leidy Carolina Hernández**

**Saira Janeth Fiallo**

**Michael Andrés Alvarez Navarro**

*E-mail Address: michael.alvarez2@upr.edu*

### Resumen

El famoso hidrólogo británico Harold Edwin Hurst (1880–1978), estudió las fluctuaciones de las alturas del nivel del Río Nilo (Hurst, 1961 citado por Rodríguez, 2012), en gran parte de su extensión, durante largos periodos de tiempo, para poder proyectar las capacidades de las reservas y así tomar medidas de precaución en épocas de sequía (Rodríguez, 2012). Para esto creo una nueva metodología estadística que consistió en saber si las tendencias de la serie de tiempo tienen persistencia luego medir la duración de ciclos de las series de tiempo cuando las hay y finalmente determinar si una serie de tiempo es fractal (Peters, 1994 citado por Rodríguez 2012).

El método de Hurst tiene un procedimiento básico que consta de varios pasos necesarios para calcular el exponente  $H$  (mide la persistencia de una serie de tiempo y la dimensión

fractal) (Mandelbrot, 1987), el cual es indispensable en la determinación de la volatilidad para el análisis de riesgo. Contiene unos pasos básicos para su cálculo, según Rodríguez estos pasos son:

1. Fraccionar la serie de datos en particiones (grupos de datos más pequeños).
2. Calcular la media, las desviaciones con respecto a la media, la suma acumulada de las desviaciones y la desviación estándar (S), para cada partición.
3. Calcular el rango de cada partición (R).
4. Elaborar gráfico de logaritmo natural (N) contra logaritmo de Rango sobre Desviación estándar (R/S), donde N es el número de datos de la partición.
5. Elaborar ecuación de ajuste del gráfico y establecer su pendiente, que en este caso se denomina exponente de Hurst (H) y que también sirve para calcular la dimensión fractal D.

Otro método para calcular el coeficiente de Hurst (H) es la idea de dimensión fractal mediante la técnica de Box counting. La Geometría Fractal como una rama de las matemáticas ha permitido realizar investigaciones respecto a la autosemejanza, los sistemas dinámicos, la teoría del caos entre otras, utilizando nociones de dimensión y orbitas en diversas ramas como la medicina, la ingeniería, la psicología, la música, la biología y en la misma matemática.

La dimensión que se le ha asignado por convención a ciertos objetos geométricos y físicos, está asociada a una cantidad finita de variables, por ejemplo, a un cubo se le asocia una tripla definida directamente por el grosor, el ancho y el alto del mismo, luego la dimensión de este objeto es tres. Este tipo de dimensión es conocida como la dimensión topológica. Generalmente este tipo de dimensión es determinada por un número entero. Poincaré generalizó la dimensión para los espacios topológicos asignando al vacío dimensión menos uno y dimensión  $n$  a un espacio tal que si las fronteras de sus entornos pequeños de todos los

puntos del espacio tienen dimensión  $n - 1$ .

La dimensión fractal, como lo indica apropiadamente su nombre, es una dimensión fraccionada y está determinada por un número racional. Este tipo de dimensión ha sido muy utilizada por ejemplo para medir la longitud de la costa de una isla o por ejemplo para preguntarnos ¿qué dimensión tiene la superficie de un pulmón humano? o mostrar que la dimensión topológica de nuestro cuerpo humano es tres pero la dimensión fractal es dos, son preguntas que despiertan un interés por estudiar este tipo de dimensión.

El método Box-counting o conteo por cajas, se ha utilizado para calcular la dimensión fractal de ciertos objetos que se representan en un plano. Años más tarde Benoit Mandelbrot dedujo que la dimensión fractal está directamente relacionada con el exponente de Hurst para un conjunto de datos estadísticamente auto-similares, si  $0 < H < 0,5$  el exponente de Hurst tiene una dimensión fractal alta es decir existirá para una serie de tiempo con comportamiento anti-persistente y una superficie más rugosa. Un mayor exponente de Hurst  $0,5 < H < 1$  tiene una dimensión fractal más baja y un comportamiento persistente como también su superficie será más lisa. El objetivo de esta comunicación es mostrar la relación existente entre el coeficiente de Hurst y el método de calcular dimensión fractal mediante esta técnica y observar una aplicación en la ingeniería civil respecto a la hidrología.

## Definiciones Básicas

DEFINICIÓN 1.18.1. *Un fractal es un subconjunto en el plano que es autosimilar y cuya dimensión fractal excede a su dimensión topológica.*

DEFINICIÓN 1.18.2. *La dimensión autosimilar de  $X$  es el único valor  $d$  que satisface la ecuación  $N(k) = k^d$ , es decir,*

$$d = \frac{\ln(N)}{\ln(k)}$$

DEFINICIÓN 1.18.3. Sean  $A$  una figura cerrada y acotada, además  $D_1, D_2, D_3, \dots$  discos con diámetro  $\epsilon$  y  $N(\epsilon)$  el número de discos de radio  $\epsilon$  necesarios para cubrir a  $A$ . Entonces la medida  $d$ -dimensional es proporcional al valor del límite

$$h^d(A) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} N(\epsilon)\epsilon^d$$

Hausdorff demostró que existe un único valor  $d$  para el cual  $h^d(A)$  no es cero ni infinito. Para este valor  $d = D_H(A)$  se satisface entonces que

$$h^d(A) = \begin{cases} \infty, & \text{si } d < D_H(A); \\ 0, & \text{si } d > D_H(A). \end{cases}$$

$D_H(A)$  es por definición la dimensión de Hausdorff de  $A$ .

DEFINICIÓN 1.18.4. Definimos  $D(A)$  la dimensión por cajas de una figura  $A$  como

$$D(A) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln N_\delta(A)}{\ln(\frac{1}{\delta})}$$

donde  $N_\delta(A)$  es el número de cuadrados de lado  $\delta > 0$  que cubre a  $A$ .

PREGUNTA 1.18.1. ¿La técnica de dimensión fractal box counting puede establecer el grado de persistencia y volatilidad primordiales en el análisis de riesgo en una serie de tiempo?

PREGUNTA 1.18.2. ¿Qué relación matemática existe entre el coeficiente de Hurst y la dimensión fractal box counting?

PREGUNTA 1.18.3. ¿Qué otro tipo de aportes tiene el coeficiente de Hurst en otro tipo de ciencia?

## Referencias

- [1] ARENAS, G., SABOGAL, S., *una introducción a la geometría fractal*. Publicaciones Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Santander, Colombia, 2011.

- [2] BARNSLEY, M., *Fractals Everywhere*. Dover Publication, New York, 2012.
- [3] FALCONER, K., *Fractals Geometry*. Wiley Publication, England, 2006.
- [4] MANDELBROT, B., *Los objetos fractales. Forma, azar y dimensión*. Metatemas, España, 2006.
- [5] PRADA, D., *Un conjunto dorado de Cantor*. Monografía de grado, Licenciatura en Matemáticas, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia 2006.
- [6] RODRIGUEZ, E., *Hidrología de Hurst y Box Counting para el análisis de persistencia, volatilidad y riesgo en dos series de tiempo colombianas*. Cuadernos Latinoamericanos de Administración 3 volumen VIII 3 número 14 3 Págs. 41-50 2009.
- [7] RUBIANO, G., *Iteración y fractales (con mathematica)*. Universidad Nacional, Bogotá Colombia, 2009.
- [8] STEWART, I., *De aquí al infinito, las matemáticas de hoy*. Crítica, Barcelona, 2011.
- [10] WILLARD, S., *General Topology*. Massachusetts, Addison Wesley Publishing Company, 1970.

## 1.19. Cursillo: Flujos minimales de ciertos Grupos de Automorfismos

**Gabriel Padilla**

Universidad Nacional de Colombia sede Bogotá

*E-mail Address: gipadilla@unal.edu.co*

### Resumen

En este minicurso mostraremos algunas propiedades de los flujos inducidos por grupos de automorfismos de estructuras numerables, cuyo interés radica que establece la relación entre espacios topológicos Ramsey y los límites de ciertas clases de Fraïssé [2]. Mostraremos en detalle la naturaleza aleatoria y geométrica de dichos límites. Consideraremos algunos problemas abiertos.

Contenido del minicurso:

1. Dinámicas topológicas y ultrafiltros. Flujos minimales.
2. Subgrupos cerrados de grupos de automorfismos. Amenabilidad, amenabilidad extrema.
3. Concentración de medida, grupos de Lévy.
4. El teorema de KPT. Límites de Fraïssé. Geometría probabilística de la ultrahomogeneidad.
5. Límites menos domables: Amenabilidad versus ergodicidad.

### Referencias



- [1] AUSLANDER, J. “Minimal flows and their extensions“, *North-Holland Math. Studies*, Vol.**153**,(1988).
- [2] KECHRIS, A. S. , PESTOV, V. G. & TODORCEVIC, S. “Fraïssé Limits, Ramsey Theory, and topological dynamics of automorphism groups“, *Geometric and Functional Analysis*, Vol.**15**, #1, 106-189 (2005).
- [3] MIJARES, J. & PADILLA, G. “A Ramsey space of infinite polyhedra and the infinite random polyhedron“., *ArXiv.Math.CO* 1209.6421 (2012). Submitted to *Contributions to Discrete Mathematics*.
- [4] PESTOV, V. “Mm-spaces and group actions“, *Enseign. Math. (2)* **48**, 209–236 (2002).

## 1.20. Sobre familia de polinomios tipo Apostol de orden negativo

William D. Ramirez<sup>a</sup><sub>1</sub>

Alejandro Urieles<sup>b</sup><sub>2</sub>

<sup>a</sup>Departamento de Ciencias Básicas, EDICBAS, Corporación Universitaria de la Costa  
C.U.C. Barranquilla, Colombia

<sup>b</sup>Programa de Matemáticas, Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia

*E-mail Address:*

<sub>1</sub>wramirez4@cuc.edu.co

<sub>2</sub>aurielesg@gmail.com

### Resumen

El presente trabajo se basa en un estudio de los polinomios generalizados de orden negativo de Bernoulli  $B_n^{(-\alpha)}(x)$ , Euler  $E_n^{(-\alpha)}(x)$  y Genocchi  $G_n^{(-\alpha)}(x)$  con  $n$  un entero no negativo y  $\alpha > 0$ . Se analizarán propiedades de estos polinomios y se demostrarán otras relacionadas con los polinomios de Genocchi, además se presentará el comportamiento gráfico de los mismos.

### Referencias

- [1] Abramowitz, M, Stegun, I: Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. McGraw-Hill, USA. (1960).
- [2] Abramowitz, M, Stegun, I: Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. McGraw-Hill, USA. (1960).

[3] William RAMIREZ et al, 2015, "Una nota sobre los polinomios de Bernoulli, Euler y Genocchi de orden negativo". Disponible en Revistas y publicaciones de la Universidad del Atlántico en: <http://investigaciones.uniatlantico.edu.co/revistas/index.php/MATUA>.

## Capítulo 2

### MATEMÁTICA EDUCATIVA

En esta sección presentamos los títulos y resúmenes de las ponencias y/o cursos de los investigadores que participaron en la línea de investigación de Matemática Educativa.

## 2.1. “Problemas Interesantes” en clases de Matemática como potenciadores del razonamiento matemático

**María José Ortega Wilches**

Universidad de la Costa, Colombia

*mortega22@cuc.edu.co*

**Sandra Leal Huise**

Universidad Simón Bolívar, Venezuela

*sleal@usb.ve*

### Resumen

El razonamiento matemático viene ligado a procesos cognitivos como comprender, representar, visualizar, generalizar, clasificar, conjeturar, analizar, abstraer, formalizar. Por ello, razonar matemáticamente implica un aumento en la comprensión del mundo que nos rodea y permite ampliar posibilidades de elección en cualquier tipo de contextos. En este sentido, desarrollar el razonamiento matemático, permite, por un lado, que el docente describa diversas formas de enfrentarse a variadas situaciones matemáticas complejas y por otro, contribuye a la formación de estudiantes con capacidades necesarias para cumplir un papel destacado en la sociedad.

Partiendo de estas premisas, el trabajo a presentar tuvo como finalidad estimular el desarrollo del razonamiento matemático en los estudiantes de Tercer Año de Educación Media General a través de la resolución de “problemas interesantes” que ayudaron a potenciar su razonamiento llegando a mostrar en ellos indicadores asociados al razonamiento matemático que sólo fueron posibles alcanzar a través de situaciones atractivas, motivadoras y que les resultaron necesarias de dar solución por el interés y curiosidad que despertaron en ellos.

## Referencias

- [1] Archer, M. (2010). Estudio de casos sobre el razonamiento matemático de alumnos con éxito académico en la ESO. Tesis de doctorado no publicada. Universidad de Barcelona, España.
- [2] Blanco, L. (1993). Una clasificación de problemas matemáticos. *Épsilon*, 25, 49-60.
- [3] Céliz, M., Feliziani, V. y Zingaretti, M. (2007). La resolución de problemas como objeto de enseñanza y medio para el aprendizaje. En R. Abrate y M. Pochulu (Comps.), *Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de matemática*, (pp.179-191). Argentina: Universidad Nacional de Villa María.
- [4] Díaz, V., Poblete, A. (2001). Contextualizando tipos de problemas matemáticos en el aula. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*, Volumen 45, 33-41.
- [5] González, F. (1998). Metacognición y tareas intelectualmente exigentes: el caso de la resolución de problemas matemáticos. *Zetetiké*, 6(9), 59-87.
- [6] Leal, S. (2006). Fenomenología del Problema y de la conciencia de problema y sus implicaciones pedagógicas en educación superior. Trabajo de grado de maestría, Universidad Simón Bolívar, Caracas.

## 2.2. El redescubrimiento del cálculo usando programas computacionales

**Pablo Felipe Ardila Rojo**

**Juan Guillermo Arango Arango**

**Diana Yanet Gaviria Rodríguez**

Instituto Tecnológico Metropolitano de Medellín (ITM)

*pabloardila@itm.edu.co*

*memo.arango@hotmail.com*

*diyagaro@hotmail.com*

### Resumen

El cálculo como ciencia remota sus orígenes a los trabajos de Arquímedes, quien desarrolló a partir de ideas intuitivas muchos conceptos que posteriormente, se formalizaron. En esta línea tenemos personas como Newton, Leibniz, Cauchy y Riemann, entre otros, quienes dan rigor a estas ideas y presentan a la comunidad científica una nueva área del conocimiento. Esta primera formalización del cálculo, presenta conceptos, como límite, derivada, continuidad, función e integral, enmarcados en un nuevo lenguaje, el del análisis matemático. Todos estos conceptos han perdurado hasta nuestros días, y han permitido posteriores desarrollos.

Paralelo al desarrollo de las matemáticas, la computación día a día hace que mas recursos esten al alcance de todos, nuestros estudiantes, cada vez más integrados a la tecnología son participes de todas estas revoluciones digitales, y se hace imposible seguir con las antiguas conceptualizaciones.

Pretendemos, dar un nuevo enfoque a los conceptos del cálculo, basados en estas tecnologías y medios de aprendizaje, siendo concientes que esto no reemplaza la formalización,

pero hace que esa generación digital pueda reelaborar los viejos conceptos del cálculo y por ende generar una nueva actitud hacia el aprendizaje. Destacamos programas como Geogebra, Graph, Maple, Matlab y Derive, siendo Geogebra el más usado, ya que fuera de ser gratuito, tiene numerosas aplicaciones, además de ser manejable, por todos sin necesidad de tener conocimientos en programación.

## Referencias

- [1] Stewart, James. (2008). Cálculo de una variable: trascendentes tempranas. (6a. ed.). México: Cengage Learning Editores.
- [2] STEWART, James.(2007) Cálculo. Trascendentes tempranas. Cuarta Edición.
- [3] Leithold, L. (2003). El Cálculo con Geometría Analítica. (7a. ed.). México: Oxford University.
- [4] Swokowski, E. (1979). Cálculo con geometría analítica. (2a. ed.). México: Grupo editorial Iberoamérica.



## 2.3. Matlab como herramienta para apoyar los procesos de enseñanza-aprendizaje de algunos temas del álgebra lineal

**Gabriel Vergara, Julio Romero, Aberth Avilez**

Universidad del Atlántico, Universidad Dr. Rafael Beloso Chacín

*gabrielvergara@mail.uniatlantico.edu.co, julioromero@mail.uniatlantico.edu.co,*

*aavileza@mail.uniatlantico.edu.co*

### Resumen

Mediante esta comunicación, queremos compartir los resultados preliminares de la investigación "MATLAB como herramienta para apoyar los procesos de enseñanza y aprendizaje de algunos temas de álgebra lineal en el programa de licenciatura en matemáticas de la Universidad del Atlántico". Esta investigación se basa en el empleo del software MATLAB para apoyar los procesos de enseñanza y aprendizaje de algunos temas del álgebra lineal, por ejemplo la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, el cálculo de valores y vectores propios de una matriz. Esta investigación es cuantitativa positivista, se parte de la recolección de información mediante encuestas. La prueba diagnóstica permite indagar los conceptos de los estudiantes, luego implementamos ejercicios realizados manualmente y en Matlab, permitiendo una observación directa del investigador con el grupo objeto. Finalmente se aplica una prueba final que se contrasta con la prueba diagnóstica y las observaciones realizadas en la implementación de la estrategia.

### Referencias

- [1] ARTIGUE, M. (2002) *Aprendiendo matemáticas en un ambiente CAS: la génesis de una reflexión sobre la instrumentación y la dialéctica entre el trabajo técnico y el conceptual*. Recuperado de <http://www.mat.uson.mx/calculadora/artigue.htm>.
- [2] GONZÁLEZ, Y (2009) *Ambiente computacional para apoyar la enseñanza de la resolución de sistemas de ecuaciones lineales en la educación superior*. Recuperado de <http://educmath.enslyon.fr/Educmath/recherche/approchedocumentaire/masterbetancourt>.
- [3] ROSALES, M (2012). *Diseño e implementación de talleres para la enseñanza y aprendizaje del álgebra matricial y solución de sistemas de ecuaciones lineales con Scilab*. Recuperado de [http://www.bdigital.unal.edu.co/9099/1/8410504\\_2012.pdf](http://www.bdigital.unal.edu.co/9099/1/8410504_2012.pdf).
- [4] SANTOS, N (2005). *Utilización de las nuevas Tecnologías de la Comunicación y de la Información en la enseñanza de la matemática en la educación superior*. Recuperado de <http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/24583/Documentocompleto.pdf?sequence>.

## 2.4. La Mate-Música, experiencia significativa y formativa en Bellas Artes-Universidad del Atlántico

Vanessa Fontalvo Méndez

Alvaro Bermejo Gonzalez

Universidad del Atlántico. Barranquilla, Colombia

*alvarobermejo@mail.uniatlantico.edu.co*

### Resumen

Una parte de las matemáticas estudia los números, sus patrones y formas y de igual manera estos elementos son inherentes a la ciencia, la composición y la ejecución de la música. Muchos de sus elementos fundamentales se definen numéricamente: 7 o 12 notas en las octavas musicales ; se habla de compases de  $2/4$ ,  $3/4$ ,  $6/8$ , las 5 líneas en el pentagrama; semitono ; y también aparece el lenguaje de la Física: cuando se habla de altura de los sonidos, los Hertzios, los decibeles; los planos horizontal y lo vertical , presentes en la Armonía y la textura musical; así mismo el arriba y abajo en la escala musicales.

Como Facultad de Bellas Artes única con una Licenciatura en Música en la Región Caribe, queremos impactar los procesos educativos que se gesten en nuestro contexto. Por ello desde el grupo de investigación Antropomúsica; se propuso la implementación de una asignatura electiva, que buscara la coincidencia de los lenguajes musical y matemático -tal como lo hizo Pitágoras en el Siglo V a.C. Dirigida a estudiantes de Licenciatura en Matemáticas, y Licenciatura en Música que interactúan con infantes en niveles escolares de básica primaria.

Existiendo la consabida relación entre ambas ciencias esta propuesta investigativa, busca aterrizar la relación en la influencia que ejerce la música en la pedagogía en general. El uso de la música en las escuelas más allá de la disciplina musical de interpretar instrumentos y cantar, y numerosos estudios que comprueban su eficacia en los mismos, solo para citar

un ejemplo el efecto Mozart nos da cuenta de la importancia de las sonatas de este músico austriaco en el desarrollo del pensamiento espacio temporal.

La experiencia ha sido valiosa ya que nos ha permitido hacer una propuesta interdisciplinar que compete al ámbito educativo, de igual manera la importancia de la lúdica en todo el proceso, todo este corpus de trabajo constituyen los componentes de la Ponencia, que se pretende socializar en el marco del XI Encuentro Internacional de Matemáticas.

## Referencias

- [1] ASHTON Anthony. El Armonógrafo: las matemáticas de la música. Oniro, 2005.
- [2] FRESÁN Javier. El sueño de la razón. La lógica matemática y sus paradojas. Editorial RBA. matemático. 2010.
- [3] GARCÍA Juan. Filosofía de la música. Editorial Anthropos Barcelona 1990.
- [4] VYGOTSKY, Lev. Pensamiento y Lenguaje. Paidós ibérica 2010.
- [5] TOMATIS, Alfred, Oído y el Lenguaje. Editorial Hogar del Libro. 2007.

## 2.5. Signo igual de la Ecuación Contable en el proceso de enseñanza-aprendizaje del Álgebra y de la Contabilidad

Alicia Duque Sanchez y Diana Janeth Gaviria Rodriguez

Universidad del Atlántico. Barranquilla, Colombia

Instituto Tecnológico Metropolitano: ITM. Colombia

*aliciaduque@mail.uniatlantico.edu.co, diyagaro@hotmail.com*

### Resumen

En el proceso de aprendizaje-enseñanza de los fundamentos básicos del álgebra resulta de suma importancia desplazar la noción aritmética del signo igual que está vinculado con la obtención de un resultado con aquel que se interpreta como el de equivalencia (Solera Iglesias, 2015) p. 14, y al realizar una transposición didáctica, es decir, aplicando este conocimiento matemático con otra área de conocimiento (Trejo Trejo y Trejo Trejo, 2013) p.76; como es el caso de la contabilidad, observamos esta interpretación del signo igual como equivalencia en la ecuación contable fundamental.

En la ecuación contable se expresa que el total de los débitos es igual (equivalente) al total de los créditos  $\text{Activos} = \text{Pasivos} + \text{Patrimonio}$  (Mattessich, 2005) p. 125 que constituye también la expresión del principio de la partida doble, que algunos lo denominan la dualidad contable; lo que permite comprender las estructuras básicas de los estados financieros.

El objetivo de esta ponencia es destacar la importancia del signo igual en su connotación de equivalencia en el proceso-enseñanza tanto del Álgebra como en la Contabilidad.

## Referencias

- [1] Mattessich, R. (2005). A concise history of analytical accounting: examining the use of mathematical notions in our discipline. *Revisga Española de Historia de la Contabilidad*, 123-153. Obtenido de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4707722>.
- [2] Solera Iglesias, M. (2015). Evaluación de la idoneidad didáctica de una experiencia de enseñanza del simbolismo algebraico y las ecuaciones de primer grado. España: Universidad de Granada. Obtenido de [www.ugr.es/local/jgodino/Tesis-master/TFM-MSolera.pdf](http://www.ugr.es/local/jgodino/Tesis-master/TFM-MSolera.pdf).
- [3] Trejo Trejo, E., y Trejo Trejo, N. (2013). La transposición contextualizada: un ejemplo en el área técnica. *Innovación Educativa*, 75-100. Obtenido de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4707722>.

## 2.6. Borges y la familia Aleph

**Balseir Guzmán Baena**

Universidad del Atlántico. Barranquilla, Colombia

### Resumen

In this essay, we travel through the Jorge Luis Borges opus in order to show how deep was his fascination for the mathematical concept of infinity and to acquaint the Reader with the most important moments in the historical development of this never enough studied concept.

### Referencias

- [1] FRÍAS, C. (1974) *Obras Completas de Jorge Luis Borges de 1923 a 1972*. MC editores, Buenos aires.
- [2] BOYER, C. (1999) *Historia de las Matemáticas*. Alianza Editorial, Madrid.

## 2.7. Diseño instrumental para cursos virtuales: Una experiencia de la Maestría en Didáctica de las Matemáticas de la Universidad del Atlántico

**Claudia Baloco Navarro**

*claudiabaloco@mail.uniatlantico.edu.co*

**Julio Romero Pabón**

*julioromero@mail.uniatlantico.edu.co*

### Resumen

Teniendo en cuenta la estrecha relación que existe entre teorías de aprendizaje, diseño instruccional y desarrollo tecnológico, en este trabajo se muestra la experiencia de creación de cursos virtuales para llegar a la propuesta organizada de una estrategia pedagógica basada en el diseño instruccional para la generación de contenidos digitales educativos.

Las Instituciones de Educación Superior que se han inclinado por ofrecer programas bajo la modalidad de educación virtual, han tenido que desarrollar procesos de construcción e integración de contenidos digitales educativos para organizar sus plataformas virtuales. El desarrollo e implementación de materiales digitales para la organización de cursos presenta características complejas en la medida que la comunidad académica no están preparada para el desarrollo de dichos contenidos, es así como este proceso presenta inconvenientes como la duración del proceso de producción, y por ende los elevados presupuestos para el desarrollo de los contenidos.

La Universidad del Atlántico cuenta con el registro calificado de un programa de postgrado en modalidad virtual y sigue trabajando en cinco programas de pre grado, de manera



que la necesidad de generación de contenidos digitales exige una preparación cuidadosa, detallada y articulada a un diseño instruccional para la generación de contenidos educativos de calidad que faciliten los procesos de aprendizaje de los estudiantes virtuales.

Con el objeto de apoyar el proceso de generación de contenidos digitales bajo técnicas didácticas de diseño instruccional se ha desarrollado un proceso organizado de trabajo desde la coordinación de la Maestría Virtual en Didáctica de las Matemáticas que ha dado como resultado la creación de la plataforma de cursos que soportan tecnológica y pedagógicamente el programa. El diseño instruccional según Yukavetsky (2003), "un proceso organizado para desarrollar materiales o programas instruccionales. Incluye los pasos de definir qué es lo que debe ser aprendido, producción de material, usar el material y determinar la calidad de la instrucción". Y además debe permitir la integración de los componentes Pedagógico, comunicacional, tecnológico y organizacional para lograr un producto digital que facilita procesos de enseñanza aprendizaje en el espacio virtual.

## Referencias

- [1] Álvarez, R. Á. R., y Muñoz, A. J. (2011). Avances en objetos de aprendizaje: experiencias de redes de colaboración en México. México: Universidad Autónoma de Aguascalientes. Retrieved from <http://www.ebrary.com>
- [2] González, G. (2008). Fundamentación teórico-práctico del sistema de gestión tutorial de un programa de educación a distancia. Perú: B - Asamblea Nacional de Rectores. Retrieved from <http://www.ebrary.com>
- [3] Muñoz, A. J., y Álvarez, R. F. (2007). Tecnología de objetos de aprendizaje. México: Universidad Autónoma de Aguascalientes. Retrieved from <http://www.ebrary.com>
- [4] Medina, B. J. M., y López, L. G. (2010). LOCOME: Metodología de construcción de objetos de aprendizaje. En: Memorias Universidad 2008. Cuba: Editorial Universitaria. Retrieved from <http://www.ebrary.com>
- [5] Nápoles, H. N. (2011). Estrategia de alfabetización informacional para la producción de objetos de aprendizaje. Cuba: D-Universidad Agraria de La Habana "Fructuoso Rodríguez

Pérez". Retrieved from <http://www.ebrary.com>

[6] Sacristán, R. F. (2006). Plataformas de aprendizaje: ¿herramientas técnicas o psicológicas?. Argentina: El Cid Editor. Retrieved from <http://www.ebrary.com>

[7] Sánchez, J. (2011). Ingeniería pedagógica, nuevo desafío para los objetos de Aprendizaje. *Revista Ciencia e Ingeniería*. 32(4), 2011. Venezuela: Red Universidad de Los Andes. Retrieved from <http://www.ebrary.com>

[8] Páez, J., y Casadei, L. (2011). Un enfoque virtual para la enseñanza y aprendizaje de geometría descriptiva. *Revista Ciencia e Ingeniería*. 32(4), 2011. Venezuela: Red Universidad de Los Andes. Retrieved from <http://www.ebrary.com>

[9] Valdeni, D. L. J., y Singo, F. (2014). Objetos de aprendizaje multimodales: diseños y aplicaciones. España: Editorial UOC. Retrieved from <http://www.ebrary.com>

## 2.8. La voz de las Matemáticas

**Carlos Alfonso Castro Tirado**

I.E. Camacho Carreño - Unidades Tecnológicas de Santander UTS

*karloskastro@hotmail.com*

### Resumen

En las clases de matemáticas hay muchos factores que pueden ayudar o dificultar el aprendizaje de las mismas, entre los factores puede ser la voz del profesor, cuando no lo escuchamos bien nace en nosotros de forma inmediata el deseo de pedir que se repita lo que explicó hasta poder entender, ahora imaginemos NUNCA poder escuchar lo que dice el profesor, no oír la voz de la persona que se supone nos está diciendo todo lo necesario para poder aprender algo sobre las matemáticas.

El objetivo de esta charla, es mostrar cómo viven y se enfrentan estudiantes de grado undécimo, en la asignatura Cálculo, con discapacidad auditiva permanente, de un colegio oficial de Bucaramanga donde con la nueva ley de inclusión del ministerio de educación ellos reciben igual trato que los estudiantes oyentes y donde los docentes no han tenido ningún tipo de formación o capacitación para afrontar dicho reto, por consiguiente como profesor de matemáticas, se debe hacer uso de dicha experiencia y estrategias y así asumir de la mejor manera este desafío, en la charla se presentan ideas, videos, fotos, evaluaciones, escritos, reflexiones, datos interesantes de desempeño, etc. Estadística de pruebas saber 11 (ICFES), además conocer de primera mano la suerte de aquellos valientes que deciden entrar a una universidad para seguir estudios superiores, entrevistas con ellos, estadísticas de desempeño por ejemplo en el Cálculo universitario, dejando así una reflexión y posibles sugerencias para situaciones similares en el campo de las matemáticas.

## Referencias

- [1] AVILA, D. Igualar desigualdades: el minusválido físico y sensorial en el I.N.B.A.D. Boletín I.N.B.A.D 1986.
- [2] Muños José, entre otros; Matemáticas y deficiencia sensorial. Madrid España: Ed Síntesis 1996.

## 2.9. The Number Language A Different way of Teaching Arithmetic at Elementary School

**Diego Pareja-Heredia**

Universidad del Quindío, Colombia

*depehache@yahoo.es*

### Resumen

El lenguaje numérico, como todo lenguaje coloquial, tiene su propia sintaxis y una semántica que pueden entenderse desde los primeros años de la escuela elemental. En esta charla, presentaremos el lenguaje numérico mediante propiedades heredadas del cuerpo de los polinomios. El objetivo central en el plano de la educación matemática apunta a integrar en la enseñanza elemental, conceptos clásicos aunque con un enfoque matemático moderno, y aquí buscamos hacerlo a través de una metodología no tradicional que culmina con un método elemental de chequear primalidad y de hallar los factores primos de un entero dado sin usar la división.

### Referencias

- [1] Friedlander, J. *Prime Numbers: A Much Needed Gap Is Finally Found*. Notices of the AMS volume 62, Number 6. June/July 2015.
- [2] Graeville, A. *It is Easy to Determine whether a given Integer is Prime*. BULLETIN (New Series) OF THE AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY. Volume 42, Number 1, Pages 3–38. S 0273-0979(04)01037-7. Article electronically published on September 30, 2004.

[3] Pareja-Heredia, D. *Syntax and Semantics of Numerical Language for Elementary School*. Publicado en su primera edición en julio de 2014 y consultado en Septiembre 6 de 2015.

[4] Pareja-Heredia, D. *How to Express Counting Numbers as a Product of Primes. Beginning Abstract Algebra at Elementary School*. Consultado en Sept. 6, 2015.

## 2.10. Características del razonamiento proporcional empleado por un estudiante de grado 7<sup>o</sup>: Algunas consecuencias en la enseñanza del método producto cruz

Erika Franco Buriticá y Miguel Ernesto Villarraga Rico

Universidad del Tolima, Colombia

*erikafranco23@hotmail.com, miguelvillarraga@hotmail.com*

### Resumen

Este trabajo corresponde al producto de una investigación obtenido a partir de la caracterización del razonamiento proporcional en estudiantes de grado 7<sup>o</sup>; pues, este tipo de razonamiento ha sido considerado como una habilidad generada y desarrollada a través de las diversas etapas de formación de la persona, ya que, según literatura científica actúa por un lado, como cumbre del pensamiento numérico y por el otro, como soporte en la construcción del pensamiento algebraico y todo lo que sigue matemáticamente (Lesh Post y Behr, 1988); motivo por el cual resulta pertinente su exploración y caracterización mediante la resolución de problemas de proporcionalidad (Villarraga, et al., 2007; Franco y García, 2014).

El objetivo general la investigación fue caracterizar el razonamiento proporcional de los estudiantes por medio del constructo de psicología cognitiva denominado en literatura científica esquema (Vergnaud, 1990; Fischbein, 1999; Marshall, 1995). Este permitió obtener información aproximada sobre conceptos en acto, teoremas en acto, representaciones, estrategias, y errores como componentes del esquema, implícitos en la actuación de los estudiantes, pero que, pudieron ser explicitados al analizar sus procesos de resolución de problemas.

El diseño de investigación tuvo lugar bajo la aplicación de la metodología denominada Investigación-acción (Colás y Buendía, 1998; Elliot, 2000) y dos pruebas denominadas pre-test (inicial) y post-test (final), contrastadas a través de una entrevista final. Es preciso resaltar, que el presente artículo se enfoca en la actuación de uno de los estudiantes de 7º grado involucrado en la investigación; específicamente con respecto a la relación entre su actuación al solucionar la prueba pre-test, y las respuestas obtenidas sobre esta al entrevistarlo.

Se encontraron algunas consecuencias con respecto a la enseñanza previa del método producto cruz por parte del maestro al estudiante, por lo que se plantea como hipótesis, que algunos esquemas automatizados y utilizados por el estudiante durante su actuación (considerados: carentes de significado) son consecuencia de los esquemas empleados por su docente.

## Referencias

- [1] Colás P. Y Buendía, L. (1998). Investigación Educativa. Sevilla: Alfar (3ª ed.).
- [2] Fischbein, E. (1999). Intuitions and schemata in mathematical reasoning. In: Educational Studies in Mathematics 38 (1-3), 11-50.
- [3] Elliott, J. (2000). El cambio educativo desde la investigación-acción. Morata. España.
- [4] Elliott, J. (2000). La Investigación-acción en educación. Morata. España.
- [5] Franco, E. y García, D. (2014). Caracterización del razonamiento proporcional en términos de esquemas, en estudiantes de grado 7º pertenecientes a la institución educativa Leonidas Rubio Villegas de Ibagué, en resolución de problemas de proporcionalidad simple directa. Memoria de investigación no publicada. Ibagué: Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad del Tolima.
- [6] Lesh, R., Post, T., y Behr, M. (1988). Proportional Reasoning. En Hiebert, J. Y Behr, M. (Eds.) Number Concepts and Operations in the Middle Grades. 2, 93-118.
- [7] Marshall, S. (1995). Schemas in problem solving. New York: Cambridge University Press.



- [8] Vergnaud, G. (1990a). La théorie des Champs Conceptuales. Recherche en Didactique de Mathématiques, 10, (2-3), 133-170.
- [9] Vergnaud, G. (1990b). Epistemology and psychology of mathematics education, en Nesher, P. y Kilpatrick, J. (eds.) Mathematics and cognition: A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Cambridge: Cambridge University Press.
- [10] Villarraga, M., Castro, E. y Benavides, M. (2007). Tipologías de sujetos con talento en resolución de problemas de proporcionalidad simple. En: E. Castro y J. Lupiañez (Eds.) Investigaciones en Educación Matemática: Pensamiento Numérico. Libro Homenaje a Jorge Cázares Solórzano. Granada: Universidad de Granada. (259-281).

## 2.11. La reivindicación del "Nolano" Giordano Bruno: porque no basta con matematizar el movimiento

**Felipe de Jesús Matías**

**Aurora Gallardo**

Cinvestav México, Unidad Zacatenco

*fmatias@cinvestav.mx agallardo@cinvestav.mx*

### Resumen

El presente artículo es un avance de investigación, que busca reivindicar a Giordano Bruno, contemporáneo de Copérnico y Galileo en cuanto a las ideas sobre el movimiento de los cuerpos. Al resolver problemas de cinemática no basta con matematizarlos, es importante que los alumnos comprendan e interpreten el movimiento de forma cualitativa, considerando el uso del Sistema de Referencia.

Usaremos interrogantes expuestas desde Aristóteles, retomadas por Bruno, Tycho Brahe y Galileo. Trabajaremos en nivel básico con estudiantes de Primaria y Secundaria, visualizando y comparando sus ideas sobre el movimiento de los cuerpos. Nos apoyamos en los Modelos Teóricos Locales, así como en Los Modelos Mentales y Modelos Conceptuales para interpretar los resultados. Elaboraremos una propuesta de enseñanza, basada en la evolución histórica sobre el tema mencionado.

### Referencias

- [1] Azcárate, C., García, M. y Romo, J. (1988). Galileo Galilei La nueva ciencia del movimiento. Barcelona. Publicaciones de la Universidad Autónoma de Barcelona.
- [2] Cappelletti, A. (1981). Sobre el Infinito Universo y los Mundos. Argentina. AGUILAR.

- [3] Claxton, G. L. (1984). Teaching acquiring scientific knowledge, en Keen, T. Y Pope, M. (eds.), *Kelly in the Classroom: educational application of personal construct psychology*, Cybersystems Inc. Montreal, Canadá.
- [4] Driver, R., Squires, A., Rushworth, P. y Wood-Robinson, V. (2000). Dando sentido a la ciencia en secundaria investigaciones sobre las ideas de los niños, SEP. Primera Edición en la Biblioteca para la Actualización del Maestro. (pp. 199-213).
- [5] Eckstein, S. G. y Shemesh, M. (1989). Development of Children's ideas on motion: intuition vs logical thinking, *International Journal of Science Education*, 11 (3), pp. 327-336.

## 2.12. Factores asociados a los resultados de las pruebas saber 2012 en el área de Matemáticas en el municipio de Valledupar

**Javier Gomes Pedrozo**

Geima, Universidad Popular Del Cesar. Valledupar, Colombia

*E-mail: javiergomez@unicesar.edu.co*

**Julio Cesar Romero Pabón**

Gecit, Universidad del Atlántico. Barranquilla, Colombia

*E-mail: julioromero@mail.uniatlantico.edu.co*

**María José Ortega Wilches**

Universidad de la Costa. Barranquilla, Colombia

*E-mail: mortega22@cuc.edu.co*

### Resumen

Con esta investigación se logró identificar varios factores influyentes en el desempeño de los estudiantes del Municipio de Valledupar frente a las pruebas SABER de los grados 3<sup>o</sup>, 5<sup>o</sup> y 9<sup>o</sup> en el área de matemáticas. Esta información contiene aportes fundamentales que fortalecen tanto el pensamiento matemático como los procesos de enseñanza y aprendizaje del mismo.

Estos resultados obtenidos sirven como base para que las autoridades académicas y la comunidad educativa en general cuenten con argumentos sólidos para la toma de decisiones sobre las tendencias y planes de mejoramiento a implementar en cuanto a la calidad de la educación en Colombia.

## Referencias

- [1] Alcaldía Municipal de Valledupar (2012). Plan de Desarrollo Municipal 2012-2015. Valledupar. Recuperado el 20 Agosto de 2013 en:  
<http://www.valledupar-cesar.gov.co/apc-aa-files/64653031633665393931353632383261/Plan-de-Desarrollo-2012-2015-Final.pdf>
- [2] ICFES. Conoce las pruebas SABER. Recuperado el 24 Agosto de 2013 en:  
<http://www.colombiaaprende.edu.co/html/home/1592/article-89525.html>.
- [3] ICFES. Guía para la lectura e interpretación de los reportes de resultados institucionales de la aplicación muestral de 2011. Recuperado el 24 Agosto de 2013 en:  
<http://www.icfes.gov.co/resultados/pruebas-saber-resultados>
- [4] ICFES (2013). Primeros resultados de SABER 3º, 5º y 9º del 2012. Evaluaciones en 2013. Bogotá. Recuperado el 24 Agosto de 2013 en:  
<http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-321386-Presentacion-ICFES.pdf>.
- [5] ICFES. Programa SABER. Evaluación Censal. Aplicación 2005. Bogotá. Recuperado el 24 Agosto de 2013 en: <http://www.colombiaaprende.edu.co/html/home/1592/articles-89525-archivo.pdf>.

## 2.13. Los entornos virtuales como estrategia de aprendizaje significativo para la construcción del concepto de las funciones exponencial y logarítmica en la educación media

**Heber Campo Robles**

Universidad Popular del Cesar. Valledupar, Colombia

*heber2023@hotmail.com*

### Resumen

La presente propuesta de investigación se enmarcó en los retos que conlleva al estudiante de Educación Media, hacer parte de los procesos actuales de globalización, a las diferentes culturas, cuya acción cotidiana lo llevará a la solución de problemas, guiados por el profesor, quién le está prohibido quedarse atrás en este proceso.

El propósito de este proyecto es abordar el contenido curricular de las Instituciones Educativas desde otras perspectivas, buscando un cambio estructural y cognitivo a través de la innovación tecnológica, como la realización de un PLE (Entorno de Aprendizaje Personal) en actividades grupales hechas en el aula, permitiendo al estudiante crear experiencia para su propio aprendizaje. Y así de este modo, convertir estas herramientas en una estrategia del aprendizaje significativo para construir los conceptos de las funciones exponencial y logarítmica.

### Referencias

[1] OSORIO, M. (2012) *En curso virtual Asesoría para el uso de las TIC en la Formación.*

Unidad 3. P ag. 6. Bogotá: SENA.

[2] BALLESTER VALLORI, ANTONI. (2002) *El Aprendizaje Significativo en la Práctica. .*

Buenos Aires, ARGENTINA.

## 2.14. Aproximación al estudio sobre el conocimiento del profesor de Matemática en Latinoamérica

**Hugo Parra Sandoval**

Universidad del Zulia, Venezuela-Universidad del Atlántico, Colombia

*hugoparras@hdes.luz.edu.ve*

### Resumen

Presentamos una aproximación a las investigaciones que se están llevando a cabo en Latinoamérica acerca del conocimiento del profesor en el campo de la Educación Matemática. Para esta finalidad seleccionamos una muestra de las publicaciones periódicas más reconocidas que difunden en nuestro continente trabajos de investigación en la disciplina.

Para la selección de las publicaciones nos basamos en dos criterios; el primero, la especificidad disciplinaria de la publicación, de manera que sólo se hizo una revisión de aquellas publicaciones propias de la educación matemática. El segundo criterio fue que sus ediciones estuvieran a cargo de una institución latinoamericana. Estamos conscientes que estos dos criterios limitan una visión completa del panorama de todas las publicaciones relacionadas con el conocimiento del profesor de matemática en nuestro continente; sin embargo se justifican en función del objetivo de esta presentación (Piñuel, 2002). Como metodología se recurrió a la revisión documental en la modalidad de análisis exploratorio con el fin de elaborar categorías pertinentes que permitieran establecer posibles investigaciones posteriores en el campo del estudio del conocimiento del profesor de matemática (Piñuel, 2002). Las categorías que emergieron fueron tres: problemas de investigación, metodologías y país donde se realizó el trabajo. Las publicaciones revisadas fueron: Acta latinoamericana de Matemática Educativa (<http://www.clame.org.mx/acta.htm>), BOLEMA (<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/>), Educación



Matemática (<http://www.revista-educacion-matematica.com/>), Revista Latinoamericana de Etnomatemática (<http://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RLE/index>), Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (<http://www.clame.org.mx/relime.htm>) y Premisa (<http://www.soarem.org.ar/articulos.html>). Esperamos con esta revisión aportar ideas para futuras investigaciones sobre el conocimiento del profesor de matemática.

## Referencias

- [1] Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. México <http://www.clame.org.mx/acta.htm>
- [2] BOLEMA <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/>
- [3] Educación Matemática <http://www.revista-educacion-matematica.com/>
- [4] Piñuel Raigada, José Luis (2002) Estudios de Sociolingüística 3(1): 1-4.
- [5] Revista Latinoamericana de Etnomatemática  
<http://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RLE/index>.
- [6] Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa  
<http://www.clame.org.mx/relime.htm>.
- [7] Premisa <http://www.soarem.org.ar/articulos.html>.

## 2.15. Minicomputador de papy: una estrategia didáctica para comprender las operaciones y propiedades de los números naturales en la educación básica

**Luisa Fernanda Ipuz Bonilla**

*fernanda\_ipuz@outlook.es*

**Jonathan Yesid Sierra Bonilla**

*guepardo\_2000\_25@hotmail.com*

**Dicleny Castro Carvajal**

*dcastro@ut.edu.co*

Universidad del Tolima. Facultad Ciencias de la Educación

Semillero AZIMUT, Colombia

### Resumen

A través de la utilización de las actividades y unidades didácticas en el aula de matemáticas, se pretende mitigar y fortalecer todos los posibles problemas en la comprensión de las operaciones básicas, gracias a la Minicomputadora De Papy es posible adquirir datos, iniciar al niño en la noción de algoritmo, y las propiedades de los números naturales, también le permitirá al niño realizar una descripción de un proceso aritmético; a través de su proceso de exploración e incursión en los temas relacionados con la adición, sustracción y multiplicación, El Minicomputador De Papy permite que al estudiar matemáticas para el niño sea más recreativa y divertida, de esta forma el estudiante podrá encontrar en las diferentes actividades propuestas las regularidades y transformaciones que surgen en cada una de las operaciones básicas. Nosotros, docentes en formación del área de matemáticas, es de vital importancia encontrar la manera más sencilla de atraer la atención de nuestros estudiantes,

motivarlos, para conseguir su interés, atraparlo en un entorno dinámico (educativo), donde tanto el estudiante como el docente formen un aprendizaje y enseñanza colectiva.

Con las actividades realizadas con los niños de básica y la implementación de Minicomputadora De Papy le permite obtener una mayor comprensión de los diferentes conceptos y propiedades de los números naturales de igual forma puede contextualizar lo realizado en el aula de clase con su contexto del mundo real. Donde se trabaja con una metodología mixta que nos llevara a una articulación de los diferentes aspectos encontrados en el aula.

Es de resaltar que como educadores de educación matemática hay que realizar cosas para generar el cambio en nuestras aulas. Y mejorar la evaluación matemática.

## Referencias

- [1] Mineducacion.1621/Articles-116042.
- [2] Sierra, M. El Minicomutador De Papy -Ice,Universidad De Salalamca- 1983.
- [3]Papy, G: Minicomputer- Ivac- Brucelas -1968.

## 2.16. Situación actual de la enseñanza de la Estadística en el nivel de educación primaria en el municipio de Valledupar

**Liliana Barón Amarís**

*lilianabaronamaris@gmail.com*

**Hebert Delgado Mier**

*heberth12@gmail.com*

Universidad Popular del Cesar, Colombia

### Resumen

La Estadística hace parte del currículo de matemáticas en la educación primaria y secundaria en Colombia; los estándares elaborados por el Ministerio de Educación Nacional, los numerosos problemas evaluados en las Pruebas Saber y diversas investigaciones reconocen la importancia de los conceptos estadísticos; sin embargo, los tópicos de Estadística son frecuentemente relegados en la enseñanza en la educación primaria.

En este trabajo se presenta los resultados principales de la investigación sobre la Enseñanza de la Estadística en el nivel de Educación Primaria y se hace un análisis en el caso concreto de la enseñanza en las Escuelas o Centros Indígenas.

### Referencias

- [1] Batanero, C. (2002). Los retos de la cultura estadística. Conferencia en las Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística, Buenos Aires. Confederación Latino-americana de Sociedades de Estadística.

- [2] Blanco, Á. (2008). Una revisión crítica de la investigación sobre las actitudes de los estudiantes universitarios hacia la Estadística. *Revista Complutense de Educación*, 19 (2), 311-330.
- [3] Espinel, C. (2007). Construcción y razonamiento de gráficos estadísticos en la formación profesores. *Investigación en Educación Matemática XI*, 99-119.
- [4] MEN (2006). Ministerio de Educación Nacional. *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Primera Edición. Bogotá. Colombia.
- [5] MEN (1998). Ministerio de Educación Nacional. *Lineamientos curriculares de Matemáticas*. Bogotá. Colombia.
- [6] Zapata, Lucia (2011). *Actitudes de profesores hacia la estadística y su enseñanza*. XIII CIAEM-IACME. Recife. Brasil.

## 2.17. Geogebra y la unidad didáctica recurso para identificar y definir los elementos de la parábola

**Jhilyan Andrea Díaz Chávez**

*andrediaz120@gmail.com*

**Maryi Lorena Guapacho Riapira**

*loreguapacho3004@gmail.com*

**Kerly Gisela López Mape**

*dcastro@ut.edu.co*

Universidad del Tolima. Facultad Ciencias de la Educación

Semillero AZIMUT, Colombia

### Resumen

Enfatizando en la propuesta del MEN (Ministerio De Educación Nacional), los estándares y lineamientos curriculares en donde se habla de un currículo que potencie el ser con el conocer y hacer en cualquier contexto, permitiendo la flexibilidad de los planes de estudio para facilitar el proceso de aprendizaje significativo, nace esta propuesta donde se pretende el uso de las TIC como mediador articulador de conocimientos Matemáticos. Las nuevas tecnologías han servido como herramienta para la resolución de problemas particularmente en el área de Matemáticas, es por esto que se ha escogido el software GEOGEBRA como herramienta didáctica para la enseñanza y desarrollo de pensamiento variacional, los sistemas algebraicos y analíticos como recurso en la enseñanza de la geometría aplicada en el álgebra, en donde los estudiantes del grado 9<sup>o</sup> podrán interactuar e identificar a través de funciones cuadráticas y la construcción de parábolas, mediante la experimentación y la manipulación de distintos elementos cónicos, facilitando la comprensión y deducción de resultados y pro-

propiedades de las mismas a partir de la observación directa con el software.

Al usar esta herramienta en la institución, se puede motivar a los estudiantes para lograr un mejor aprendizaje, de una manera diferente e innovadora, generando en ellos mejores resultados a nivel académico, comprendiendo a nivel conceptual y para describir los elementos de la parábola, como una figura algebraica y geométrica; aplicando esta unidad didáctica se evidencia que los estudiantes amplían el conocimiento referente al origen de la parábola y así reconocer los elementos algebraicos de la misma en una figura geométrica.

## Referencias

- [1] [http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)
- [2] <http://modelospedagogicos.webnode.com.co/modelo-constructivista/>
- [3] <https://www.geogebra.org/>
- [4] file:///C:/Users/User/Downloads/6.

## 2.18. Estrategias lúdicas para la enseñanza y aprendizaje de la operación de contar y ordenar a través del fútbol en estudiantes del grado primero de la Institución Educativa Escuela Normal Superior de Ibagué

Lucero Alejandra Jiménez Gutiérrez

Universidad del Tolima Facultad ciencias de la Educación, Colombia

*lajimenezg@ut.edu.co*

### Resumen

La matemática debe ser comprendida como una generadora y facilitadora de espacios y oportunidades para potenciar la dimensión cognitiva y afectiva en los estudiantes, para eso es importante que los futuros y actuales docentes, se apoyen en las teorías del desarrollo cognitivo y socio afectivo.

Estas teorías aportan a la educación, para saber entender comportamientos, vínculos e intereses en los estudiantes, es así como se hace imprescindible mirar la educación desde un £Por qué? Y £Para qué? los contenidos que se dan desde cada área y las matemáticas no es la excepción. En la observación se ha podido captar como los estudiantes pueden avanzar en sus procesos cognitivos y socio afectivos en los contenidos; es importante mencionar la Teoría del apego de John Bowlby, y aportes al campo de la educación .Debido a que permitió proporcionar y facilitar el entendimiento de la Teoría del vínculo de Robert Pianta (2000).

Entendiendo que el profesor puede actuar como una nueva figura de apego que apoye en este desarrollo, y que a su vez actúa como factor protector. Partiendo de lo anterior se



propuso una estrategia lúdica, el fútbol hizo parte de ella, queriendo seducir al estudiante, para evitarle la disertación académica por culpa de la equivocada didáctica a veces empleada por los docentes que hace que el estudiante se niegue a la matemática. El fútbol fue un interfaz para orientar a los niños con relación a la operación de contar y ordenar, ya que es un deporte de mucha matemática.

Los infantes sin alejarse de la fantasía y dinamismo, estuvieron abiertos a la realidad del mundo, obteniendo competencias para enfrentar el tiempo y a los torrentes de información que ellos reciben diariamente.

## Referencias

- [1] RIMM-KAUFMAN ,S. PIANTA: An ecological perspective on the transition to kindergarten : A theoretical framework to guide empirical research .Journal of appelled developmental , 21495- 511 , 2000.
- [2] GARCÍA M.T.: Revista cubana de psicología .La concepción histórico-cultural de L.S. Vygotsky en la educación especial .Volumen 19 Nž 2, 2002.
- [3] MEN, (2006) Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas de la educación. Ministerio de Educación Nacional de Colombia. Bogotá.

## 2.19. Modelo teórico- didáctico- tecnológico didáctico para el aprendizaje de las matemáticas en la formación básica secundaria

**Nelson Michael Méndez Salamanca**

Universidad Simón Bolívar, Colombia

*nelson\_mendezumb@hotmail.com*

### Resumen

Esta investigación apunta a lograr la utilización de estrategias didácticas complejas a partir de la creación de una guía didáctica Tecnológica (DIDACTIC), que religue el Proceso de Enseñanza-Aprendizaje (PEA) con las TIC en el contexto local-global para la transformación del aprendizaje de las matemáticas y su trascendencia para la vida en la formación básica secundaria.

Se contemplan las TIC como el método que coadyuve con la educación y, potencie el aprendizaje de los y las estudiantes de básica secundaria a partir de estrategias didácticas innovadoras y transformadoras de la realidad existente, teniendo en cuenta la relación tetraléctica entre la plataforma web (Método), los Procedimientos lógicos y conocimientos (Contenido), los dispositivos tecnológicos (Medio) y el propio Objeto, como fundamento para el desarrollo investigativo. La educación como uno de los pilares de desarrollo, debe lograr la transformación de la sociedad para potenciar las habilidades de los actores educativos hacia la construcción de una humanidad libre y pensante, el docente y el discente deben dejar huella en el universo.

## Referencias

- [1] Álvarez, E. y Álvarez de, C. (2004). Elementos Epistemológicos de la MATEMÁTICA y su Enseñanza. Cochabamba-Bolivia. Grupo Editorial Kipus. Álvarez de, C. (2012). Epistemología del Caos. Cochabamba-Bolivia. Grupo Editorial Kipus. ISBN: 978-99954-69-25-2.
- [2] D'Amore, B., Fandiño, M., Marazzani, I. y Sbaragli, S. (2010). La didáctica y la dificultad en matemática. Análisis de situaciones con falta de aprendizaje. Bogotá: Editorial Magisterio.
- [3] Morín, E. (2010). Pensar la complejidad. Crisis y metamorfosis. Publicacions de la Universitat de València; Ed. 1. ISBN-10: 8437077680.
- [4] Terra.es <http://www.terra.es/tecnologia/articulo/html/tec18191.htm>

## 2.20. Producciones derivadas de un curso de Etnomatemática

Oswaldo Jesús Martínez Padrón

Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Venezuela

*ommadail@gmail.com*

### Resumen

La experiencia describe y analiza algunas producciones que emergieron durante y después de un curso que versó sobre la Etnomatemática, donde también se abordaron aspectos relacionados con la multiculturalidad, la interculturalidad y el sentido de la Matemática en diferentes culturas. Dicho curso fue desarrollado en las aulas de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL), en Venezuela, donde se discutieron variados aspectos sobre la formación de profesores de Matemática, acotando que siendo la educación un proceso social, la Educación Matemática también debe serlo a la luz del contexto de los aprendices. Igualmente tocó varios aspectos teórico-referenciales que permitieron seguir a Bishop (1999) por el hecho de considerar a la Matemática como un fenómeno cultural intrínseco al ser humano, la cual puede: (a) ser pensada en forma universal; (b) estar en todas partes; (c) aplicarse en muchos ámbitos de la vida; y (d) emerger de las prácticas sociales propias de cada grupo sociocultural. Esta perspectiva obligó a considerar las diversas matemáticas practicadas por grupos específicos identificados por objetivos y tradiciones comunes. Después del desarrollo de ese curso han transcurrido seis años, pudiendo observarse importantes producciones que, en este momento, se reportan mediante esta investigación documental apoyada en un análisis de contenido que toma en cuenta sus resúmenes y una sucinta revisión de algunas secciones que complementan lo declarado en el dicho resumen. A tal efecto, se hace una breve referencia tanto de lo encontrado en los proyectos que nortearon la producción

inmediata del curso como en los trabajos de postgrado desarrollados posteriormente, destacando la esencia de lo pretendido y encontrado en las producciones de los participantes del curso y en los trabajos de grado y tesis, culminadas y en proceso, llevadas a cabo por estudiantes de Maestría y Doctorado. Igual atención se le da a: (a) otros proyectos libres que han venido perfilando la visibilidad de esta experiencia sobre la base de lo publicado en actas de congresos y revistas científicas, (b) un curso de capacitación en Etnomatemática ya desarrollado y (c) un prototipo de curso de Etnomatemática propuesto para la formación de docentes indígenas que cursan la especialidad de Educación Intercultural Bilingüe en la UPEL. Se destaca que la Matemática que interesó, en este momento, se corresponde, con la creada y usada por grupos socioculturalmente identificables por sus procesos matemáticos propios, símbolos, jergas, mitologías y modelos de razonamiento practicados por sus miembros. Según D'Ambrosio (1998), esa Matemática sólo tiene sentido si está ligada a lo cultura.

La acometida de varios aspectos ligados con el sentido de la Matemática, en diferentes culturas, permitió iniciar investigaciones sobre la Formación de Profesores y Etnomatemática, destacando la identificación, valorización y descripción de prácticas matemáticas que se realizan fuera de la escuela: Matemática en el diseño y construcción de cerbatanas, cestas indígenas, instrumento musical, construcción de muebles y de casas. En cuanto a los trabajos vinculados con estudios de Maestría y Doctorado destacan los siguientes: (a) uno de maestría que estudio las actividades matemáticas presentes en una población rural venezolana, que constó de un trabajo de campo apoyado en observaciones y en entrevistas, en profundidad, cuyo fin fue encontrar, dar forma y hacer visible la Matemática presente en las prácticas cotidianas de siembra, construcción de viviendas y juegos utilizados por los habitantes de esa esa población, relacionando sus productos culturales con conceptos matemáticos; (b) una Tesis Doctoral donde se propuso la reivindicación del conocimiento matemático extraescolar que poseen los adultos que asisten a una escuela básica nocturna. Bajo la premisa de que se está llevando la Matemática de la calle a la escuela, se revalorizan los conocimientos matemáticos que están presentes fuera del ámbito escolar. Por tanto, hace lo que denomina

una recuperación escolar de las experiencias matemáticas adquiridas por los adultos en su cotidianidad, proponiendo a la Etnomatemática como una alternativa curricular y organizacional; y (c) un proyecto doctoral que prevé afrontar aspectos que tienen que ver con los tejidos en varias poblaciones indígenas del estado Amazonas, Venezuela. Otros documentos también son analizados pero serán detallados en su debido momento. Finalmente, se puede concluir que ha sido notorio el campo de acción abierto por una discusión centrada en un curso sobre Etnomatemática. El sendero dejado sigue abriendo posibilidades de considerar a la Etnomatemática como propiciatoria de enlaces con las actividades escolares formales que tomen en cuenta los conocimientos matemáticos que subyacen en las prácticas propias de determinados grupos socioculturales, lo cual agarra fuerza en la medida de poder integrar la Matemática con otras formas del conocimiento.

## Referencias

- [1] Bishop, A. (1999). *Enculturación Matemática: la Educación Matemática desde una perspectiva cultural*. G. Sánchez Barberán, (Trad.), Barcelona: Ediciones Paidós Ibérica.
- [2] D'Ambrosio, U. (2005). *Etnomatemática. Elo entre as tradições e a modernidades*. Coleção Tendências em Educação Matemática. Brasil: Autêntica Editora.

## 2.21. Construcción de Modelos Matemáticos para la Física a partir de situaciones problémicas

**Pedro A. León Tejada**

Universidad de La Guajira, Riohacha- Colombia

*pedroleon4087@hotmail.com*

### Resumen

El lenguaje de la Física requiere de modelos Matemáticos para comprender y construir las leyes Físicas, las cuales traducen relaciones entre conceptos como, proporcionalidad directa o proporcionalidad inversa. El estudio surge de las dificultades presentadas por el estudiante al momento de resolver situaciones problémicas y desarrollar los análisis experimentales en las asignaturas de Matemáticas I. En general y de física I, en particular.

Se escogieron 48 estudiantes, los cuales fueron distribuidos en dos grupos de 24 estudiantes cada uno, denominados grupo control y grupo Experimental. El grupo Control siguió su proceso curricular y metodológico convencional, mientras que al grupo Experimental se le aplicó la estrategia metodológica fundamentada en, Construir Modelos Matemáticas a partir de situaciones problemáticas y del estudio y análisis de fenómenos físicos; más específicamente el método se considera como: la matematización de los fenómenos en física para mirar el comportamiento y la relación entre las variables experimentales de estudio de dicho fenómeno. El estudio comenzó con una valoración previa (evaluación experimental de un fenómeno físico) que determinó el diagnóstico inicial y finalizó con una valoración posterior, que sirvió como referencial para determinar el efecto de la aplicación de la estrategia utilizada. Los resultados fueron satisfactorios, evidencian ventaja en el grupo experimental sobre el grupo control y reflejan que es significativa la diferencia observada en el comportamiento de ambos

grupos. Es decir, el grupo experimental se destacó y mostró ventajas sobre el grupo control al momento de resolver situaciones problemáticas en el aula de clases y en el laboratorio experimental, mediante la matematización de los fenómenos físicos, y su aplicación para el análisis de los resultados obtenidos.

## Referencias

- [1] Díaz, L. Carlos (1994) Introducción a la mecánica, Bogotá D.C - Colombia.
- [2] Arrieta, P. Xiomara (1999) Practicas de Física, Maracaibo - Venezuela.
- [3] Hewit, Paul (1998) Manual de Laboratorio de Física, New York - EE.UU.
- [4] Sears y Zemansky. Freedman Young (2006) Física I.
- [5] Lea Susan - Burke John R. (2001) La Naturaleza de las cosas físicas.
- [6] Cortijo Jacomino, René (1996): Didáctica de las ramas técnicas, la Habana - Cuba.



## 2.22. Algunas dificultades en el proceso de generalización

**Fredy Peña A**

*mdma\_fpenaa846@pedagogica.edu.co*

**Juan C. Marttá**

*mdma\_jcmartta451@pedagogica.edu.co*

**Karen Y. Hernández R**

*mdma\_kyhernandezr874@pedagogica.edu.co*

Universidad Pedagógica Nacional, Colombia

### Resumen

En esta ponencia se describen y analizan las dificultades en el proceso de generalización presentadas por estudiantes de secundaria, identificadas durante el trabajo de la tesis de maestría titulado Diseño y análisis de tareas sobre generalización que potencializan la argumentación, que se desarrolla para obtener el título de Magister en Docencia de las Matemáticas que otorga la Universidad Pedagógica Nacional; se inscribe dentro de la línea de investigación Argumentación y Prueba en la cual trabaja el grupo "Clase de matemáticas" dirigido por la profesora María Nubia Soler, quien además asesora este trabajo.

Los datos fueron recolectados por medio de una tarea sobre generalización de patrones que se aplicó en un colegio público y otra tarea aplicada en un colegio privado, en niveles diferentes respectivamente. La mayoría de las dificultades de los estudiantes, a pesar de tener una diferencia de dos años de escolaridad, son similares en varios aspectos y fueron analizadas a partir de los trabajos de Castro Martínez, E. (1994); Cañadas, M. C. (2007); Cañadas, M.

Deulofeu, J. Figueiras, L. Reid, D y Yevdokimov, O. (2008); García, J y Martínón A. (1998); García, J (1999) y Radford, L. (2008 y 2010).

## Referencias

- [1] Barrera Castarnado, V. J., Castro Martínez, E., y Cañadas Santiago, M. C. (2009). Evolución del uso del razonamiento inductivo en un grupo de maestros en formación. *Escuela Abierta*, 12, 33-45.
- [2] Cañadas, M. Deulofeu, J. Figueiras, L. Reid, D y Yevdokimov, O. (2008). Perspectivas teóricas en el proceso de elaboración de conjeturas e implicaciones para la práctica: tipos y pasos. *Enseñanza de las ciencias Volumen 26(3)*, pp. 431-444.
- [3] Cañadas, M. (2007) descripción y caracterización del razonamiento inductivo utilizado por estudiantes de educación secundaria al resolver tareas relacionadas con sucesiones lineales y cuadráticas. (Tesis Doctoral) Universidad de Granada. Recuperado el 19 de noviembre de 2013 de <http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/CannadasM07-2850.PDF>.
- [4] Castro Martínez, E. (1994). Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales. Estudio con escolares de primer ciclo de secundaria (12 - 14 años). Universidad de Granada. Retrieved from [http://digibug.ugr.es/bitstream/10481/25009/1/Encarnacin\\_CastroMartnez.pdf](http://digibug.ugr.es/bitstream/10481/25009/1/Encarnacin_CastroMartnez.pdf).
- [5] García, J y Martínón A. (1998). Levels of generalization in linear patterns. *Proceeding of the 22nd conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol 2, pp 329-336.

## 2.23. La Pedagogía del error como razón de cambio en la educación actual

**Walter Smith Zamora**

**Rosario Tipaz Alpala**

Universidad Del Tolima, Colombia

*wzamorar@ut.edu.co*

*rctipaza@ut.edu.co*

### Resumen

La aplicación de nuestra investigación tuvo como muestra a 40 estudiantes de grado séptimo de la institución educativa San Simón de la ciudad de Ibagué, de 12 años de edad en promedio. Para el desarrollo de nuestro trabajo consideramos pertinente tomar como referencia situaciones de la vida real en donde se requiriera la utilización de los números enteros con la intención de que los niños además de reconocer la temática que se pretendía trabajar, reflexionaran sobre la importancia que tienen las matemáticas para su vida. Con base en lo anterior comenzamos a enfocarnos primeramente en caracterizar cuáles eran sus errores más frecuentes en el momento de representar gráficamente una situación problema relacionada con los números enteros; posterior a ello buscamos las posibles causas del problema y finalmente propusimos la Pedagogía Del Error como solución a los tipos de errores evidenciados, los cuales podrían desencadenar conflictos cognitivos en un futuro.

Durante el desarrollo de la primera fase de la investigación notamos que los estudiantes se fijaban más en la estética de sus representaciones gráficas que en el mismo contenido matemático contextualizado que involucraban. Y fue precisamente lo anterior lo que nos motivó a pensar y luego verificar que para los estudiantes, el proceso de enseñanza-aprendizaje más

significativo de las representaciones gráficas de situaciones problema relacionadas con los números enteros se logra a partir del reconocimiento y retroalimentación que realice el docente con respecto a los errores que evidencie durante el proceso de solución dado por sus estudiantes, ya que un docente no debe solamente perseguir el error, sino aceptarlo como hecho natural que acompaña al aprendizaje, lo que implicaría adoptar una Pedagogía Del Error la cual se preocupa del proceso, no para mejorar un resultado puntual, sino para mejorar las estrategias y aptitudes permanentes que le darán seguridad y confianza al estudiante.

## Referencias

- [1] DE LA TORRE, S. (2004) “El tratamiento didáctico de los errores como estrategias innovadoras”. *Buenos Aires: Editorial Magisterio del Río de La Plata*. Pág. 81-82.
- [2] DE ZUBIRIA, J. (1999) “ Los Modelos Pedagógicos”. Capítulo II: La pedagogía tradicional y los modelos instruccionales. *Fundación Alberto Merani. Décima reimpresión, Mayo 1999. Bogotá*. Pág. 43-59.
- [3] GIROUX, H. (1999) “Los profesores como intelectuales.”. *Piados: Barcelona*. Pp. 171-178. Página 174.
- [4] GODINO J. D. (2010) “Perspectiva de la Didáctica de las Matemáticas como Disciplina Científica”. *Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada*. Pág. 37.
- [5] MORIN, E. (1999) “Los Siete Saberes Necesarios Para La Educación Del Futuro”. *París: UNESCO. Traducción de Mercedes Vallejo Gómez (Profesora de la Universidad Pontificia Bolivariana de Medellín, Colombia)*.
- [6] VASCO, C. (1994) “La Educación Matemática: Una Disciplina En Formación”. *Revista de la ERM*. Volumen 3. Pág. 2.

## 2.24. Estrategias didácticas para el aprendizaje significativo del álgebra lineal

**Gabriel Vergara, Heriberto Cuentas, Julio Romero**

Universidad del Atlántico, Universidad Dr. rafael belloso Chacín

*gabrielvergara@mail.uniatlantico.edu.co, moneri4@gmail.com,*

*julioromero@mail.uniatlantico.edu.co*

### Resumen

Ausubel (1973) considera que un aprendizaje es significativo cuando puede relacionarse, de modo no arbitrario y sustancial con lo que el alumno ya sabe. Sostiene que para lograr un aprendizaje significativo, son necesarias al menos dos condiciones. En primer lugar, el material de aprendizaje debe poseer un significado en sí mismo, es decir, sus diversas partes deben estar relacionadas con cierta lógica; en segundo lugar, que el material resulte potencialmente significativo para el alumno, es decir, que éste posea en su estructura de conocimiento ideas inclusorias con las que pueda relacionarse el material. Además, agrega que existen tres tipos básicos de aprendizaje significativo como lo son: El aprendizaje representacional, el aprendizaje de conceptos y el aprendizaje de proposiciones.

El objetivo de esta charla es compartir con los docentes de matemáticas y de educación, experiencias respecto del proceso de enseñanza aprendizaje del álgebra lineal, a la vez que se darán algunas estrategias didácticas que pueden contribuir para que desde nuestra praxis docente, logremos que nuestros estudiantes adquieran un aprendizaje significativo del álgebra lineal.

## Referencias

- [1] MOREIRA, M. (1997) *Aprendizaje significativo un concepto subyacente*. Recurso disponible en <http://www.if.ufrgs.br/moreira/apsigsubesp.pdf>.
- [2] DIAZ, F.; FERNÁNDEZ, G (2011) Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Recurso disponible en <http://mapas.eafit.edu.co/rid=1K28441NZ-1W3H2N9-19H/> Estrategias

## 2.25. El proceso de analizar: un estudio realizado con estudiantes de la UPN enmarcada en la Aritmética de cuerpos cuadráticos

Yeison Sánchez Rubio, Juan Carlos Ávila Mahecha,

William Jiménez Gómez

Universidad Pedagógica Nacional, Colombia

*E-mail Address: ysanchez@pedagogica.edu.co; javilama@gmail.com;*

*williamajg@hotmail.com*

### Resumen

El grupo de Álgebra de la Universidad Pedagógica Nacional, ha intentado fortalecer el conocimiento profesional del profesor trabajando con el diseño de actividades que favorezcan el desarrollo y estudio de procesos matemáticos como contar, inducir, medir, clasificar, representar, razonar, ordenar entre otros. Actualmente trabaja en el estudio de proceso de analizar estructuras visto como el proceso de la descomposición y representación de los elementos de una estructura en términos de otros elementos, llamados, especiales, es decir ejemplificado desde la factorización. En esta propuesta se presentan algunos resultados obtenidos en el marco del desarrollo del seminario de álgebra de la UPN.

### Referencias

- [1] LUQUE, C. JIMENEZ, H. ÁNGEL, L. (2013) *Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos: representar estructuras algebraicas finitas y e numerables, 2a. Ed.* . UPN, Bogotá, Colombia.

[2] RICO, L. (1995) *Conocimiento Numérico y Formación del Profesorado. Discurso de Apertura Curso Académico 1995-96 (51 pgs.)*. . Universidad de Granada, Granada, Depósito legalGR: 821/1995.

[3] RUIZ, A. (2009) *Desafíos de la Educación matemática: la formación de formadores*. . San José de Costa Rica, Recuperado el 10 de Octubre de 2012 de <http://cimm.ucr.ac.cr/aruiiz/recursos/formacion.pdf>



## 2.26. Nivel de comprensión de pictogramas estadísticos en estudiantes de grado 10<sup>o</sup> y 11<sup>o</sup> de dos instituciones educativas de la Ciudad de Ibagué

**Edna Camila Moreno Velázquez**

*ecmorenove@ut.edu.co*

**Aris Gildrey Méndez Campos**

*agmendezcam@ut.edu.co*

**Jorge Enrique Rocha Puentes**

*jerp\_1087@hotmail.com*

**Dicleny Castro Carvajal**

*dcastroc@ut.edu.co*

**John Jairo Zabala Corrales**

*jjzabalac@ut.edu.co*

Universidad del Tolima Facultad de Ciencias de la Educación, Colombia

AulaEstad - Grupo de Estudio en Educación Estocástica, Colombia

### Resumen

La Educación Estocástica juega un papel preponderante en la formación del futuro ciudadano, dentro de los elementos fundamentales a considerar en esa formación es la capacidad de interpretación de gráficas, Batanero (2002). El presente informe reporta los resultados de un estudio descriptivo frente a la lectura de pictogramas.

Este proyecto piloto fue realizado con el fin de realizar un diagnóstico del nivel de lectura y comprensión de pictogramas, en el que se encuentran los estudiantes de los grados 10 y

11, motivados e interesados por evaluar esta competencia estadística, se aplicó una prueba en dos colegios públicos de la ciudad de Ibagué.

Además, los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas de la educación MEN (2006), proponen desarrollar este tipo de competencia, afirmando que el estudiante debe Interpretar y comparar resultados de estudios con información estadística provenientes de medios de comunicación. Debe justificar o refutar inferencias basadas en razonamientos estadísticos a partir de resultados de estudios publicados en los medios; también, necesita interpretar la información que le aporta herramientas muy valiosas para conocer y analizar mejor la realidad.

En cuanto a la metodología, el tipo de investigación del presente trabajo es de carácter descriptivo, en palabras de Tamayo y Tamayo (1985) La Investigación descriptiva: Comprende la descripción, registro, análisis e interpretación de la naturaleza actual, composición o procesos de los fenómenos. El proceso particular en este estudio, inicia con la formulación de seis preguntas abiertas elaboradas por un experto, que averiguan por el nivel de comprensión de pictogramas estadísticos, esto mediante un cuestionario de preguntas abiertas aplicado a los estudiantes de grado 10 y 11 de dos instituciones educativas de la ciudad de Ibagué.

Considerando los niveles de comprensión de gráficos estadísticos propuestos por Curcio (1989), se encontró que los estudiantes de los grados décimos y once solo alcanzan el primer nivel de comprensión que consiste en leer de datos. Situación que indica el grado elemental en que se encuentran los estudiantes respecto a la interpretación y lectura de datos dificultándose aún más la capacidad para realizar predicciones e inferencias a partir de los datos.

## Referencias

- [1] Batanero, C. (2002). Los retos de la cultura estadística. Conferencia en las Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística, Buenos Aires. Confederación Latino-americana de Sociedades de Estadística.
- [2] Curcio, F. R. (1989). Developing graph comprehension. Reston, VA: N.C.T.M. MEN,

(2006) Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas de la educación. Ministerio de Educación Nacional de Colombia. Bogotá.

[3] Tamayo (1985) El Proceso de la Investigación Científica. Fundamentos de Investigación. Limusa. p.35.

## 2.27. Elementos y competencias en la lectura de gráficos y tablas estadísticos en el grado sexto en una institución educativa de la ciudad de Ibagué

**Mercedes Achinchoy Calpa**

*machinchoy@ut.edu.co*

**Lucero Alejandra Jiménez Gutiérrez**

*lajimenezg@ut.edu.co*

**Diego Felipe Chala Chala**

*pipechala@gmail.com*

**Dicleny Castro Carvajal**

*dcastroc@ut.edu.co*

**John Jairo Zabala Corrales**

*jjzabalac@ut.edu.co*

Universidad del Tolima Facultad de Ciencias de la Educación, Colombia

AulaEstad - Grupo de Estudio en Educación Estocástica,

## Resumen

Gran preocupación ha despertado en el mundo académico de nuestro país los bajos resultados en las pruebas matemáticas externas, en los últimos años, significa esto que nuestros estudiantes no alcanzan las competencias básicas propuestas por el MEN (2006), en los lineamientos curriculares. Esta preocupación nos invita a generar actitudes proactivas dentro del grupo de Estudio en educación Estocástica AulaEstad, mediante la realización de un estudio exploratorio se pretende diagnosticar y valorar los elementos y competencias en la lectura de gráficos y tablas estadísticos en el grado sexto en una institución educativa de la

ciudad de Ibagué, con el propósito de reconocer tales dificultades para en trabajos posteriores intervenir con propuestas didácticas ajustadas a la realidad.

Después de una mirada global al pensamiento aleatorio y sistemas de datos vamos a incluirnos en los estándares que nos propone especialmente para los grados cuarto y quinto de escolaridad dado a que los objetivos del presente proyecto están enfocados en dos estándares los cuales hablan de la representación de datos mediante tablas de frecuencia y la interpretación de gráficos estadísticos de dicho pensamiento y en mencionados grados académicos.

Usando la metodología de Investigación acción, la cual pretende según Lewin (1946), a través de sus fases de planificación, acción y evaluación del resultado, buscar la mejora. Siendo la investigación participativa, la más pertinente para este tipo de estudios, pues ella permite articular la teoría con la práctica, a partir de las preocupaciones generadas y compartidas en un grupo, como medio para mejorar y lograr aumento del conocimiento acerca de la enseñanza, aprendizaje y de la evaluación de la estadística.

A manera de reflexión y valoración frente a las competencias estocásticas que alcanzan los estudiantes de grado sexto en la Escuela normal superior de Ibagué, se encuentra que pueden ser mejores mediante la intervención en el aula de clase a través del planeamiento y ejecución de acciones, que permitan al estudiante involucrar en su proceso de aprendizaje, situaciones didácticas en contexto para abordar conceptos estadísticos y en consecuencia, su comprensión, como se verificó en la experiencia realizada por el grupo de estudio.

## Referencias

- [1] Batanero, C. (2002). Los retos de la cultura estadística. Conferencia en las Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística, Buenos Aires. Confederación Latino-americana de Sociedades de Estadística.
- [2] Lewin, K. (1946) Action Research and minority problems. *Journal of Social Issues*, 2,

34-46. MEN, (2006) Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas de la educación. Ministerio de Educación Nacional de Colombia. Bogotá.

## 2.28. La Interpretación Matemática de medición del costo del inventario

**Juan Guillermo Arango Arango**

*memo.arango@hotmail.com*

**Diana Yanet Gaviria Rodríguez**

*diyagaro@hotmail.com*

**Pablo Felipe Ardila Rojo**

*pabloardila@itm.edu.co*

Instituto Tecnológico Metropolitano de Medellín (ITM), Colombia

### Resumen

En esta ponencia escogemos una temática de la asignatura de Costos: “Medición del costo del inventario”; utilizando el método de los minoristas (Retail), que mide el costo reduciendo el precio de venta en un porcentaje apropiado de margen bruto; de acuerdo a la sección 13 de NIIF para Pymes. Aquí se analiza la interpretación matemática de éste tema, y cómo esa interpretación ayuda a comprender mejor los conceptos del método del minorista (Retail).

Nos apoyamos en el software dinámico y libre GeoGebra , donde se grafica la función del Inventario Final en términos del Margen Bruto.

En ésta fórmula interactúan además las Ventas, las Compras, el Inventario Inicial.

La que se mostrará en esta ponencia es “El método de los minoristas mide el costo reduciendo el precio de venta del inventario por un porcentaje apropiado de margen bruto”.

El Método de los minoristas o Retail, es muy utilizado en el sector comercial cuando hay gran número de artículos que rotan rápidamente, y además, tienen márgenes similares, por lo cual es más difícil de usar otros métodos de cálculo de Costos.

Se trabaja la siguiente función:

$$\begin{aligned} f(u) &= If \\ &= \frac{VU}{100} + I_0 + C \end{aligned}$$

Donde:

“ $V$ ” representan las ventas de un período en Unidades Monetarias

“ $I_0$ ” está dado por el inventario inicial en Unidades Monetarias

“ $C$ ” son las compras efectuadas en Unidades Monetarias

“ $U$ ” es el margen bruto de utilidad dado en porcentaje.

“ $If$ ” es el inventario final dado en Unidades Monetarias

Aquí se está considerando el “ $If$ ” como la variable dependiente; y “ $U$ ” como la variable independiente; y “ $I_0$ ”, “ $C$ ”, “ $V$ ” son parámetros que podemos variar de acuerdo a la simulación de la situación problema. En la gráfica en el software GeoGebra con el Objeto Interactivo de Aprendizaje OIA al darle a “ $U$ ” un determinado valor, resulta el punto Margen Bruto de Utilidad.

## Referencias

[1] <http://www.geogebra.org/cms/en/>.

[2] [http://www.ecured.cu/index.php/Objetos\\_Interactivos\\_de\\_aprendizaje](http://www.ecured.cu/index.php/Objetos_Interactivos_de_aprendizaje).



## 2.29. Un video y un Objeto Interactivo de Aprendizaje conllevan a un diálogo heurístico para el aprendizaje del Cálculo Diferencial

**Juan Guillermo Arango Arango**

*memo.arango@hotmail.com*

**Diana Yanet Gaviria Rodríguez**

*diyagaro@hotmail.com*

**Pablo Felipe Ardila**

*pabloardila@itm.edu.co*

Instituto Tecnológico Metropolitano de Medellín (ITM), Colombia

### Resumen

Para esta ponencia escogemos la asignatura de Calculo Diferencial y los temas de problemas de Razón de cambio y Máximos y Mínimos. En el software dinámico y libre GeoGebra [1] se diseña un problema.

Se graba un video en Camtasia donde se explica, además de los conceptos del tema que se está tratando; cómo se maneja el Objeto Interactivo de Aprendizaje (OIA) [2] en el software GeoGebra; como al variar los parámetros en las ventanas del OIA la gráfica se transforma, ocasionando en el estudiante inquietudes que lo llevan a experimentar colocando valores diferentes en las mencionadas ventanas y llegar a conclusiones diversas acorde a los cambio realizados.

Lo anterior conlleva a un diálogo heurístico con el Software donde se comienza a construir el conocimiento y enriquece los conceptos de lo tratado.

Aquí se ven algunas aplicaciones en las que la derivada se usa para representar e interpretar las razones en las cuales cambien las cosas en el mundo que nos rodea. Es natural pensar

en el cambio en términos de dependencia respecto del tiempo; como la posición, la velocidad y la aceleración de un móvil, pero no es tan necesario ser tan restrictivo. El cambio con respecto a variables distintas del tiempo puede estudiarse de la misma manera (en mercadeo, la relación entre el precio y el volumen de ventas, el área de una superficie geométrica y sus medidas, etc.). Estas preguntas pueden expresarse en términos de la razón de cambio de una función con respecto a una variable [3].

## Referencias

[1] <http://www.geogebra.org/cms/en/>

[2] [http://www.ecured.cu/index.php/Objetos\\_Interactivos\\_de\\_aprendizaje](http://www.ecured.cu/index.php/Objetos_Interactivos_de_aprendizaje)

[3] <http://es.wikipedia.org/wiki/Heur%C3%ADstica>

## 2.30. Aprendizaje híbrido con objetos virtuales de aprendizaje en Cálculo Diferencial

**John J. García Mora**

*jhongarcia@itm.edu.co*

**Sandra P. García Cárdenas**

*spgarcia@hotmail.com*

Instituto Tecnológico Metropolitano de Medellín (ITM), Colombia

### Resumen

La creación de un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA) diseñado y ejecutado con ayudas computacionales de tipo software libre como GeoGebra y Descartes, entre otros, nos permitió analizar la perspectiva de mejorar los procesos de aprendizaje y sugerir una metodología híbrida que los docentes aplican en el aula o fuera de ella. El aprendizaje enmarcado en esta modalidad didáctica implica que, bajo la guía y supervisión del docente de un curso formal de Cálculo Diferencial, el estudiante aprende de manera combinada, por una parte, a través de la entrega de contenidos e instrucción en línea y por otra parte a mediante un formato presencial en el aula. Los estudiantes del curso de Cálculo Diferencial tuvieron la posibilidad de controlar algunos aspectos del proceso, tales como el tiempo, lugar, ruta y ritmo; manteniendo latente la posibilidad de interactuar con su profesor y con sus compañeros. Quizá el mayor logro obtenido con esta experiencia fue lograr la disponibilidad de los estudiantes a participar con tareas enriquecedoras, especialmente en el aspecto concerniente a la evaluación, ya que ésta necesariamente debería ser sustentada presencialmente. Aquí el estudiante deberá ir más allá de un escogencia múltiple, de una palabra digitada (lo que incluye la ortografía) y operaciones donde no se aplican correctamente las operacio-

nes algebraicas. El estudiante debe justificar los errores cometidos y algunos que a pesar de haberlo realizado correctamente el OVA le dice que la respuesta estuvo errada.

## Referencias

[1] VOSLOO, S. (2013) *Aprendizaje móvil y políticas*. UNESCO, París, Francia.

[2] N-Economía, CEPREDE

[http://www.neconomia.com/~notas/Ulearning\\_nuevas\\_vias\\_de\\_formacion.html](http://www.neconomia.com/~notas/Ulearning_nuevas_vias_de_formacion.html).

## 2.31. La capacitación docente para el U-Learning

**John J. García Mora**

*jhongarcia@itm.edu.co*

**Sandra P. García Cárdenas**

*spgarcia@hotmail.com*

Instituto Tecnológico Metropolitano de Medellín (ITM), Colombia

### Resumen

El término uLearning o formación ubicua (disponible en distintos canales al mismo tiempo) describe el conjunto de actividades formativas apoyadas en la tecnología, con el requisito de que puedan ser accesibles en cualquier lugar, por tanto, este término debe incorporar cualquier medio tecnológico que permita recibir información, y facilite la asimilación e incorporación al saber personal de cada individuo, ello solo es posible con el aprendizaje móvil. El desarrollo profesional de los docentes es una piedra angular de la política de las Tecnologías de la Información y la Comunicación -TIC en la educación. Las políticas más antiguas se centraban en desarrollar las aptitudes de los docentes para las TIC, pero las más recientes persiguen transformar la educación formando a los docentes en el uso eficaz de las TIC para conseguir metas educativas.

En este documento analizamos los enfoques utilizados en la docencia que incluyen estrategias para mejorar la enseñanza y el aprendizaje y hacer más eficientes las tareas de divulgación y evaluación a través de dispositivos móviles, el punto de partida de nuestro análisis es el documento: ICT Competency Framework for Teachers(2011c) de la UNESCO brinda orientación sobre los conocimientos y aptitudes específicos de TIC que necesitan los docentes en los diversos ambientes pedagógicos de hoy.

Consideramos que los dispositivos móviles, debido a su ubicuidad y su alcance, tienen reservado un papel significativo en la divulgación y en la evaluación instantánea del aprendizaje.

## Referencias

- [1] VOSLOO, S. (2013) *Aprendizaje móvil y políticas*. UNESCO, París, Francia.
- [2] QUINN, C. N. (2011) *The mobile academy: mlearning for Higher Education*. Jossey-Bass, San Francisco, EEUU.

## 2.32. Lo imaginado y no imaginado de los números imaginarios

Margarita Patiño Jaramillo

*margaritapatino@itm.edu.co*

Instituto Tecnológico Metropolitano de Medellín (ITM), Colombia

### Resumen

El cuadrado de un número, positivo o negativo, es positivo; la raíz cuadrada de un número positivo tiene dos valores, uno positivo y otro negativo; no existe raíz cuadrada de un número negativo ya que un número negativo no es un cuadrado.

Cuál es la raíz cuadrada de  $-1$ ? La respuesta inmediata es que no existe: no hay ningún número que, al multiplicarlo por sí mismo, dé un número negativo.

Desde que se conoce el número imaginario  $i$ , se ha pensado históricamente que este proviene de la necesidad de resolver la ecuación  $x^2 + 1 = 0$ , para la que, como no disponíamos de ninguna solución real, definimos un nuevo número  $i$ , y ya entonces podemos hablar del número complejo.

Este resultado, si proviene de la necesidad de resolver ecuaciones pero éstas son las cúbicas, solución que se publicó en 1545 en el *Ars magna* (el arte sumo) de Cardano; dando cuenta que Scipione del Ferro hacia 1515 obtuvo la solución para un caso particular de  $x^3 + px = q$ , donde los coeficientes  $p$  y  $q$  se consideran positivos, ya que los números negativos aún no habían sido admitidos, pero Tartaglia también conocía esta solución logró obtener el valor para el término independiente.

## Referencias

- [1] KLEINER, I. (1988) "*Thinking the Unthinkable: The Story of Complex Numbers (with a Moral)*". The Mathematics Teacher, Reston, EEUU. V. 81:17. 583–592.
- [2] BAEZA, R. (2009) "*La ecuación cúbica, su historia y su solución*".  
<http://revistadelprofesor.somachi.cl/articulo2.pdf>.



## 2.33. Matemática Virtual como herramienta de apoyo a la presencialidad en la enseñanza universitaria

Margarita Patiño Jaramillo

*margaritapatino@itm.edu.co*

Instituto Tecnológico Metropolitano de Medellín (ITM), Colombia

### Resumen

Este trabajo tiene como propósito desarrollar una estrategia para favorecer el logro de competencias de estudiantes que cursan la asignatura de matemática básica en las carreras ofertadas por el Instituto Tecnológico Metropolitano, ITM, ubicado en el Municipio de Medellín, en el periodo académico 2015 en adelante.

En el procedimiento se cuenta con la participación presencial y se alterna con el trabajo virtual utilizando la plataforma Moodle de manera simultánea, en cuanto a la utilización de la modalidad presencial y la virtual, corresponde a la enseñanza blended learning, que según el MEN, se desarrollan acciones para facilitar la relación entre estudiantes y docentes, fundamentadas en una modalidad de enseñanza, donde el tutor combina el rol tradicional o presencial con el rol a distancia o no-presencial (MEN, 2008).

Se trata de considerar una estrategia de aprendizaje que permita aprovechar las ventajas y superar las debilidades de cada modalidad. Como paradigma es un trabajando sobre un modelo basado en la idea de que ambos espacios no están separados sino que se retroalimentan, en la medida que se diseñen tareas específicas con objetivos bien definidos, pero con una estrecha conexión, continuidad y mutuo impacto entre lo que se ha de hacer presencialmente y en línea, para un desarrollo de aprendizaje constructivista que satisfaga las necesidades formativas de los estudiantes, es decir, estimular a que el estudiante sea protagonista y responsable de la construcción de su conocimiento.

## Referencias

- [1] NANGLES, N. ARGUELLES, D. (2007) *Estrategías para promover procesos de aprendizaje*. AlfaOmega, Bogotá, Colombia.
- [2] M.E.N. (2008) "Las TIC y el B-Learning".  
<http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/w3-article-162948.html>.

## 2.34. Experiencia interuniversitaria en la enseñanza del Cálculo Diferencial mediada con tecnologías de información y comunicación

**Margarita Patiño Jaramillo**

*margaritapatino@itm.edu.co*

Instituto Tecnológico Metropolitano de Medellín (ITM), Colombia

### Resumen

El proyecto "Estrategia de innovación para mejorar el aprendizaje del Cálculo Diferencial en Ciencias básicas e ingeniería apoyadas en videos educativos y OVAS. Experiencia interinstitucional" ejecutado por el grupo GIES de la corporación Universitaria Lasallista de Caldas y el grupo GNOMON del Instituto Tecnológico Metropolitano de Medellín buscó analizar el rendimiento académico de los estudiantes de la asignatura de cálculo diferencial de ambas instituciones con el apoyo de videos y Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVA). El objetivo primordial del estudio fue demostrar que los videos y los Objetos Virtuales de Aprendizaje diseñados por ambos grupos, son herramientas para optimizar el excesivo tiempo en el aula de clase dedicado a definir conceptos, teorías, leyes y su aplicación en la solución de problemas típicos y de paso promover la cultura de aprendizaje autónomo (aprender a aprender solo y en equipo) mediante videos didácticos educativos de las clases y de las actividades con objetos interactivos de aprendizaje para que él mismo se autoevalúe y mida su comprensión de los conceptos antes de ir al aula de clase, aprovechándose mejor el tiempo de clase para trabajar ejercicios con análisis basado en problemas.

En el diseño y elaboración de estos videos y los OVAs se emplearon ayudas computacionales como GeoGebra, Descartes, Wiris, entre otros.

## Referencias

- [1] SALINAS, J. (1992) *Diseño, producción y evaluación de vídeos didácticos*. . Universidad de las Islas Baleares, Palma de Mayorca, España.
- [2] ALBA, C. ET ALL (1994) *Un estudio sobre la integración de los medios y recursos tecnológicos en la escuela*, Blazquez, F. Cabero, J. (Coord.): *Nuevas tecnologías de la información y la comunicación* . Alfar, Sevilla, España.

## 2.35. Recurso educativo digital abierto para fortalecer el pensamiento espacial en estudiantes de décimo grado

Luis Fernando Olivo, Yilmar Tamara, Jhonathan Castro, Sonia Valbuena,  
Antalcides Olivo

Universidad del la Atlántico, Licenciatura en Matemáticas

*lolivodiaz@hotmail.com*

### Resumen

Esta investigación aporta estrategias didácticas buscando fortalecer el pensamiento espacial en estudiantes de secundaria con el estudio de las cónicas, con mediación de una plataforma virtual interactiva gratuita; YILO, aportando en resolución y visualización de situaciones problemas, siendo un valor agregado promover el desarrollo de competencias tecnológicas en el docente actual (MEN, 2008). Un problema encontrado en el contexto de esta investigación es la no consideración de estrategias didácticas apoyadas en la gran variedad de recursos existentes bien sean: tecnológicos, didácticos o convencionales, diferentes al tablero y el marcador, que faciliten el aprendizaje, para (Godino, 2004) en la enseñanza de las matemáticas se deben utilizar todos los procedimientos, recursos y estrategias necesarias para ayudar al alumno (soporte pedagógico) a adquirir unos aprendizajes significativos.

Un segundo problema identificado es el enfoque meramente numérico dado a los problemas geométricos omitiendo el desarrollo del pensamiento espacial, sin atender que diariamente nos enfrentamos a un mayor número de problemas espaciales que numéricos. Un

tercer problema: el creciente déficit motivacional en el estudiante, considerando el estudio de la temática poco atractivo y apartado en gran medida de sus intereses.

El marco teórico que sustenta esta investigación es expuesto por (D'Amore, 2008), la didáctica es el arte de concebir y de crear condiciones que pueden determinar el aprendizaje de un conocimiento matemático por parte del individuo; (Brousseau, 1986) define tres entes importantes en el proceso educativo de las matemáticas: el maestro, el estudiante y el medio didáctico; (Fernández, Bermúdez, 2009) propone el uso de una plataforma virtual como apoyo a la educación, además de la teoría de la geometría dinámica en la educación propuesta por (Miranda, 2010); (Gardner, 2011), (MEN, 1998) plantea una nueva forma de visionar el conocimiento matemático en la escuela dentro de sus referentes curriculares enfocándose en la importancia de la geometría por su misma naturaleza para interpretar, entender y apreciar un mundo que es eminentemente geométrico.

## Referencias

- [1] BrionesBRIONES, G. (2002). "Metodología de la Investigación Cuantitativa".
- [2] BROUSSEAU, G. (1986). "Fundamentos y métodos de la didáctica matemática". Francia: Universidad de Burdeos.
- [3] D'AMORE, B. (2008). "Epistemología, didáctica de la matemática y prácticas de enseñanza". ASOVEMAT (Asociación Venezolana de educación matemática), Vol. 17, nº 1, 87 106.
- [4] FERNÁNDEZ, BERMÚDEZ, M. (2009). "LA PLATAFORMA VIRTUAL COMO ESTRATEGIA PARA MEJORAR EL RENDIMIENTO ESCOLAR DE LOS ALUMNOS EN LA I.E.P CORONEL JOSÉ JOAQUÍN INCLÁN DE PIURA" . Revista Digital Sociedad de la Información. Edita Cefalea .
- [5] GODINO, J. (2004). "Didáctica de las Matemáticas para Maestros". Granada: Universidad de Granada.

- [6] MEN, M. D. (2008). "Ser Competente en Tecnología: ¡Una necesidad para el desarrollo!". Bogotá-Colombia. Miranda, R. (2010). "Carmetal 3.1". Geometría Dinámica. Disponible en: <http://www.geometriadinamica.cl/2010/01/carmetal-3-1/>.

## 2.36. Realidad aumentada en un recurso educativo digital abierto para resolver problemas aritméticos de enunciado verbal

Mildred Niebles Lezama, Manuel Sarmiento, Sonia Valbuena

Universidad de la Costa, Programa Todos a Aprender

*milnile1119@hotmail.com*

### Resumen

La necesidad de incorporar las Tecnologías de la Información y la Comunicación TIC en los procesos educativos de la sociedad actual, es una realidad que debe ser afrontada por la escuela del siglo XXI. A diferencia de las épocas anteriores, las habilidades requeridas actualmente no son las de retención de una gran cantidad de información por parte de los estudiantes ya que a ésta se llega de manera fácil y ágil; las habilidades o destrezas necesarias consisten precisamente en saber buscar, seleccionar y hacer uso adecuado de esa información. De acuerdo con Sunkel, G., Trucco, D., Espejo, A. (2014), este es un desafío que implica en primer lugar, el disminuir la brecha digital en cuanto a acceso a la información en las diferentes regiones del país, para posteriormente alcanzar las competencias digitales necesarias. Sin embargo, según los autores, cerrar esta brecha va mucho más allá de dotar a las instituciones de computadores; se trata de procesar e intercambiar información, de impulsar nuevas formas de aprender e incorporar nuevos soportes técnicos del aprendizaje y de utilizar los recursos tecnológicos para democratizar el acceso al conocimiento y mejorar la gestión educacional en todos los niveles. Precisamente en este punto surge el presente proyecto de investigación, el cual busca identificar de qué manera un Recurso Educativo Digital Abierto



Ú REDA- puede contribuir a fortalecer los procesos de comprensión y resolución de los problemas aritméticos de enunciado verbal en los estudiantes de tercer grado de una institución oficial de Barranquilla. La investigación se desarrolló mediante un enfoque mixto y con base en los postulados del paradigma emergente. La población objeto de estudio la conformaron los estudiantes de tercer grado de la IED La Magdalena y la muestra, 30 estudiantes del grado 3<sup>o</sup> A, la cual fue seleccionada mediante la estrategia de muestreo no probabilístico intencionado. La recolección de la información se llevó a cabo a través de instrumentos de pre-test, intervención, post-test, así como encuestas, listas de chequeo y diario de campo para recoger información sobre el desarrollo de los procesos pedagógicos en el aula; algunos de estos instrumentos como el pre-test y el post-test, ya se encontraban validados pues consisten en las pruebas EGMA y EGRA, empleadas por el Ministerio de Educación Nacional para medir los conocimientos básicos en lectura y matemáticas en los estudiantes de tercer grado. Los otros instrumentos fueron validados mediante prueba piloto. Las conclusiones obtenidas a partir del análisis de la información demuestran que el empleo de un Recurso Educativo Digital Abierto, REDA contribuye a mejorar la comprensión y resolución de los PAEV en los estudiantes de tercer grado; así mismo que es necesario fortalecer el uso de las TIC en las prácticas de aula de los docentes desde las diferentes áreas del conocimiento y que se hace necesario definir estrategias institucionales que potencien el trabajo con PAEV desde los primeros grados de la educación básica. A partir de estos resultados, se presenta el REDA AUMENTAMAT, como un recurso tecnológico basado en Realidad Aumentada que, empleando los postulados teóricos de George Polya y Schoenfeld, busca fomentar en los estudiantes las habilidades para leer, comprender, planear, ejecutar y comprobar.

## Referencias

- [1] BUITRAGO, R. D. (2013) “Estado del arte: Realidad aumentada con fines educativos”. *Revista de Innovación e Investigación Ingenieril*, 2(3), 50-59.
- [2] CABRERA, A. J. P. (2004). “Edgar Morín y el Pensamiento de la complejidad”. *Revistas ciencias de la Educación*, 23-14.

- [3] PEDRAZA, C. L. E., VALBUENA, D. S. (2014). “Plataforma Móvil con Realidad Aumentada para la Enseñanza de los Cálculos [Mobile Platform with Augmented Reality for the Teaching of Calculus]”. *Ventana Informática*, 30-40.
- [4] SUNKEL, G., TRUCCO, D., ESPEJO, A. (2014). “La integración de las tecnologías digitales en las escuelas de América Latina y el Caribe: una mirada multidimensional”. Cepal.

## 2.37. Cursillo: Desarrollo de las habilidades de pensamiento crítico en estudiantes con limitación visual para representar números enteros en el plano cartesiano a través de las áreas tifológicas en grado sexto

Lilibeth Paola Esquivia Ibarra

Yeiner Hássel Perez Laurens

Yeimy Patricia Romero Elias

Eddie Rodriguez

*ebossio01@gmail.com*

Universidad del Atlántico, Colombia

### Resumen

El alumno con ceguera o discapacidad visual tiene necesidades educativas especiales derivadas de la dificultad de acceder a la información a través del sentido de la vista. Por tanto, se quiere potenciar el desarrollo y la utilización del resto de los sentidos para compensar la discapacidad visual. Lo cual implica identificar aquellos aspectos del proceso cognitivo que requieren de particular comprensión para ser tenidos en cuenta en el momento de orientar la enseñanza. Entonces nace la siguiente pregunta. ¿Cómo desarrollar las habilidades de pensamiento crítico en estudiantes con limitación visual para representar números enteros en el plano cartesiano a través de las áreas tifológicas? En efecto para estudiantes con este tipo de limitación existen fundaciones adecuadas para ellos, con la habilidad de reconocer su discapacidad, como una opción pedagógica, donde el respeto y el reconocimiento del otro

es fundamental en la formación de un sujeto autónomo; estos centros educativos otorgan un entorno apto con la mecánica necesaria para lograr en los estudiantes con limitación visual, el aprendizaje esperado. Pero ¿Qué dificultades presentan los estudiantes con discapacidad visual para representar números enteros en el plano cartesiano? ¿Qué recursos didácticos facilitan el aprendizaje de las matemáticas? ¿Cómo mediante una propuesta, se desarrollarían las habilidades de pensamiento crítico en estudiantes con limitación visual para representar números enteros en el plano cartesiano?

Ante la situación planteada, se pretende explicar la manera como leen y escriben los niños con discapacidad visual, de una forma didáctica a través de unas actividades relacionadas con la representación de números enteros en el plano cartesiano utilizando las áreas tifológicas entre ellas el braille que permite la lectura y escritura de personas con limitación visual. Desarrollando en ellos el buen uso de las habilidades del pensamiento crítico como lo son: observar, percibir, comparar-contrastar, nombrar-identificar, emparejar, identificar-detalles, recordar, generalizar, describir- explicar, secuenciar-ordenar e inferir; para así, lograr que los estudiantes a través de las áreas tifológicas alcancen el aprendizaje esperado al momento de representar cantidades enteras en el plano cartesiano.

Bajo esta nueva mirada, se quiere enseñar actividades relacionadas con la representación gráfica de números enteros en el plano cartesiano a través de las áreas tifológicas como el braille, teniendo como objetivos formular actividades en las cuales a través del braille se pueda representar números enteros en el plano cartesiano en estudiantes con esta discapacidad, al mismo tiempo de sugerir medios didácticos para utilizar esta herramienta en la representación de números enteros en el plano cartesiano. Y por último indicar el uso adecuado de los medios didácticos para facilitar el aprendizaje de la representación gráfica de números enteros en el plano cartesiano en estudiantes con discapacidad visual.

Cabe agregar que, esta investigación busca innovar un proceso pedagógico como un cambio de actitud en los estudiantes y docentes, contribuyendo a desarrollar las habilidades del pensamiento crítico desde los preconceptos de números enteros hasta llegar al concepto de

plano cartesiano. El resultado de esta propuesta se generalizará en la medida que se aplique en un contexto específico, para darle una solución adecuada y eficiente a la problemática presentada por los discentes.

## Referencias

- [1] Reunión de intérpretes braille Habla Hispana. (1987) Código matemático unificado para la lengua castellana., Montevideo.
- [2] Gladys Sánchez Cantor. (2003) Cómo orientar al estudiante con limitación visual en sus clases de matemáticas., Colombia.

## 2.38. Cursillo: Aprende a programar en tres días

José Manuel Gómez Soto

Universidad Autónoma de Zacatecas, México

*E-mail Address: jmgomezuam@gmail.com*

### Resumen

En este cursillo se les enseñara a los estudiantes de matemáticas a programar en tres días. Los problemas que se resolverán en el curso son problemas del área de las matemáticas como probabilidad, combinatoria y sistemas dinámicos.

El curso constará de los siguientes temas:

- Dia 1. Cálculo lambda y recursividad.
- Dia 2. Triangulo de Pascal y combinaciones.
- Dia 3. Punto fijo y gráficas de "CobWeb".

El lenguaje de programación que se utiliza es Racket.

### Referencias

- [1] ABELSON HAROLD, SUSSMAN JERRY Y SUSSMAN JULIE (1984) *Structure and Interpretation of Computer Programs*. MIT Press.
- [2] [HTTP://RACKET-LANG.ORG/](http://RACKET-LANG.ORG/) (2012) *Manual del lenguaje Racket*.

## 2.39. Cursillo: Soluciones analíticas de dos ejercicios clásicos de integración

**Joaquin Padovani**

Universidad Interamericana de Puerto Rico  
Recinto de San Germán San Germán, Puerto Rico  
*padovani1@hotmail.com*

### Resumen

En este taller teórico - práctico se propone y otorga solución a dos curiosos e instructivos ejercicios correlacionados de integración analítica, empleando para ello las sustituciones originales utilizadas por Gaus y Chebyshev. Se ofrecen, además, soluciones completas a los mismos problemas, obtenidas empleando específicos cambios de variable que han sido propuestas - ya sea explícita o implícitamente - por los educadores Tom M. Apostol, Michael Spivak, y Murray F. Spiegel en sus clásicos tratados de cálculo.

A las cinco integraciones por sustitución aludidas, hemos agregado una que aunque adolece de ser de obscura precedencia, goza de la gratificante propiedad de arrojar resultados de primitivas con una equiparable eficacia.

### Referencias

- [1] Apostol Tom M., Cálculo I, Cálculo2, Editorial Reberté, Barcelona, España, 1990.
- [2] Demana Franklin D., Waits, Bert, et all, Precalculus,(Graphical, Numerical, Algebraic), Seventh Edition, Addison Wesley, Boston, London, Mexico, 2007.
- [3] Foerster, Paul A., Algebra and Trigonometry, Clasic Edition, Pearson - Prentice Hall, Boston, New Jersey, 2004.

[4] Larson ,Ron, Hostetler, Robert P., Precalculus, 5th Edition, Houghton Mifflin Co. Boston, New York, 2001.

[5] Steward, James, Calculus, 6th Edition, Thomson, Australia, Brazil, Spain, United States.2008.



## 2.40. Cursillo: Proyecciones de las matrices naturales en el estudio de la teoría del pegar y reversar y en la fundamentación matemática de la raíz digital aplicada en programación

Jhon Eider Ramirez López y José Luis Gorrostola Nadad

I. E. Rural Monseñor Escobar Vélez, I. E La Salle, Colombia

*E-mail Address: matricesnaturales@gmail.com*

### Resumen

Las matrices naturales, teoría matemática basada en los fundamentos del álgebra lineal y la teoría de progresiones, constituyen una oportunidad para explorar estudios como la teoría matemática del pegar y reversar [1,3] y la propuesta de Kardi Teknomo sobre la raíz digital aplicada en programación informática [10]. Por medio de estas matrices es posible generar razonamientos y resultados inmersos en el lenguaje matemático que las regula, por tanto, el taller que se propone gira en torno a tres ejes principales:

- Fundamentos de las matrices naturales,  $\forall \lambda \in MN$  con  $\lambda \in N$ ;  $\lambda = k(i - 1) + j$

- Estudio de la teoría del pegar y reversar a la luz de la suma sucesiva o raíz digital

$$\forall a, b \in N, \lambda a \diamond b \lambda = \lambda a + b \lambda$$

- Propuestas de generalidades via fila y columna para la fórmula de parte entera piso en la raíz digital

$$j = \lambda - k \lfloor \frac{\lambda-1}{k} \rfloor \quad e \quad i = \lfloor \frac{\lambda+k-1}{k} \rfloor$$

## Referencias

- [1] ACOSTA-HUMANEZ, P.B. (2003) "La Operación Pegamiento y el Cuadrado de Números Naturales"2. Civilizar, Bogotá.
- [2] Ayres, F. (1989) "Algebra Moderna". México: McGraw-Hill.
- [3] CHUQUE, A.L. (2011) Pegar y Reversar Trabajo de Grado, Universidad Sergio Arboleda.
- [4] Fraleigh. J. (1987) "Algebra Abstracta". Wilmington, Delaware, E.U.A: Addison Wesley Iberoamérica, S.A.
- [5] Gorrostola, J.L(1998) "Matrices Naturales y Sumas Sucesivas," V congreso nacional de estudiantes de matemáticas ACEM, universidad de Córdoba Montería.
- [6] Leithold. L. (1992) "El Cálculo con Geometría Analítica", 6aEd. México: Harla, pp. 58-60.
- [7] Ramírez, J.E y Gorrostola. J.L (1997) "Matrices Cabalísticas," IV congreso nacional de estudiantes de matemáticas ACEM universidad nacional de Colombia sede Medellín.
- [8] Ramírez, J.E y Gorrostola. J.L (2014) "Matrices Naturales", X encuentro internacional de matemáticas EIMAT universidad de Atlántico Barranquilla.
- [9] Hernández, P.R. (2009) "Sobre la raíz digital de los números primos", Revista Digital Matemáticas, Educacion e Internet, Vol. 10, No 1. <http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/>
- [10] Teknomo.K. "Wat is Digital Root", <http://people.revoledu.com/kardi/copyright.html>.

## 2.41. Cursillo: Visualización Espacial de los Poliedros Regulares

**Efraín Alberto Hoyos Salcedo, Liliana Inés Pérez Velasco**

Universidad del Quindío, Colombia

*eahoyos@uniquindio.edu.co, lanacp8@hotmail.com*

### Resumen

Este taller será orientado a docentes de básica primaria y secundaria con el fin de aportar una secuencia didáctica apoyada con material didáctico y software educativo para el desarrollo de habilidades de visualización del espacio 3D. Las actividades están desarrolladas teniendo en cuenta cuatro de los aspectos de visualización espacial: conteo, rotación, plegar y desplegar, composición y descomposición.

### JUSTIFICACIÓN

La mayoría de los docentes reconocen que emplean poco material manipulativo o software educativo como herramientas didácticas para el desarrollo de sus clases de geometría, por desconocimiento de su uso y en algunos casos por no tener acceso a ellos. Consideramos de suma importancia la realización del presente taller para disponer los materiales educativos resultado de una investigación desarrollada en la Universidad del Quindío, los cuales permiten emplear por parte de los docentes, estrategias pedagógicas a través de secuencias didácticas. Estas actividades tienen una clasificación haciendo uso de conceptos de Demanda Cognitiva y empleando el material manipulativo y software educativo Polydron, como una herramienta altamente eficaz en el desarrollo del pensamiento espacial y sirven de apoyo a los docentes de básica primaria y secundaria en la mejora de los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Por otro lado observamos que, en las Pruebas Saber, las preguntas del pensamiento Geométrico-métrico representan un total del 35 % del total de la prueba.

De las pruebas Saber, realizadas en los años 2009 y 2014, respecto al pensamiento geométrico-métrico, un porcentaje del 80 % corresponde a preguntas de visualización de forma directa o indirecta. Es decir, para que el estudiante pueda razonar, representar, comunicar, modelar y resolver problemas, requiere de procesos cognitivos desarrollados a partir de la rotación de objetos, composición y descomposición, plegar y desplegar y conteo de partes. Esto conlleva a la necesidad de incorporar herramientas didácticas que desarrollen estas destrezas de visualización respecto a la representación de poliedros partiendo de sus posibles desarrollos planos.

#### DESCRIPCIÓN DEL TALLER

La propuesta tiene como objetivo utilizar diferentes materiales didácticos manipulativos o computarizados que se integren con las secuencias didácticas y se enfoquen al desarrollo de habilidades de visualización de los objetos en el espacio.

#### TEMAS DEL TALLER:

1. Concepto de Polígonos.
2. Teselados y clases de Teselados.
3. Poliedros y sus desarrollos planos.

Para el desarrollo de las actividades se utilizarán los siguientes recursos: guía para el docente, software educativo Polidrón de Marthica (material educativo desarrollado por el Magister de la universidad del Quindío Efraín Alberto Hoyos Salcedo).

## Referencias

- [1] ANSELL, BOB (1998) *Descubriendo Polydron* . Inglaterra.

[2] MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (1998) Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. MEN. Bogotá.

[3] MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL Lineamientos curriculares. MEN. Bogotá.

## 2.42. Cursillo: El razonamiento inductivo y el método de demostración por inducción matemática en la geometría plana

Miguel Ángel Pombo De La Hoz

Universidad del Atlántico, Colombia

*miguelpombo@mail.uniatlantico.edu.co*

### Resumen

De manera general, entendemos por razonar la acción de ordenar ideas en la mente para llegar a una conclusión. El razonamiento matemático está presente en todo el trabajo matemático de los estudiantes y por consiguiente, este eje se debe articular con todas las actividades matemáticas

La inducción es un proceso mental que nos permite a partir de la observación de muchos casos, obtener una regularidad o patrón que se cumple en todos ellos y que nos permite llegar a una abstracción de dicha cualidad presente en todos los casos. Este proceso nos lleva a generalizar, mediante el lenguaje verbal y el algebraico, la regularidad encontrada.

Una generalización basada en el razonamiento inductivo se denomina conjetura. Entendemos por conjetura a la proposición que se prevé verdadera, pero que se encuentra todavía pendiente de una demostración que la confirme o que, por el contrario, la rechace o modifique. Nos interesa apoyar la generalización utilizando un proceso en el cual el dibujo juega un papel esencial.

En particular mostraremos una faceta del método, usándolo en la Geometría plana, asociada con problemas de este campo relacionados con el conteo y con propiedades inherentes a objetos geométricos.

## Referencias

- [1] Alsina, Claudi y Otros. Invitación a la Didáctica de la Geometría. Editorial Síntesis, Madrid, 1995.
- [2] Shardakov, M. Desarrollo del pensamiento en el escolar. Editorial Grijalbo, México, 1968.
- [3] Goloviná, L e I Yaglóm. Inducción en la geometría. Editorial MIR, Moscú, 1981.
- [4] Martínez, Ángel y Otros. Una metodología activa y lúdica de enseñanza de la geometría elemental. Editorial Síntesis, Madrid, 1989.

## 2.43. Cursillo: Presentación del Cálculo Infinitesimal como estrategia didáctica

Oswaldo Dede Mejia

Universidad del Atlántico, Colombia

*oswaldodede@mail.uniatlantico.edu.co*

### Resumen

En sus orígenes, el cálculo se basó en conceptos como el de infinitesimal o a número infinitamente pequeño, esto es un número que sin ser cero es menor que cualquier número positivo. Tales objetos matemáticos, heredados de la antigüedad, se utilizaron por los creadores del cálculo como Newton y Leibnitz para sustentar sus proposiciones pero sin una base matemática rigurosa, lo que produjo críticas y ataques fundamentados en tal carencia. Los ataques surtieron su efecto y los matemáticos se dedicaron a la búsqueda de conceptos rigurosos que fundamentaran el cálculo dado que éste se convirtió en uno de los pilares no solo de las matemáticas sino de la Física, de la astronomía y otras ciencias y debía mantenerse con todos los resultados obtenidos por sus fundadores. El parto de esos intentos fue el concepto de límite sobre el cual se basa nuestro cálculo actual y que contribuyó a la expulsión de los cuestionados infinitesimales.

En el año 1960, el profesor Abraham Robinson desarrolló una teoría, fundamentada en la lógica, que repatriaba a los infinitesimales al reino del cálculo pero con las credenciales de rigor necesarias para su permanencia. Surgió así el denominado Análisis no Estándar por oposición al Análisis Clásico, denominado estándar y que condujo a otros matemáticos a mejorar lo hecho por Robinson creando teorías no fundamentadas en la lógica.



El presente cursillo pretende motivar a los oyentes a interesarse por esos nuevos métodos, y dado su carácter más intuitivo y la facilidad de sus aplicaciones, ensayarlos en los procesos de enseñanza aprendizaje del cálculo. Euler, el maestro de todos los tiempos fue un defensor de lo infinitesimal.

## Referencias

- [1] KESSLER, H. (2000) *ELEMENTARY CALCULUS. An infinitesimal approach.* Universidad de Wisconsin, EEUU.
- [2] Kemel, George (2001) “CALCULO CON INFINITESIMALES”. Universidad del Magdalena.

## 2.44. Rol del Profesor: de la tiza-tablero al Teacherpreneur

**John J. García Mora**

Sandra P. García Cárdenas

Instituto Tecnológico Metropolitano, Colombia

*jhongarcia@itm.edu.co spgarcia@hotmail.com*

### Resumen

La educación es un ecosistema de aprendizaje que cada vez más es intervenido por las Tecnologías de la Información y la comunicación (TIC) y, ello implica que el docente necesariamente debe asumir un nuevo rol en ese ecosistema. Las habilidades TIC de un docente no se pueden resumir en cursos breves en manejo de herramientas, hoy se requiere explorar más y por ende un considerable tiempo de pruebas para establecer un patrón pedagógico que defina su quehacer en el aula y fuera de ella. Es precisamente fuera del salón de clase donde la fuerza laboral del ecosistema educativo genera nuevos papeles, KnowledgeWorks es un fundación Norteamericana fundada en el año 2000 y presentó un informe donde relaciona los siete roles que cambiarán la actividad docente: The Learning Pathway Designer (Diseñador de rutas de Aprendizaje), Competency Trackers (Rastreadores de Competencias), Pop-up Reality Producers (Productores de Realidades Emergentes), Social Innovation Portfolio Directors (Directores de Portafolios Sociales de Innovación), Learning Naturalist (Analistas de entornos de Aprendizaje), Micro-Credentialing Analysts (Diseñadores de estrategias para la calidad del aprendizaje) y el Data Steward (Administrador de Datos). En esta ponencia analizamos estas nuevas actividades que ya se están viviendo con iniciativas de organizaciones como TeachersPayTeachers, Tareasplus y Khan Academy entre muchas otras donde el trabajo docente adquiere una nueva dimensión: TEACHERPRENEUR.

## Referencias

- [1] DAY, C. (2006) *Pasión por enseñar*. NARCEA, Madrid, España.
- [2] BEDOYA, T. O. (2005) “El rol del docente como mediador cognitivo”. *El agora USB*. V. 5, 249–262.

## Capítulo 3

### MATEMÁTICA APLICADA

En esta sección presentamos los títulos y resúmenes de las ponencias y/o cursillos de los investigadores que participaron en la línea de investigación de Ecuaciones Diferenciales y Sistemas Dinámicos.

### 3.1. “X-Rule”: Un nuevo Autómata Celular binario en dos dimensiones capaz de realizar Computación Universal

**José Manuel Gómez Soto**

Universidad Autónoma de Zacatecas

*E-mail Address:jmgomezuam@gmail.com*

#### Resumen

Se mostrará un autómata celular binario capaz de realizar computación universal sin el esquema nacimiento-sobrevivencia [1]. Se trata del tercer autómata celular encontrado en el área, el primero, el famoso “Juego de la Vida” lo encontró Conway en 1970 [2] y el segundo conocido como la regla regla “R” fue encontrado por Sapin en el 2004 [3].

#### Referencias

- [1] Gómez-Soto, JM., and Wuensche A., “The X-rule: Universal Computation in a non-isotropic Life-Like Cellular Automaton,” vol 10, Numer 3-4, Journal of Cellular Automata (2015).
- [2] Elwyn R. Berlekamp , John H. Conway, Richard Guy, “Winning Ways for Your Mathematical Plays, ” Vol 2. AK Peters Ltd, 2003.
- [3] Sapin,E, O. Bailleux, J.J. Chabrier, and P. Collet. “A new universel automata discovered by evolutionary algorithms”, *Gecco2004.Lecture Notes in Computer Science*, 3102:175-187, 2004.

## 3.2. Muestreo en Conjuntos Difusos: Una visión general

**Dicleny Castro Carvajal**

*E-mail Address: dcastroc@ut.edu.co*

**John Jairo Zabala Corrales**

*E-mail Address: jjzabalac@ut.edu.co*

Universidad del Tolima, Facultad de Ciencias de la Educación, Colombia

AulaEstad - Grupo de Estudio en Educación Estocástica

### Resumen

La teoría de Conjuntos Difusos, introducida por Zadeh (1965), se ha constituido en una buena alternativa en lo que se refiere a la modelación del mundo, esto basado en la idea de que los elementos claves del pensamiento humano no son números, sino etiquetas lingüísticas que permiten que los objetos pasen de pertenecer de manera flexible, de una clase a otra, permitiendo tener múltiples posibilidades de interpretación.

Inicialmente se plantean los conceptos básicos relativos a la lógica difusa, posteriormente se hace una exposición sobre poblaciones y muestras difusas, seguidamente se expone la manera como se estiman los parámetros media aritmética y total, en el muestreo aleatorio simple, con el propósito de comparar la manera de estimarlos en las muestras difusas de poblaciones finitas difusas, esto usando los índices de Kaufmann (1975) como estimadores.

Alternativamente al muestreo aleatorio simple en variables con poca información o de etiquetas lingüísticas se propone el muestreo difuso, un método que considera las funciones de membresía asociada a la variable en estudio, mediante una simulación de datos se establece una comparación entre los dos tipos de muestreo para datos difusos.

Las aplicaciones son muy diversas, en la agricultura, psicología, demografía, sociología, en fin en donde intervengan mediciones imperfectas, ambiguas o incompleta propia de la misma población o de la interacción con otros agentes o instrumentos de medición.

## Referencias

- [1] Kaufmann, A. (1975). Introduction to the Theory of Fuzzy Subsets, Vol. 1. Academic Press, New York. (Reference from I, 1975c.)
- [2] Kaufmann, A (1975) Introduction a la Théorie des Sous-ensembles, flous. Masson, Paris.
- [3] Zadeh, L. (1965): "Fuzzy sets", Information and Control 8, 338-353. Recuperado de: [http://www.asianscientist.com/books/wp-content/uploads/2013/06/2895\\_chap01.pdf](http://www.asianscientist.com/books/wp-content/uploads/2013/06/2895_chap01.pdf).

### 3.3. Una aplicación del modelo Black-Scholes a las fluctuaciones de los precios de las acciones en el mercado bursátil

Alvaro Javier Cangrejo Esquivel<sup>1</sup>

Wilmer Dario Pineda Rios<sup>2</sup>

Gustavo Londoño Betancourth<sup>3</sup>

Universidad Surcolombiana <sup>1 - 3</sup>

Universidad Santo Tomás Bogotá D.C <sup>2</sup>

<sup>1</sup>*03javicanesk@gmail.co*

<sup>2</sup>*wpinedar@unal.edu.co*

<sup>3</sup>*glondono@usco.edu.co*

## Resumen

En este trabajo se deduce el modelo de Black - Scholes como un problema de valor en la frontera formado por la Ecuación Diferencial Parcial de segundo orden

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + rx \frac{\partial V}{\partial x} - rV = 0 \quad (3.1)$$

donde,  $V$  es el precio de la opción,  $x$  valor actual del derivado,  $t$  el tiempo,  $\sigma$  índice de volatilidad,  $r$  tasa libre de riesgo. Las condiciones de contorno están dadas por

$$V(x, T) = \max(x - K, 0), \quad V(0, T) = 0, \quad V(x, t) \rightarrow x, \quad x \rightarrow \infty \quad (3.2)$$

donde  $K$  es el precio skipe o de ejercicio y  $T$  es el tiempo anual del contrato a ejercer. Para esto se parte de una Ecuación Diferencial Estocástica.

$$dx = \sigma dX. \quad (3.3)$$



que explica la evolución de los precios de las opciones futuras de un derivado arbitrario, siendo  $dX$  una variable aleatoria.

Con estos lineamientos definidos, resolvemos dicha ecuación y mediante un código de programación en el software estadístico R, se establece el comportamiento generado por las fluctuaciones de los precios de cierre diarios comprendidos entre Junio de 2013 a Junio de 2014, calculando el índice de volatilidad, a las acciones de Ecopetrol y Pacific Rubiales para poder pronosticar el precio de las opciones y determinar cuál de las dos empresas petroleras tiene un menor riesgo al momento de invertir.

## Referencias

- [1] J. L. Benito Castillo. *El modelo de Black-Scholes de valoración de opciones financieras*. Universidad de Barcelona. Barcelona .(2012).
- [2] J. F. Neil, J. Paul, M. H. Pak. *Financial Market Complexity*. Oxford Finance, New York. (2010).
- [3] S. Farlow. *Partial Differential Equations*. Dover Publicaciones, New York. (1993).
- [4] R.J.Elliott, P.E.Kopp. *Mathematics of Financial Markets*. Springer - Verlag, New Yourk. (1999).
- [5] Bolsa de Valores de Colombia: <http://www.banrep.gov.co/>

### 3.4. Operadores Pseudodiferenciales Toroidales asociados a Símbolos discretos Operador valuados

**B. Barraza Martínez**

Departamento de Matemáticas y Estadística,  
Universidad del Norte, Puerto Colombia, Colombia

*bbarraza@uninorte.edu.co*

*J. Hernández Monzón*

Departamento de Matemáticas y Estadística,  
Universidad del Norte, Puerto Colombia, Colombia

*jahernan@uninorte.edu.co*

## Resumen

En esta charla consideramos operadores pseudodiferenciales toroidales con símbolos discretos, operador valuados y con limitada regularidad, y la generación de semigrupos analíticos sobre espacios de Sobolev toroidales. Para un símbolo discreto parabólico y con limitada regularidad, demostraremos que el operador pseudodiferencial toroidal asociado genera un semigrupo analítico en el espacio de Sobolev  $W_p^k(\mathbb{T}^n, E)$ , donde  $E$  es un espacio de Banach arbitrario,  $1 \leq p, q \leq \infty$ ,  $s \in \mathbb{R}$  y  $k \in \mathbb{N}_0$ . Para la prueba, estableceremos un estimativo uniforme sobre el kernel del operador, el cual está dado por una suma infinita que depende de un parámetro. Como aplicación estableceremos la existencia y unicidad de soluciones clásicas en  $W_p^k(\mathbb{T}^n, E)$  para un problema de Cauchy periódico no autónomo. La charla está basada en un trabajo conjunto con R. Denk, y T. Nau.

**Palabras claves:** Operadores pseudodiferenciales, espacios de Sobolev vector-valuados, transformada de Fourier toroidal, generación de semigrupos analíticos.

## Referencias

- [1] B. BARRAZA MARTÍNEZ, R. DENK AND J. HERNÁNDEZ MONZÓN, *Analytic semigroups of pseudodifferential operators on vector-valued sobolev spaces*. Bull. Braz. Math. Soc., N.S. (2), 45(2):197-242, 2014.
- [2] B. BARRAZA MARTÍNEZ, R. DENK AND J. HERNÁNDEZ MONZÓN, *Pseudodifferential operators with non-regular operator-valued symbols*. Manuscripta Math., 44(3-4):349-372, 2014.
- [3] BIENVENIDO BARRAZA MARTÍNEZ, ROBERT DENK, JAIRO HERNÁNDEZ MONZÓN AND TOBIAS NAU, *Generation of semigroups for vector-valued pseudodifferential operators on the torus*. arXiv:1504.04473 [math.AP], 2015.
- [4] M. RUZHANSKY AND V. TURUNEN, *Pseudo-Differential operators and symmetries, volume 2 of Pseudo-Differential Operators. Theory and Applications. Background Analysis and Advanced Topics*. Birkhäuser Verlag, Basel, 2010.

## 3.5. CDF of the beta distribution: log concavity and other properties

**Dmitri Karp**

Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia

Universidad Federal de Lejano Este, Vladivostok, Rusia

*E-mail Address: dimkrp@gmail.com*

### Resumen

In a recent investigation of lottery frauds in Florida [1] the authors used log-concavity of CDF of beta distribution as a key ingredient in the proof of convergence of their numerical procedure. Such log-concavity has been established in 1997 by Finner and Roters [2] using complicated probabilistic methods. In their paper they indicate that this result "seems to be very hard to obtain by usual analytic methods". In the talk, we discuss such direct analytic proof. We go one step further by considering generalized Turán determinants formed by parameter shifts of normalized incomplete beta function. Under some restrictions, we demonstrate that the power series coefficients of such determinants have constant sign and give two-sided bounds for these determinants [3]. The research presented here has been supported by the Ministry of Education of the Russian Federation under project 1398.2014.

The talk will be delivered in Spanish.

### Referencias

- [1] D. Bárcenas y H. Leiva, "Semigrupos Fuertemente Continuos y Algunas Aplicaciones", Decimoquinta Escuela Venezolana de Matematicas, Merida, 2002.

- [2] FINNER, H. AND ROTERS, M. (1997), “Log-concavity and inequalities for chi-square, F and Beta distributions with applications in multiple comparisons”. *Statistica Sinica* 7, 771–787.
- [3] KARP, D. (2015), “Normalized incomplete beta function: log-concavity in parameters and other properties”, *Journal of Mathematical Sciences*, accepted.

## 3.6. Cálculo De $\mathbb{R}_0$ Para Modelos Epidémicos

Deccy Yaneth Trejos Ángel

Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia

*E-mail Address: dytrejosa@udistrital.edu.co*

### Resumen

En epidemiología matemática un parámetro de suma importancia es el número básico de reproducción, denotado por  $\mathbb{R}_0$ , este representa el número esperado de casos secundarios producidos en una población completamente susceptible por un individuo de clase infeccioso, además es utilizado para averiguar si una enfermedad infecciosa puede invadir una población, así como para estudiar la estabilidad del equilibrio de extinción. Si  $\mathbb{R}_0 < 1$ , entonces en promedio un individuo infectado produce menos de un nuevo individuo infectado durante el transcurso de su periodo infeccioso, y la infección no crece. Por el contrario, si  $\mathbb{R}_0 > 1$ , entonces cada individuo infectado produce, en promedio, más de una nueva infección y la enfermedad puede invadir la población. El número de infecciones secundarias producidas por un solo individuo infectado se puede expresar como el producto de la duración prevista del periodo infeccioso y la velocidad a la que se producen infecciones secundarias. En este trabajo se presenta un análisis que permite visualizar como calcular el  $\mathbb{R}_0$  y la estabilidad del sistema mediante la teoría de la matriz de la siguiente generación. Se presenta algunos ejemplos, se calcula explícitamente su parámetro  $\mathbb{R}_0$ .

### Referencias

- [1] Brauer F and Castillo-Chavez C., *Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology*, Springer; 2010.

- [2] Driessche P., Watmough J. *Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission*, Math Biosci. 2002;180:29-48.

### 3.7. Commutative power-associative nilalgebras

Elkin Oveimar Quintero Vanegas IME - USP

*eoquinro@ime.usp.br*

#### RESUMEN

Let  $A$  be a vector space over a field  $F$  of characteristic not 2,3 or 5 with a product  $m(x, y) = xy$ . If  $m$  satisfy commutativity and the role  $x^2x^2 = x^4$ , then  $A$  is called a power associative algebra. The power of  $x \in A$  are given by induction:  $x^1 = x$ ,  $x^{n+1} = x^n x$ . If for every  $x \in A$  there exist  $k$  a positive integer number such that  $x^k = 0$ , the  $A$  is called of nilalgebra. In this talk will be introduced the some basic concepts about this kind of algebras, as well, some open problems in this area, the main o all them, the Albert Problem, which ask if every commutative power associative nilalgebra is solvable.

#### Referencias

- [1] SCHAFER, R. (1966) *An introduction to nonassociative algebras*. Dover Publications, Inc., New York.
- [2] ZHEVLAKOV, K. - SLIN'KO, A. - SHESTAKOV, I. - SHIRSHOV, A. (1982) *Rings that are nearly associative*. Academic Press, New York.



## 3.8. Diseño óptimo en la presencia de efectos de bloques aleatorios

**Eddie Rodríguez Bossio**

Universidad del Atlántico, Colombia

*E-mail Address: ebossio01@gmail.com*

### Resumen

En el presente trabajo se presenta la matriz de información de los parámetros fijos en un modelo de regresión lineal en la presencia de efectos de bloques aleatorios como una combinación convexa de las matrices de información de los modelos límites cuando la varianza del efecto de bloque es cero o tiende a infinito.

$D$  y  $D_{\beta}$ -optimalidad coinciden también en modelos en la presencia de efectos de bloques aleatorios, un hecho ya conocido en los escenarios con efectos fijos.

Para trabajos futuros se pueden considerar modelos en la presencia de efectos de bloques aleatorios donde los parámetros de regresión interactúan con diferentes grupos o tratamientos.

### Referencias

- [1] Atkins and Cheng. (1998). Optimal regression designs in the presence of random block effects. *JSPI* 77, 321-335.
- [2] Cheng. Optimal regression designs under random blocks-effects models. (1995). *Statistica Sinica* 5, 485-497.

[3] Debusho and Haines. (2007). V- and D-optimal population designs for the simple linear regression model with a random intercept term. Journal of Statistical Planning and inference 138, 1116-1130.

## 3.9. Una versión del teorema de Gauss-Bonnet en haces principales con singularidades

Fabián Antonio Arias Amaya

Universidad de los Andes-Universidad Tecnológica de Bolívar

*fa.arias44@uniandes.edu.co*

### Resumen

La existencia y cálculo de invariantes de estructuras geométricas es un problema central en geometría diferencial y topología algebraica, así como también lo es, el establecimiento de relaciones entre los invariantes construidos. Una notable relación entre el índice de secciones del haz tangente a una variedad bidimensional Riemanniana orientada y la curvatura de la conexión de Levi-Civita fue dada por Carl Friedrich Gauss en lo que hoy es conocido como el teorema de Gauss-Bonnet. Este teorema ha sido generalizado en múltiples contextos y también ha sido probado usando variadas técnicas, las cuales han permitido el desarrollo de teorías existentes y la aparición de nuevas teorías.

Una de estas últimas, es la teoría de clases características de Chern introducidas por S. S. Chern en su prueba del teorema de Gauss-Bonnet-Chern, el cual es una generalización a variedades de dimensión par arbitraria del teorema arriba mencionado. No obstante, existen algunas estructuras geométricas similares en las que las generalizaciones conocidas del teorema de Gauss-Bonnet no son aplicables. Un ejemplo importante de tales estructuras son los haces principales con singularidades, esto es, haces principales cuyo grupo estructural se reduce a unos de sus grupos propios fuera de una subvariedad de la variedad base. Los elementos de una tal subvariedad son llamados singularidades del haz principal. En esta charla presentamos una generalización del teorema de Gauss-Bonnet en el contexto de haces

fibrados sobre una variedad bidimensional compacta orientada. Esta generalización relaciona la suma de índices de secciones con un número finito de singularidades y la curvatura de algunas conexiones definidas sobre el subhaz vertical del haz tangente, y aplicamos dicha generalización a ciertos haces fibrado asociados a haces principales con singularidades.

## Referencias

- [1] LIVIU, NICOLAESCU. (2003) *The, any faces of Gauss-Bonnet theorem*.
- [2] CHERN, S. S. (1944) “A simple intrinsic proof of the Gauss-Bonnet formula for closed Riemann manifolds”. *Annals of Math*, 747-752.
- [3] BELL, D. (2000) “The Gauss-Bonnet theorem for vector bundles”.

### 3.10. Stability, estimation and simulation of a model seis in Pulmonary Tuberculosis (PTB)

Francisco Andrés Betancourt Arteaga, Juan Carlos  
Castillo Paz y Anibal Muñoz Loaiza

Grupo de Modelación Matemática en Epidemiología  
(GMME), Universidad del Quindío- Armenia, Colombia

*fabetancourtha@uqvirtual.edu.co, jccastillo@uniquindio.edu.co, anibalml@hotmail.com*

#### Resumen

A pesar de los avances tecnológicos, el mejoramiento de la calidad de vida, la Tuberculosis (TB) continúa siendo un problema de salud pública a nivel global, con cerca de 9 millones de casos nuevos y más de un millón y medio de muertos cada año. Tanto en México como en el mundo, la resistencia a fármacos y en particular, la TB multidrogorresistente (MDR) no sólo son un obstáculo para el éxito del tratamiento, sino que constituyen un enorme desafío para los sistemas de salud [1]. Se plantea el modelado matemático para la dinámica de la transmisión de la TB con un modelo tipo SEIS bajo un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales, donde se realiza el análisis de estabilidad del sistema; posteriormente se realiza la simulación del sistema con parámetros estimados.

Se simula el sistema utilizando el ambiente Matlab con los valores de los parámetros estimados bajo la técnica de máxima verosimilitud con datos de TB de la ciudad de Puebla México; de aquí se estima la serie de tiempo del número básico de reproducción  $R_0$  (NBR) y la fuerza de infección [2]. Se evidencia que la epidemia de la TB está causando un aumento considerable y constante de los infecciosos y un descenso de los susceptibles, más no hay un brote epidémico ya que la población infectada se mantiene en niveles bajos, la cual indica que a pesar de la constante presencia de personas latentes con TB, esta no es considerablemente significativa en la ciudad.

## Referencias

- [1] LUGONES B. M., RAMÍREZ, L. A., MIYAR P. E. (2007) “Apuntes históricos sobre la epidemiología, la clínica y la terapéutica de la tuberculosis en el mundo.” *Revista Cubana de Higiene y Epidemiología*, v.45 n.2 Ciudad de la Habana.
- [2] GÓMEZ M. L. (2012) “Modelos epidemiológicos en R: el libro Epiestim”. *Máster Oficial en Estadística Aplicada*. Granada, España

### 3.11. Intervalos de Confianza Simultáneos y Determinación del Tamaño de Muestra para Proporciones Multinomiales

Humberto Barrios

Universidad Popular del Cesar, Colombia

E-mail Address: *hbarrios@unicesar.edu.co*

#### Resumen

Los intervalos de confianza simultáneos para proporciones multinomiales se utilizan en muchas áreas de la ciencia. Por lo tanto, en este artículo se analizan las características de estos intervalos de confianza. Además, haremos algunas consideraciones acerca del tamaño de muestra necesario para estimar proporciones bajo un muestreo aleatorio simple. Finalmente, presentaremos un ejemplo como ilustración.

Palabras clave: Distribución multinomial, Estimación de tamaño de muestra, Intervalos de confianza simultáneos.

#### Referencias

- [1] COCHRAN, W.G., (1963). *Sampling Techniques*, second ed. Wiley, New York.
- [2] GLAZ, J. AND C.P. SISON. (1999). "Simultaneous confidence intervals for multinomial proportions". *Journal of Statistical Planning and Inference* 82:251-262.
- [3] SISON, C.P AND J. GLAZ. (1995). "Simultaneous confidence intervals and sample size determination for multinomial proportions". *Journal of the American Statistical Association*, 90:366-369.

[4] LOHR, S. (2000), *Muestreo: Diseño y Analisis*, Thompson.

[5] SÄRNDAL, C., SWENSSON, R. & WRETMAN, J. (1992), *Model Assisted Survey Sampling*, Springer-Verlag, New York.



## 3.12. Aplicación de una Familia de Polinomios Ortogonales Discretos en Reactores Nucleares

Daniel Suescún Díaz<sup>1</sup> y Héctor Fabio Bonilla Londoño<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Ciencias Naturales y Matemáticas. Facultad de Ingeniería ;

*dsuescun@javerianacali.edu.co*

<sup>2</sup> Departamento de Matemáticas.

Universidad Autónoma de Occidente, Cali. Facultad de Ciencias; *hfbonilla@uao.edu.co*

### Resumen

El presente trabajo expone una aplicación novedosa sobre una familia de polinomios ortogonales alrededor de un conjunto discreto de puntos. La representación estándar tiene la siguiente definición. Sea  $f$  una función de suavizado definida en el intervalo de  $[-1, 1]$  y donde se asume que  $f$  se conoce explícitamente en  $m$ -puntos equidistantes, además sea  $\{\phi_k\}_{k=0}^n$  con  $n < m$  la familia de polinomios ortogonales con respecto a la forma bilineal semi-definida positiva:

$$(g, h)_d := \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m g(x_j) h(x_j); \quad x_j := -1 + (2j - 1)/m \quad (3.4)$$

dado que  $f$  y  $g$  son continuas en  $[-1, 1]$  y definidas bajo la semi-norma discreta:

$$\|g\|_d := (g, g)_d^{1/2} \quad (3.5)$$

entonces la familia  $\{\phi_k\}_{k=0}^n$  de polinomios ortogonales con respecto a la forma bilineal (3.4), se dice que tiene un coeficiente positivo normalizado, denotado así :  $\|\phi_k\|_d = 1$ . La familia  $\{\phi_k\}$  se conoce como polinomios ortogonales discretos, estos polinomios se han discutido

en los trabajos propuesto por [1-5].

En esta aplicación se emplea una aproximación de mínimos cuadrados alrededor de un conjunto de puntos discretos que para este caso es la información de la señal de potencia en un reactor nuclear y presenta mejor desempeño de la precisión en el cálculo de la reactividad en comparación con el trabajo propuesto por [?] .

## Referencias

- [1] F. B. Hildebrand, *Introduction to Numerical Analysis*, New York, Dover Publications Inc, Second Edition Reprints, 2003.
- [2] G. Szego, *Orthogonal Polynomials*, 4th ed, Amer. Math Soc. Providence, RI, 1975.
- [3] G. Dahlquist, A. Bjorck, *Numerical Methods*, New Jersey, Dover Publications Inc, Reprints, 2003.
- [4] R. W. Barnard, G. Dahlquist, K. Pearce, L. Reichel and K. C. Richards. *Gram Polynomials and the Kummer Function*, Journal of Approximation Theory, vol. 94 , no 1, pp. 128-143, Jul. 1998.
- [5] D. Suescún Díaz, H.F. Bonilla Londoño, J.H Figueroa Jiménez. *Savitzky-Golay Filter for Reactivity Calculation*, Journal of Nuclear Science and Technology, in Impress.

### 3.13. Los costos de los procesos de certificación en la PYME

**Hugo G. Hernández Palma**

**Angélica M. Jiménez Coronado**

**Gustavo R. Henríquez Fuentes**

Universidad Simón Bolívar, Colombia

#### Resumen

Los cambios de paradigmas industriales han contribuido a las empresas en ser visionarias para obtener un compromiso con su gestión de producción; y así, lograr un certificado internacional de calidad es hoy en día una de las metas que más persiguen las pequeñas y medianas empresas de cualquier país. Lo anterior, es determinante para ser más competitivos y consolidar una verdadera mentalidad explotadora con el fin de garantizar determinados productos y servicios, los cuales permiten a quienes lo tienen, participar en los más exigentes procesos de contratación en los mercados internacionales.

Dada la importancia de las pequeñas y medianas empresas como motor del desarrollo económico y social, además de su contribución significativa a la creación de riqueza y su papel como fuente de captación de mano de obra, se estima que las PYMES son un instrumento importante del proceso de crecimiento y desarrollo económico y social de la región. Así mismo, constituyen una opción para la disminución del desempleo. Es por ello, que con esta investigación se contribuya a identificar los costos de los procesos de certificación de las PYMES en la Ciudad de Barranquilla, a fin de analizar los factores que contribuyen significativamente en los negocios para alcanzar el éxito.

Durante el proceso de investigación se quiere consolidar la mentalidad exportadora en las empresas participantes de manera que incrementen su productividad con estándares de clase mundial; reconociendo que se debe ofrecer capacitación, asesoría y coordinación de la certificación de sistemas de aseguramiento de la calidad. La realidad de la PYME en Colombia, relativamente, las micros, pequeñas y medianas empresas colombianas constituyen un elemento clave de la estructura empresarial nacional; constituyen alrededor del 99 % de los establecimientos y generan alrededor del 80 % de los puestos de trabajo, el 52 % se localiza en Bogotá, Antioquia, Valle y Cundinamarca. (DNP y Mincomercio, 2007). Giraldo (2007) señala que las microempresas representan más del 96 % de las unidades económicas tanto a nivel nacional como en la mayoría de los departamentos del país. Le siguen la pequeña y la mediana empresas que en conjunto representan el 3,84 % y las grandes empresas con el 0,13 %... Además, según datos del Observatorio Colombiano de la Microempresa basados en cifras del DANE, el personal ocupado por las microempresas representaba en 2005 el 50,16 % del total nacional (el empleo en las pequeñas empresas representaba el 17,57 % y en las medianas el 12,8 %).

## Referencias

- [1] Valera Villegas, M.Á. y Morillo Moreno, M.C. (2009). Un sistema de costos basado en actividades para las unidades de explotación pecuaria de doble propósito. Caso: Agropecuaria El Lago, S.A. Innovar.
- [2] Caamaño Rojo, Eduardo. (2013). El destino de los contratos de trabajo frente a la empresa en crisis: reorganización-liquidación frente a estabilidad laboral. Revista de derecho (Valparaíso), González Ronquillo Yanira, Casas Rodríguez Ludmila, Acao Francois Luís.
- [3] Hernández Hernández Yesleny. Diagnóstico de costos y gestión de la calidad. AMC Sánchez Calderaro Pedro, Nazco Franquis Berto. Logros y perspectivas del Sistema de Costos Hospitalarios, diseñado para la gerencia. Rev Cub Med Mil ARZA-RIOS, Rosario et al. Concepción de un procedimiento utilizando herramientas cuantitativas para mejorar el desempeño empresarial. Ing. Ind. [online].

- [4] Duque-Roldán, María Isabel, y Osorio-Agudelo, Jair Albeiro. (2013). ¿El proceso de convergencia en Colombia excluye la contabilidad de costos?. Cuadernos de Contabilidad.
- [5] Gutiérrez-Castañeda, Belky Esperanza, y Duque-Roldán, María Isabel. (2014). Indirect Manufacturing Costs: A Proposal for their Treatment toward the Ongoing Regulatory Changes in Colombia. Cuadernos de Contabilidad.

### 3.14. La interacción óptima entre un inversionista y un administrador de fondos de cobertura

H. E. Ramirez ,P. Duck<sup>\*</sup>, P. Johnson<sup>\*\*</sup>, S. Howell<sup>\*\*\*</sup>

School of Mathematics, The University of Manchester

Manchester Business School, The University of Manchester

*E-mail Address: hramirez@maths.manchester.ac.uk*

#### Resumen

En esta investigación pretendemos responder las preguntas. Qué hace que un inversionista confíe su dinero en fondos de cobertura (HF del inglés Hedge Funds), Qué decisiones administrativas hacen que un inversionista perciba ganancias provenientes de dicho HF, y en qué proporción debe el administrador distribuir el HF para obtener un pago óptimo?. Para resolver estas dudas empezamos con un modelo para fondos de cobertura que busca optimisar una función de utilidad de la riqueza del administrador (o el pago del administrador). Usando técnicas de control estocástico y soluciones de viscosidad, exponemos la ecuacion diferencial parcial de Hamilton-Jacobi-Bellman correspondiente, la cual es resuelta mediante técnicas numéricas. Luego extendemos este modelo al inversionista estableciendo su función de pago final y dinámica de función de valor, donde en este caso el inversionista busca optimisar su propia función de utilidad de riqueza y toma decisiones sobre la cantidad de dinero que quiere invertir en el HF, lo cual tiene permitido hacer solo en algunos espacios de tiempo específicos. Usamos la teoría de juegos para modelar la mejor estrategia para el inversionista en contra del administrador, en el sentido de Nash.

#### Referencias

- [1] HODDER, JAMES E. AND JACKWERTH, JENS CARSTEN (2007) *Incentive Contracts and Hedge Fund Management*. *Journal of financial and quantitative analysis.*, V. 42, No.4, pp. 811–826.
- [2] HUANG, Y., FORSYTH, P.A. AND LABAHN, G. (2012) *Combined fixed point and policy iteration for Hamilton-Jacobi-Bellman equations in finance*. *SIAM Journal* V. 50, No.4, pp. 1861–1882.

## 3.15. Aplicaciones del lenguaje de programación R en el AFC y AFCM

**José V. Barraza A. - Richard Sánchez T.**

Universidad del Atlántico, Colombia

*josebarraza@mail.uniatlantico.edu.co*

### Resumen

El creciente número de personas de diferentes profesiones, que están aplicando el entorno de programación R, para análisis estadístico y gráfico, ha motivado el inicio del presente trabajo.

Los científicos, ingenieros, estadísticos que no son expertos en programación, lo están usando con facilidad. Pero en especial en este escrito se usará para el análisis factorial por correspondencias múltiples(AFCM), en una aplicación particular del AFC, de tablas que cruzan individuos (pacientes) y su respuesta con diversas variables cualitativas que categorizan una enfermedad [1].

Dentro de este contexto un diagnóstico corresponde a una variable y una respuesta posible a este diagnóstico, a una modalidad de la variable. El AFCM, se le considera un método global por sus propiedades específicas y los resultados interesantes.

El propósito del trabajo es evaluar la relación existente entre la ocupación de las personas y su predisposición a padecer de algunas enfermedades visuales; igualmente interesaría evaluar la relación entre éstas enfermedades y algunas variables sociodemográficas.



El principio de construcción de una tabla de contingencia, al cruzar dos variables cualitativas [2] implica, que el estudio de ésta tabla, tiene como objeto analizar la relación entre las respuestas asignadas a dos variables, que no es más que la caracterización de la enfermedad que se está diagnosticando.

Teniendo en cuenta el diagnóstico, si se demuestra la ausencia de relación, después de aplicar el modelo de independencia, con el test  $\chi^2$ ,dejaría duda sobre la calidad de los datos [3].

## Referencias

- [1] Husson, F; Le, S; Pages, J. Análisis de datos con R. Editorial Escuela Colombiana de Ingeniería, Bogotá (2012).
- [2] Guisande, C; Vaamonde, A; Barreiro, A. Tratamiento de datos con R, ESTADÍSTICA y SPSS. Editorial Diaz de Santos, España (2011).
- [3] Díaz, M.L.G. Estadística Multivariada. Inferencias y métodos. Editorial Panamericana Formas e impresos, Bogotá, 2002.

## 3.16. Métodos de Remuestreo en Análisis de Sobrevivencia

Javier Ramírez Montoya

Universidad de Sucre, Colombia

*E-mail Address:* javier.ramirez@unisucra.edu.co

### Resumen

En el análisis de sobrevivencia encontrar la mejor estrategia para estimar de la función de sobrevivencia es uno de los objetivos principales, donde las técnicas de remuestreo *Bootstrap – t* y *Jackknife deleteI* y *deleteII* propuesto por Efron [2] resultan un buena alternativa, sin embargo teniendo en cuenta situaciones extremas de % de censura las estimaciones son considerablemente afectadas, en este trabajo plantea la situación en la que los tiempos de vida observados y censurados se ajustan a una distribución conocida como Weibull, Exponencial y combinados, y el usuario utiliza un estimador no paramétrico ya sea de Kaplan-Meier [3] o Nelson-Aalen [4], así, el interés se centra en determinar cual de los métodos de remuestreo puede tener mejores resultados, en la actualidad se encuentran algunos trabajos relacionados como Arrabal et al. [1] y Ramírez [5].

### Referencias

- [1] ARRABAL, C., DA ROCHA, R. , NONAKA, R, MEIRA, S. (2014) “Comparison of resampling method applied to censored data”. *International Journal of Advanced Statistics and Probability* V. 2, 48-55.
- [2] EFRON, B (1958) “Bootstrap methods: Another look at jackknife”. *The Annals of Statistics* V. 7, 1-26.

- [3] KAPLAN, E., MEIER, P. (1958) “Estimation from Incomplete Observations”. *American Statistical Association* V. 53, 457-481.
- [4] NELSON, W. (1969) “Hazard plotting for incomplete failure data”. *Journal of Quality Technology* V. 61, 27-52.
- [5] RAMÍREZ, J. (2011) “Comparación de intervalos de confianza para la función de supervivencia con censura a derecha”. *Revista Colombiana de Estadística* V. 34, 197-209.

### 3.17. Regressão Logística: Uma aplicação médica

Jose Solorzano Movilla, Selene Loibel, Pollyane Vieira e Marcos Rogério

Joaquim

Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"

IGCE - UNESP Rio Claro - SP, Brasil

*jsolorza79@gmail.com*

#### Resumen

Neste trabalho, apresentamos a metodologia regressão logística múltipla, que pode ser aplicada a problemas de diversas áreas sempre que o objetivo for estudar a relação entre uma variável aleatória dicotômica com uma coleção de variáveis independentes. Apresentamos uma aplicação da metodologia na área médica.

#### Modelo de Regressão Logística Múltipla

Os métodos de regressão têm como objetivo descrever as relações entre uma variável dependente ou variável resposta ( $Y$ ) e uma ou mais variáveis independentes ( $X$ ). Na regressão logística, a variável resposta é dicotômica. Considera-se uma série de  $n$  eventos binários, em que  $(Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$  são variáveis aleatórias independentes sendo que  $Y_i \sim \text{Bernoulli}(\pi_i)$  com probabilidades  $\pi_i = P(Y = 1|X = x_i)$  e  $1 - \pi_i = P(Y = 0|X = x_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$ . No caso de regressão logística múltipla o vetor  $X = (X_1, X_2, \dots, X_p)$  é uma coleção de  $p$  variáveis não correlacionadas. Para investigar a relação  $Y$  e o vetor  $X$ , construímos um modelo que seja capaz de descrever o efeito que as mudanças em  $X$ , provocam em  $\pi_i$ . Neste caso, podemos supor que a dependência ocorre na forma de uma combinação linear, com coeficientes desconhecidos, denotados por  $\beta = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p)$ . No contexto dos modelos lineares generalizados, consideramos uma função de ligação dada por  $g(\pi_i) = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \dots + \beta_p X_{pi}$ ,  $i = 1, \dots, n$ .

Para regressão logística, utiliza-se o "logit", dado por  $g(\pi_i) = \ln[\pi_i/(1 - \pi_i)]$ . Uma vez ajustado o modelo, podemos interpretar os resultados verificando que o aumento de uma unidade no valor de  $X_j$  resulta no aumento de  $\beta_j$  em  $g(\pi_i)$ . Equivalentemente, há o aumento  $\exp(\beta_j)$  na razão das chances. A razão das chances pode ser expressa como  $\pi_i/(1 - \pi_i) = \exp\{g(\pi_i)\}$  e

$$\pi_i = \frac{\exp\{\beta_o + \beta_1 X_{1i} + \dots + \beta_p X_{pi}\}}{1 + \exp\{\beta_o + \beta_1 X_{1i} + \dots + \beta_p X_{pi}\}} \quad i = 1, \dots, n$$

### Estimação dos coeficientes:

Assuma uma amostra com  $n$  observações independentes. O método de estimação o comumente utilizado é o método da máxima verossimilhança. Para facilitar a apresentação deste método utilizamos a notação matricial como segue:  $\mathbf{Y}$  e  $\pi$  são vetores com dimensão  $n \times 1$ ,  $\mathbf{X}$  é uma matriz com dimensão  $n \times (p + 1)$ ,  $\beta$  é um vetor com dimensão  $(p + 1)$ . Maximizando a função log verossimilhança  $l(\beta, Y)$  com o método de Newton-Raphson, obtemos os estimadores para os coeficientes do modelo, dados por  $\hat{\beta}^{t+1} = \hat{\beta}^t + [I(\hat{\beta}^t)]^{-1}U(\hat{\beta}^t)$ , sendo que  $\hat{\beta}^{t+1}$  e  $\hat{\beta}^t$  são as estimativas do vetor de coeficiente nas iterações  $t + 1$  e  $t$ , respectivamente,  $I(\hat{\beta}^t)$  é a matriz de informação de Fisher e  $U(\hat{\beta}^t) = \mathbf{X}'(\mathbf{Y} - \pi)$  é o vetor *score*, de dimensão  $(p + 1)$ . O método para estimar a variância e a covariância dos coeficientes estimados seguem a teoria de máxima verossimilhança  $\widehat{Var}(\hat{\beta}) = I^{-1}(\hat{\beta})$ . Maiores detalhes sobre esse método podem ser vistos em [1] e [2]. Uma vez ajustado o modelo, ou seja, após a estimação do vetor dos coeficientes  $\beta$ , podemos interpretar o resultado verificando que o aumento de uma unidade no valor de  $X_j$  resulta no aumento de  $\beta_j$  em  $g(\pi_i)$  ou equivalentemente, no aumento multiplicativo  $\exp(\beta_j)$  na razão das chances (1) com  $j = 1, \dots, p$ .

### Aplicação:

Para ilustrar o método, apresentamos a aplicação em dados sobre cirurgias cardíacas com circulação extracorpórea. Segundo o Dr. Marcos Rogério Joaquim, cirurgião do Hospital dos Fornecedores de Cana de Piracicaba-SP, Brasil, esse tipo de cirurgia apresenta risco maior para os pacientes, quando há necessidade de transfusão durante o procedimento cirúrgico. Os dados, que incluem  $Y$ : necessidade de transfusão durante a cirurgia (sim ou não) e as

variáveis independentes  $X$  : Sexo, idade, tipo de cirurgia, entre outras, foram obtidos de prontuários médicos de 100 pacientes operados no Hospital. O modelo de regressão logística múltipla foi ajustado para verificar quais variáveis alteram a probabilidade de transfusão durante a cirurgia.

## Referencias

- [1] HOSMER, D. W. E LEMESHOW, S. - *Applied Logistic Regression*. Segunda edição, 2000.
- [2] MCCULLAGH, P. AND NELDER, J.A. *Generalized Linear Models*, Chapman & Hall, 1989.

### 3.18. Un algoritmo iterativo no lineal asociado a la sección Áurea

Luis Arturo Polania Quiza

Universidad Surcolombiana, Colombia

*lapola@usco.edu.co*

#### Resumen

Considerando un decagono regular inscrito en una circunferencia unitaria y dejando como incógnita el lado del decagono. Por semejanza de triángulos se genera una fracción continua simple infinita de donde se obtiene una sucesión de estimaciones al lado del decagono, conocidas como las convergentes de la fracción continua, en donde, tanto los numeradores como los denominador corresponde a los número de Fibonacci. Generándose así el siguiente algoritmo iterativo no lineal,

$$x_{n+1} = \frac{1}{1 + x_n} \quad (3.6)$$

donde ,

$$x_n = \frac{a_n}{a_{n+1}} \quad (3.7)$$

siendo  $a_n$  el n-ésimo numero de Fibonacci.

La anterior escritura es equivalente a tener

$$x_{n+1} = f(x_n), n = 0, 1, 2, \dots \quad (3.8)$$

donde  $f$  es una aplicacion  $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  definida por  $f(x) = \frac{1}{1+x}$ .

Por ser  $f$  continua en  $[0, 1]$ , en virtud del teorema de Brouwer existe un punto fijo, que

corresponde al número de oro de la geometría. En consecuencia, el algoritmo mencionado anteriormente, posee un solo punto fijo en el espacio de fases  $[0, 1]$ . Por último, se muestra que el número de oro es un punto fijo atractor.

## Referencias

- [1] A. John, O. Stanley. *Excursions in Number Theory*. Dover Publications, INC. New York.(1988).
- [2] M.V.Gutierrez *Geometria y Forma*. Segundo coloquio Distrital de Matematicas y Estadistica.(1985).
- [3] M. Reyes y otros. *Iniciación del Caos* . Editorial Síntisis, S.A.(1995).



### 3.19. Aplicaciones de métodos multivariados en la caracterización de las PYMES de la industria manufacturera en la ciudad de Cartagena

Luz Helena Vargas y Hannia Gonzalez

Fundación Universitaria Tecnológico Comfenalco, Colombia

*luzvargas13@hotmail.com*

#### Resumen

En el presente trabajo se aplican algunos métodos multivariados para el análisis de clasificación de MYPES (micro y pequeñas empresas) de la industria manufacturera relacionados con la fabricación de sustancias y productos químicos y la elaboración de productos con metal sin incluir maquinarias y equipos, en la ciudad de Cartagena durante periodo del 2014.

Se caracterizó a las MYPES a partir de variables asociadas a la estructura empresarial mediante un análisis de componentes principales y a las inversiones a través de análisis de correspondencia múltiple, permitiendo identificar aspectos relevantes en la competitividad de las mismas. Por finalmente un análisis de Clúster en el cual permite agrupar las empresas por similitudes con respecto a su estructura y a sus inversiones.

#### Referencias

- [1] OCHOA, M.(2012) Uso y aplicación de la técnica de análisis estadístico multivariante de clúster sobre la capacidad de innovación tecnológica en Latinoamérica y España. *Revista de Ciencias Administrativas y Sociales INNOVAR* . V 22, núm. 44,
- [2] PRIETO R. (2010) “Técnicas Estadísticas de Clasificación, un ejemplo del Análisis de Clúster”. *Monografía*. Universidad de Granada. España.

### 3.20. Álgebra Geométrica, ángulos de Euler y cuaternios duales aplicados en la resolución de un problema cinemático inverso para el robot KUKA KR120-2P®

Jorge Villamizar-Morales <sup>1</sup>, Luis E. Bautista-Rojas <sup>1</sup>, Michael A.  
Álvarez-Navarro <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Universidad Industrial de Santander, Colombia

<sup>2</sup> Universidad de Puerto Rico - Mayagüez

*jorge@matematicas.uis.edu.co, lebautista@gmail.com, michael.alvarez2@upr.edu*

## Resumen

La cinemática de un robot busca describir analíticamente su movimiento espacial como una función del tiempo. En este sentido se asocian dos problemas: el primero se refiere al problema cinemático directo y el segundo, al problema cinemático inverso. Este último resuelve la configuración que debe adoptar el manipulador para una posición y orientación dadas o conocidas. En este trabajo se aborda la resolución del problema cinemático inverso, el cual tiene una amplia gama de aplicaciones por ejemplo en el campo de la robótica, de la animación computacional, en ergonomía, en los video-juegos e Interacción Humano-Computadora (HCI por sus siglas en inglés). Se asume el problema cinemático inverso para el robot KUKA KR120-2P<sup>®</sup> usando dos métodos; el primero la resolución basado en un método newtoniano usando ángulos de Euler y cuaternios duales. Para el segundo, la resolución usa un método iterativo basado en álgebra geométrica, por la reconocida eficiencia computacional. Se implementan algoritmos para cada método y se presentan resultados.

## Referencias

- [1] Alexandre N. Pechev. Inverse kinematics without matrix inversion. In Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA'08), pages 2005 - 2012, Pasadena, CA, USA, May 19-23 2008. 5, 49.
- [2] Andreas Aristidou and Joan Lasenby. Inverse kinematics solutions using conformal geometric algebra. In Proceedings of the 4th conference on Applied Geometric Algebras in Computer Science and Engineering (AGACSE' 10), Amsterdam, The Netherlands, June 14-16 2010. 55, 57, 146
- [3] Andreas Aristidou and Joan Lasenby. FABRIK: a fast, iterative solver for the inverse kinematics problem. Submitted to Graphical Models, 2010. 53, 101, 104, 123.

### 3.21. Numerical investigation of three TVD/CBC polynomial upwind schemes for convection-dominated fluid flow problems

Miguel Roa Pacheco\*, Miguel A. Caro Candezano\*\*

Facultad de Ingeniería\*, Programa de Matemáticas\*\*

Universidad del Atlántico, Colombia

*E-mail: horus59382@gmail.com, miguelcaro@mail.uniatlantico.edu.co*

We present a numerical investigation of two convection-dominated problems for fluid flows, e.g. lid driven cavity and contraction problems, for laminar regime by using three high resolution upwind schemes based on TVD/CBC limitation criteria, namely TOPUS, TDPUS-C3 and EPUS. these schemes are implemented on convective terms of 2D Navier-Stokes equations. We study the behaviour of the flow under Reynolds numbers  $Re=100$  and  $Re=400$ . The numerical simulation was performed by using the open source package OPENFOAM. Qualitative and quantitative comparison are presented.

## Referencias

- [1] CARO CANDEZANO M.A., FERREIRA V.G. AND LIMA G.A.B. (2012) “A new type of TVD/CBC polynomial upwind scheme for hyperbolic conservation laws and fluid dynamics problems”. 14th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering, Brazil.(2012)
- [2] CORREA, L., LIMA, G.A.B., CANDEZANO, M.A.C, BRAUN, OISHI C.M., NAVARRO H.A. AND FERREIRA V.G., (2012) “A C2-continuous high-resolution upwind convection scheme”.(2012) *International Journal of Numerical Methods in Fluids* V. 72 – 12, 1263–1285.

- [2] FERREIRA V.G., QUEIROZ R.A.B., LIMA G.A.B., CUENCA R.G., OISHI C.M., AZEVEDO J.L.F. AND MACCKEE S. (2012) *A bounded upwinding scheme for computing convection-dominated transport problems*. *Computers and Fluids*, V. 57, 208–224.
- [3] GHIA, U., GHIA K.N AND SHIN K.N (1982) "High-Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method", *Journal of Computational Physics* V. 48-3, 387–411.

## 3.22. Álgebra aplicada al estudio de nudos y trenzas

**Pablo Felipe Ardila Rojo**

**Juan Guillermo Arango Arango**

**Diana Yanet Gaviria Rodríguez**

Instituto Tecnológico Metropolitano de Medellín (ITM), Colombia

*pabloardila@itm.edu.co*

*memo.arango@hotmail.com*

*diyagaro@hotmail.com*

### Resumen

Un nudo es un objeto matemático definido como el embebimiento del círculo en  $S^3$ , se puede pensar en forma intuitiva como una cuerda cerrada, con varios cruces los cuales no se pueden romper. La Teoría de nudos surge con algunos trabajos de Gauss, mas tarde los aportes de Lord Kelvin tratando de explicar varios conceptos de fisica en terminos de anudamiento entre particulas, luego Tait, publica una primera tabla de nudos, tratando de resolver el problema esencial, que es la clasificación de nudos. En el siglo XX, muchos topólogos replantean y proponen técnicas con la cuales diferenciar muchos nudos. Todo esto se resume en el concepto de invariante de nudo, el cual cuando se aplica a dos nudos, y da un valor difente, entonces dichos nudos son distintos, pero si es igual no da ninguna conclusión. Por tanto, se hizo necesario la construcción de invariantes cada vez más complejos para así salvaguardiar las falencias de los antecesores. La parte algebraica es crucial a la hora de proponer invariantes de nudos, para la muestra los diversos polinomios, como el de Alexander, Conway, Jones y HOMFLY, cada uno de ellos derivado de ciertas relaciones algebraicas, en especial de las conocidas relaciones de madeja.

A mediados del siglo pasado, los trabajos de Birman, crean una nueva forma de estudiar los nudos, las trenzas, a partir de las cuales, se pueden obtener nuevos resultados y resolver muchos de los problemas conocidos. Esto le da nuevo impulso a la teoría de nudos permite la entrada de otras ramas de la ciencia como la física y la genética, entre otras. Aca nuevamente, la parte algebraica juega un papel crucial, como es el caso de las representaciones del grupo trenza, o cuando se quiere hallar una presentación con generadores y relaciones.

Queremos mostrar en este trabajo el papel que tiene el Álgebra y como se usan sus diversas herramientas en el estudio y trabajo con nudos y trenzas, así como los problemas abiertos que surgen de estas interpretaciones.

## Referencias

- [1] Bigelow, S., *Representaion of Braids Groups* (arxiv:math.GT/1030421241).
- [2] Bigelow, S., *Homological Representation of Braid Groups*, Tesis de doctorado University of California at Berkeley, Spring 2000.
- [3] Bigelow, S., *The Burau Representation is no Faithful for  $n=5$* , *Geometry and Topology* **13** (1999), 397-404.
- [4] Birman, J., *Braids, Links, and Mapping Class Groups*, Princenton University Press, New Jersey, 1975.
- [5] Clark, A. *Markov's Theorem, The Link Between Braid Theory and Knot Theory*. John Carroll University, 2014
- [6] Craven, M., *Algebraic Aspects of Braid Groups*, 2003.
- [7] Hansev, V., *Braids and Covering*, Cambridge University Press, New Jersey, 1989.
- [8] Hatcher, A., *Algebraic Topology*, Cambridge University Press, Cambridge, 2005.
- [9] Johnson, D. L., *Presentations of Groups*, Cambridge, New York, 1990.
- [10] Jones, V., *A Polynomial Invariant for Knots via von Neumann Algebras*, *Bull. Amer. Math. Soc.* **12** (1985), 1.

### 3.23. Análisis de datos funcionales; estimación de medidas de localización, variabilidad y obtención de valores atípicos funcionales

Rafael Melendez Surmay

Universidad de la Guajira, Colombia

*melendez24@hotmail.com*

#### Resumen

En este trabajo se presenta una aplicación de datos ambientales con los cuales se estiman algunas medidas de localización como la media, a mediana y la moda para datos funcionales y de variabilidad como la a varianza y desviación estándar. Finalmente se presentan algunas herramientas gráficas para detectar valores atípicos funcionales, como boxplots, bagplots y HDR plots funcional.

#### Referencias

- [1] Febrero, M. (2007) A functional analysis of NOx levels: location and scale estimation and outlier detection. Computational Statistics. Academic Press Inc, V 22, 411-427.
- [2] Hyndman, V. and Shang, L. (2012) ?Rainbow Plots, Bagplots, and Boxplot for Funtional Data. Journal of Computational and Graphical. Taylor y Francis. V 19, 29-45.



## 3.24. Simetría: Evolución y su transición de las Matemáticas a la Física

**Hernando Gonzalez, Vanessa Rojas, y Robert Rubiano**

Programa de Física, Universidad Surcolombiana Neiva-Huila, Colombia

*E-mail: hergosi@hotmail.com, jojado888@gmail.com, rosevaan@gmail.com*

### Resumen

Referirnos a la palabra simetría es hacer alusión a evolución, y más específicamente en Física, gracias a los desarrollos matemáticos que se han dado a partir del siglo XIX por parte de P. Jordan, H. Poincaré, E. Galois, S. Lie, J. Cartan, E. Noether, entre otros. En esta presentación se hace un análisis evolutivo del concepto de simetría en las matemáticas y su inclusión en la Física Teórica, en donde ha mostrado su potencialidad en la construcción de teorías y modelos.

El concepto de simetría ha sufrido una serie de cambios, pasando desde las formas inmodificables de los objetos, ante traslaciones, rotaciones, reflexiones e inversiones a la invariancia de las leyes de la Física ante diversas transformaciones. La incursión de la noción de simetría en Física, por su conexión con cantidades conservadas, hizo posible el desarrollo de la Teoría de los invariantes, la Teoría Especial de la Relatividad, las formulaciones Lagrangeana y Hamiltoniana de la Mecánica Clásica, las modernas teorías cuánticas de campo y la simetría de las simetrías (Supersimetría).

### Referencias

- [1] H. Goldstein, Mecánica Clásica, Aguilar S.A, 1963.

- [2] E.P. Bugarin and M.L.A. de las penas, Bravais colorings of N-Fold. Tilings, 2012, arXiv: 1010.3908.
- [3] G. Carcassi, From physical principles to classical Hamiltonian mechanics, preprint, 2014, arXiv: 1407.4717.
- [4] L. Bourdin, J. Cresson and I. Greff, A continuous/discrete fractional Noether's theorem, preprint, 2012, arXiv: 1203.1206.

## 3.25. Aplicaciones de las Funciones de Deseabilidad

Svetlana I. Rudnykh

Universidad del Atlántico, Colombia

*sirudnykh@unal.edu.co*

### Resumen

Los investigadores en muchas áreas de la ciencia y tecnología se enfrentan con el problema de optimizar simultáneamente múltiples respuestas que dependen de un conjunto común de variables controlables. La metodología de optimización que utiliza funciones de deseabilidad resuelve este problema. Harrington (1965) desarrolló el concepto de la función de deseabilidad como una solución para combinar las respuestas de múltiples factores en una función que puede utilizarse para optimizar el resultado de un proceso. Estas funciones transforman las respuestas observadas de cualquier tipo (discreto y continuo) a una escala sin unidades de 0 a 1. La media geométrica se utiliza para combinar las funciones de deseabilidad individuales en una función de deseabilidad total, transformando el problema de optimización multivariado en un problema de maximización univariado. En este trabajo se desarrolla el concepto de la función de deseabilidad, se presentan diferentes tipos de la función de deseabilidad según el objetivo del investigador y se ilustra la implementación de esta metodología en varios campos de la actividad humana.

### Referencias

- [1] GIBB, R. D. (1998) Optimal treatment combination estimation for univariate and multivariate response surface applications, PhD thesis, Virginia Commonwealth University.

- [2] HARRINGTON, E. (1965) “The desirability function”. *Industrial quality control* 21(10), 174–179.
- [3] DERRINGER, G. Y SUICH, R. (1980) “Simultaneous optimization of several response variables”. *Journal of quality technology* 12, 214–219.

## 3.26. Modelo Poblacional Impulsivo en medio aleatorio

**Walter A. Chambio Marines**

Universidad de Concepción, Chile

*E-mail Address:* wchambio@udec.cl

En esta charla se dará a conocer un modelo de crecimiento poblacional impulsivo con estocasticidad ambiental, para ello se establece la construcción de un modelo matemático, señalando los supuestos básicos que garantizan el buen funcionamiento del sistema [1]. Posteriormente se demuestra existencia y unicidad de soluciones, para el modelo en cuestión, a través de teoremas y corolarios. Además se garantiza que los tiempos donde se originan los impulsos, en un medio aleatorio, ocurren siempre en un intervalo de tiempo apropiado. Por último, se muestra una aplicación a través de un ejemplo en particular, así como algunas simulaciones [5].

### Referencias

- [1] S. Chessa, H. Fujita Yashima, “*Equazione stocastica di dinamica di popolazioni di tipo preda-predadore*”. Boll U. M. I. Serie VIII, Vol. 5-B(2002), pp. 789-804.
- [2] Fernando Córdova Lepe, Rodrigo del Valle and Gonzalo Robledo, “*Un Modelo de Pesca de Pulso con Cierres en Función de la Captura: Condiciones para la Sostenibilidad*” (2011).
- [3] P. Kloden and E. Platen, *Numerical Solution of Stochastic Differential Equations*. Springer Verlag, 1992.
- [4] D. BROWN and P. ROTHERY, *Models in Biology: mathematics, statistics and computing*. John Wiley & Sons, Chichester. 1993
- [5] R. Castro Santis, F. Córdova-Lepe, W. Chambio “*Feasibility of a fishery regulation model. A pulse quota fishing policy with environmental stochasticity*” (2014).

### 3.27. Origen de diversidad y ramificaciones evolutivas en el mercado energético

Hernán Dario Toro Zapata\*,  
Gerard Olivar Tost\*\*

\*Universidad del Quindío, Colombia

\*\*Universidad Nacional de Colombia sede Manizales *E-mail Address:*

*hdtoro@uniquindio.edu.co*

#### Resumen

Desde el punto de vista del mercado energético, se interpreta el Origen de Diversidad como el surgimiento de tecnologías energéticas alternativas en condiciones de competir con las tecnologías establecidas. El origen de diversidad es una cuestión bien conocida desde la perspectiva de las Dinámicas Adaptativas, que permite estudiar el cambio tecnológico como resultado de procesos de innovación y competición y está estrechamente relacionado con condiciones para la ocurrencia de ramificaciones evolutivas.

En este trabajo se propone un modelo matemático desde la perspectiva de las Dinámicas Adaptativas para investigar aspectos teóricos y aplicados relacionados con el origen de diversidad y la existencia de ramificaciones evolutivas en el mercado energético. El modelo, asume las tecnologías innovadoras son afectadas por las mismos atributos característicos que las tecnologías establecidas (cantidad de recursos invertidos, emisiones, costos de generación, etc.) y además que tienen que competir en el mercado bajo la misma normatividad. El modelo permite estudiar condiciones para que se presente la diversificación y cómo el mercado dirige la dinámica de competencia entre tipos de energía diferentes. Finalmente se muestra un escenario específico para ejemplificar el modelo.

## Referencias

- [1] DERCOLE, F., RINALDI, S. (2008). *Analysis of Evolutionary Processes: The Adaptive Dynamics Approach and Its Applications*. Princeton University Press.
- [2] DERCOLE, F., DIECKMANN, U., OBERSTEINER, M., RINALDI, S. (2008). “Adaptive dynamics and technological change”. *Technovation*, 28, 335-348.

### 3.28. Análisis de estabilidad de modelos poblacionales de broca del café utilizando umbrales ecológicos

Carlos Andrés Trujillo Salazar,  
Paulo Cesar Carmona Tabares,  
Hernán Dario Toro Zapata

Universidad del Quindío, Colombia

*E-mail Address: catrujillo@uniquindio.edu.co*

#### Resumen

Con el objetivo de estudiar la dinámica poblacional de la broca del café, se plantea un modelo matemático compuesto por dos ecuaciones diferenciales ordinarias, cuyas variables de estado corresponden a los estados adultos y los estados inmaduros (huevo, larva, pupa, prepupa). El modelo inicial es lineal y la estabilidad del origen, como su único punto de equilibrio, es estudiada mediante un umbral ecológico  $B_0$ . Posteriormente se plantean otros dos modelos donde se considera la competencia intraespecífica por alimento, por parte de los estados adultos y también por parte de los estados inmaduros, en ambos casos se muestra la relevancia del umbral  $B_0$  en el análisis de estabilidad. Los resultados de estabilidad son validados mediante simulaciones realizadas en Matlab, con la utilización de valores para los parámetros tomados de la literatura. Se logra evidenciar que tal y como ocurre en la dinámica real, la broca no compete por alimento.

Finalmente, se plantea un cuarto modelo considerando una respuesta funcional hiperbólica (monotónica asintótica) y para el cual el análisis de estabilidad se realiza nuevamente en términos del umbral  $B_0$  y también con base en una nueva condición, la cual es explicada



en términos ecológicos. Algunos de los resultados de estabilidad son validados mediante simulaciones realizadas en Matlab, con la utilización de valores para los parámetros tomados de la literatura.

## Referencias

- [1] BRAUER, V., CASTILLO-CHÁVEZ, C. (2001) *Mathematical Models in Population Biology and epidemiology*. Springer, New York.
- [2] FERNANDEZ, S., CORDERO, J. (2007) “Biología de la broca del café *Hipotenemus hampei* (Ferrari)(Coleoptera: Curculionidae: Scolytinae) en condiciones de laborartorio”, *Bioagro* 19(1), 35-40.

### 3.29. Un método adaptativo para elementos finitos de un problema de Stokes dependiente del tiempo

Stiven Diaz

Universidad del Atlántico

*E-mail Address: stivendiaznoguera@gmail.com*

#### Resumen

Presentamos un estudio numérico del sistemas de Stokes dependiente del tiempo con condiciones de contorno mixtas en un dominio bidimensional acotado y en un intervalo de tiempo  $]0, T]$ . El problema se discretiza mediante el uso del método de Galerkin discontinuo en el tiempo y elementos finitos conformes en el espacio. Proponemos un estimador de error a posteriori de tipo residual, confiable. Además, Se implementa un método adaptativo en experimentos numéricos usando indicadores locales.

Sea  $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ , un dominio acotado con frontera  $\Gamma := \partial\Omega$  Lipschitz continua y  $[0, T] \cap \mathbb{R}$ , como dominio temporal. Consideramos el siguiente problema de Stokes

Dado  $f, g$  y  $u_0$ . Hallar  $u$  y  $p$  tal que

$$\partial_t \mathbf{u} - \nu \Delta \mathbf{u} + \nabla \mathbf{p} = f \quad \text{en } \Omega \times ]0, T[ \quad (3.9a)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0 \quad \text{en } \Omega \times ]0, T[ \quad (3.9b)$$

$$u(\cdot, t) = h \quad \text{en } \Gamma_1 \times ]0, T[ \quad (3.9c)$$

$$\frac{\partial u}{\partial n} - np = g \quad \text{en } \Gamma_2 \times ]0, T[ \quad (3.9d)$$

$$u(\cdot, 0) = u_0 \quad \text{en } \Omega \quad (3.9e)$$

Las condiciones de frontera impuestas son las condiciones de Dirichlet en  $\Gamma_1$  y Neumann en  $\Gamma_2$  respectivamente, donde  $\Gamma_1 \cup \Gamma_2 = \Gamma$ . Denotamos por  $\frac{\partial u}{\partial n}$  la derivada direccional de  $u$  con respecto a la norma  $n$ .

## Referencias

- [1] GIRAULT, V. AND RAVIART, P.-A., *Finite element approximation of the Navier-Stokes equations, Lecture Notes in Mathematics, 749, Springer-Verlag, Berlin-New York, 1979.*
- [2] TEMAM, ROGER, *Navier-Stokes equations. Theory and numerical analysis, Studies in Mathematics and its Applications, Vol. 2, North-Holland Publishing Co., Amsterdam-New York-Oxford, 1977.*
- [3] VERFÜRTH, R. ; *A posteriori error analysis of space-time finite element discretizations of the time-dependent Stokes equations , Calcolo. A Quarterly on Numerical Analysis and Theory of Computation, 2010, ISSN 0008-0624.*

### 3.30. Análisis estadístico de encuestas aplicadas para la autoevaluación con fines de acreditación del Programa de Matemáticas

Juliana Vargas

Universidad del Atlántico

*E-mail Address: jpvargass23@gmail.com*

#### Resumen

Mediante este trabajo se busca analizar los resultados obtenidos de la encuesta aplicada a los distintos estamentos académicos, que contribuyan al proceso de autoevaluación del programa de Matemáticas de la Universidad del Atlántico en el año 2014.

Para indagar sobre las apreciaciones que del programa tienen distintos estamentos se utilizó con herramienta la encuesta, cuyo diseño muestral se basó en lo siguiente:

Se aplicó un muestreo aleatorio simple (M.A.S.), en donde el cálculo del tamaño de muestra contempló un grado de confianza del 95 por ciento y un error máximo de  $\pm 5$  por ciento .

Utilizando la siguiente expresión para el cálculo del tamaño de  $n$ :

$$n = \frac{\left(\frac{z^2 pq}{e^2}\right)}{\left(1 + \frac{z^2 pq}{e^2 N}\right)} \quad (3.10)$$

#### Referencias

- [1] Murray R. Spiegel, Larry J. Stephens, Estadística, Schaum, México, D. F. (2009).
- [2] Mario F. Triola, Estadística, Pearson Educación, México (2009).
- [3] Guía de Procedimiento N 3: Autoevaluación con fines de acreditación de programas de pregrado, Consejo Nacional de Acreditación (CNA), Bogotá (2013).

### 3.31. Sobre las Bifurcaciones del Mapa Logístico

Jairo Guzmán

Roberto Herrera

Universidad del Atlántico, Colombia

*E-mail Address: jguzmanarias@mail.uniatlantico.edu.co*

*rherrera010180@hotmail.com*

#### Resumen

En esta ponencia mostramos la variación de la dinámica en una familia de funciones que ha sido objeto de estudio durante las últimas décadas desde diferentes puntos de vista. Se trata de la familia de funciones definidas de la siguiente manera:

$$f_{\mu}(x) = \mu x(1 - x), \text{ con } \mu \in (0, 4]$$

Uno de los aspectos que observaremos al analizar la dinámica de la familia  $f_{\mu}$ , con  $\mu \in (0, 4]$ , es que para  $\mu > 3$  aparece un 2-ciclo, el cual es atractor para  $3 < \mu < 1 + \sqrt{6}$  y pierde su estabilidad para  $\mu > 1 + \sqrt{6}$ . El fenómeno que se observará en  $\mu = 3$  y  $\mu = 1 + \sqrt{6}$  se llama bifurcación y en este caso es del tipo doblamiento de periodo. Para encontrar la órbita de periodo 4, también llamada 2<sup>2</sup>-ciclo debemos resolver una ecuación de grado doce que no es posible resolver con radicales. Por lo tanto, se hace uso del análisis numérico para encontrar el 2<sup>2</sup>-ciclo, resulta que este ciclo aparece cuando  $\mu > 1 + \sqrt{6}$  y es atractor para  $1 + \sqrt{6} < \mu < 3,54409$  y pierde su estabilidad para  $\mu > 3,54409$ . Nuevamente este proceso se repite y para  $\mu > 3,54409$  el 2<sup>2</sup>-ciclo se bifurca en un ciclo de periodo ocho atractor. De esta manera se obtiene una sucesión de parámetros  $\{a_n\}$  los cuales delimitan el intervalo de

parámetros donde se tiene una órbita atractora de periodo  $2^n$ . Estas órbitas aparecen como atractoras y se convierten en repulsoras; también se podrá notar que para  $3,828 < \mu < 3,857$  la familia  $f_\mu$  tiene un punto periódico de periodo tres, por lo que por el famoso teorema de LI-YORK aparece el comportamiento caótico para dicha familia de funciones.

## Referencias

- [1] J. Banks, J. Brooks, G. Cairns, G. Davis and P. Stacey. *On Devaney's definition of Chaos*. Amer. Math. Monthly, Vol. **99(4)**, 332-334 (1992).
- [2] G. I. Bischi and L. Gardini. *Global Properties of Symmetric Competition Models with Riddling and Blowout Phenomena*. Discrete Dynamics in Nature and Society. Vol **5**, 149-160, (2000).
- [3] F. Brauer and C. Castillo-Chávez. *Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology*. Texts in Applied Mathematics 40, Springer-Verlag, New York, 2001.

## 3.32. Cursillo: Ecuaciones diferenciales parciales no-lineales

**Cristian Jesús Rojas Milla**

Universidad del Atlántico, Colombia

*carpintero.carlos@gmail.com*

### Resumen

El objetivo del minicurso es dar una introducción a los espacios de Sobolev periódicos, y como estos son utilizados en el estudio de ecuaciones diferenciales parciales no-lineales con datos iniciales periódicos. Hablaremos del teorema de inmersión de Sobolev. Plantearemos problemas de investigación actual y avances en la solución de estos. Se mostrarán problemas abiertos del área. Describimos a continuación el temario del minicurso

Día 1:) Espacios de Sobolev periódicos, teorema de inmersión de Sobolev, polinomios trigonométricos.

Día 2:) Existencia local y global de un problema no-lineal de ondas.

Día 3:) Existencia global para una ecuación no-lineal tipo Sobolev.

### Referencias

- [1] E.I.KAIKINA, P.I. NAUMKIN AND I.A. SHISMAREV(2013) ASYMPTOTIC EXPANSION OF SOLUTIONS TO THE PERIODIC PROBLEM FOR A NON-LINEAR SOBOLEV TYPE EQUATION.
- [2] RAFAEL IÓRIO JUNIOR AND VALÉRIA DE MAGALHAES IÓRIO, EQUACOES DIFERENCIAIS PARCIAIS:UMA INTRODUCAO.



### 3.33. Cursillo: Geometría y Macánica

**J.Guadalupe Reyes Victoria**

Universidad Autónoma Metropolitana, México

*revg@xanum.uam.mx*

**Pedro P. Ortega Palencia**

Universidad de Cartagena, Colombia

*portegap@unicartagena.edu.co*

**Jhon F. Cantillo Palacio**

Universidad de Cartagena, Colombia

*jcantillop@unicartagena.edu.co*

## Resumen

La motivación detrás del estudio del problema curvado de  $n$ -cuerpos es muy fuerte. La Mecánica celeste clásica nos puede ayudar a encontrar un nuevo enfoque hacia el establecimiento de la naturaleza geométrica del espacio físico real. Si extendemos el problema de Newton de  $n$ -cuerpos más allá del caso euclidiano y también demostramos la existencia de soluciones que son específicas para cada uno de los espacios de curvatura de Gauss constante negativa, y positiva, entonces la comprensión de la geometría del universo se reduce a encontrar, en la naturaleza, algunas de las órbitas, demostrando matemáticamente que existen. La obtención de la extensión natural del problema a tales espacios, y el estudio del sistema de ecuaciones diferenciales derivado, es un esfuerzo hacia la comprensión de la geometría de la gravitación en el universo. Además, una investigación de estos sistemas cuando la curvatura tiende a cero puede ayudarnos a entender mejor la dinámica del caso clásico, visto como un problema particular dentro de un marco matemático más general.

Mostramos aquí las técnicas geométricas modernas para estudiar el problema de  $n$ -cuerpos en espacios de formas (de curvatura gaussiana constante y no nula) bidimensionales: la esfera, el disco y el semiplano de Poincaré.

El presente curso se divide en dos sesiones en las cuales se abordarán las siguientes temáticas:

1. Geometría esférica, Métrica esférica conforme en el plano, Derivada covariante y geodésicas, Isometrías, La geometría de Moebius esférica, Geometría hiperbólica, Métrica esférica conforme en los modelos de Poincaré, Derivada covariante y geodésicas, Isometrías, La geometría de Moebius hiperbólica.
2. Los problemas de  $n$ -cuerpos en espacios de formas no cero, Ecuaciones de movimiento para cada caso, Soluciones de Moebius de los problemas correspondientes (elípticas, parabólicas, hiperbólicas y loxodrómicas).

## Referencias

- [1] Diacu, F., Pérez-Chavela, E., Santoprete, M., The  $n$ -body problem in spaces of constant curvature. Part I: Relative Equilibria *Journal of Nonlinear Science* **22**, 247-266, (2012).
- [2] Diacu, F., Pérez-Chavela, E., Reyes, J.G., An intrinsic approach in the curved  $n$ -body problem. The negative case. *Journal of Differential Equations*, **252**, 4529-4562, (2012).
- [3] Do Carmo, M., Differential Geometry of Curves and Surfaces, Prentice Hall, New Jersey, USA, 1976.
- [4] Dubrovine, B., Fomenko, A., Novikov, P. Modern Geometry, Methods and Applications, Vol. I, II and III, Springer-Verlag, 1984, 1990.
- [5] Kisil, Erlangen Program at Large-1: Geometry of invariants, **SIGMA** 6, 2010.
- [6] Pérez-Chavela, E., Reyes-Victoria, J.G., An intrinsic approach in the curved  $n$ -body problem. The positive curvature case. *Transactions of the American Math Society*, **364**, 3805-3827, (2012).

### 3.34. Cursillo: Funciones $C^2$ -convexas y dinámica

Neptalí Romero

Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado

Barquisimeto, Venezuela

*nromero@ucla.edu.ve*

Es bien conocido que un gran número de modelos matemáticos, expresados en términos de ecuaciones en diferencia, o más generalmente por iteraciones de mapas, son usados para describir una amplia variedad de fenómenos no solo en física y matemática, sino también en biología, química y ciencias sociales, véase por ejemplo [1], [2], [3], [4] y [5]. En buena parte de estos modelos la convexidad de las funciones involucradas tienen un destacado papel.

El cursillo estará dividido en dos partes; en primer lugar se presentará el concepto de función  $C^2$ -convexa, ilustrando sus propiedades geométricas y analíticas fundamentales; además de ello serán mostradas algunas propiedades dinámicas elementales de transformaciones de  $\mathbb{R}^n$  en la que al menos una de sus componentes tienen ese tipo de convexidad. La segunda parte tratará sobre algunos resultados conocidos y un poco más elaborados acerca de la dinámica de ese tipo de transformaciones. Esencialmente se discutirán resultados contenidos en [6], [7], [8], [9], [10] y [11], lo que será complementado con la formulación de problemas relacionados con los aspectos tratados.

### Referencias

- [1] AGARWAL, R. P. (200) *Difference Equations and Inequalities*. Monographs and Textbooks in Pure and Applied Mathematics, Vol. 288. Marcel Dekker, New York.
- [2] BISCHI, G.I., CHIARELLA, C. AND GARDINI L. (2011). *Complex Dynamics in Economics and Finance*, Special issue of Computational Economics Vol. 38. Springer.

- [3] BRAUER, F. AND CASTILLO-CHÁVEZ, C. (2001) *Mathematical Models in Populations Biology and Epidemiology*. Texts in Applied Mathematics, 40. Springer-Verlag, New York.
- [4] KOCIC, V. L. AND LADAS, G. (1993) *Global Behavior of Nonlinear Difference Equations of Higher Order with Applications*. Kluwer Academic, Dordrecht.
- [5] ZHANG, W. B. (2006) *Discrete Dynamical Systems, Bifurcations and Chaos in Economics*. Mathematics in Science and Engineering, Vol. 204. Elsevier Science.
- [6] ROMERO, N., ROVELLA, A. AND VILAMAJÓ, F. (1998) On the Dynamics of  $n$ -Dimensional Quadratic Endomorphisms. *Commun. Math. Phys.* Vol. **195**, 295 – 308.
- [7] ROMERO, N., ROVELLA, A. AND VILAMAJÓ, F. (1998) *Endomorfismos convexos con retardo en  $\mathbb{R}^2$ : la dinámica de los cuadráticos*. XI Escuela Venezolana de Matemática. Asociación Matemática Venezolana, Centro de Estudios Avanzados – Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas.
- [8] ROMERO, N., ROVELLA, A. AND VILAMAJÓ, F. (2003) Dynamics of vertical delay endomorphisms. *Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B.* Vol. **3**, No. **3**, 409 – 422.
- [9] ROMERO, N., ROVELLA, A. AND VIVAS, R. *Invariant manifolds and synchronization for coupled logistic maps*. *Int. J. Pure Appl. Math. Sci* **4(1)** 39–57 (2007).
- [10] ROMERO, N. SILVA, J. AND VIVAS, R. (2014) *On a Coupled Logistic map with large strength*. *J. Math. Anal. Appl.* Vol. **415** 346–357.
- [11] ROVELLA, A. AND VILAMAJÓ, F. (1995) Convex Delay Endomorphisms. *Commun. Math. Phys.* Vol. **174**, 393 – 407.

## Capítulo 4

### ÁLGEBRA DIFERENCIAL

En esta sección presentamos los títulos y resúmenes de las ponencias y/o cursillos de los investigadores que participaron en la línea de investigación de Álgebra Diferencial.

## 4.1. Un enfoque Galoisiano de los Polinomios de Bender y Dunne

**Primitivo Acosta-Humánez**

Universidad del Atlántico - INTELECTUAL.CO, Colombia

*E-mail Address: [primi@intelectual.co](mailto:primi@intelectual.co)*

### Resumen

En esta charla haremos un breve recorrido por los modelos cuasi-resolubles de la mecánica cuántica, haciendo énfasis en el oscilador anarmónico séxtico. El espectro algebraico del operador de Schrödinger unidimensional y no relativista con potencial séxtico corresponde a los ceros de los polinomios espectrales de Bender y Dunne. Utilizando herramientas de la Teoría de Galois Diferencial se obtienen el espectro algebraico y las funciones de onda del mencionado operador de Schrödinger. Este es un trabajo conjunto con Henock Venegas.

### Referencias

- [1] P. B. Acosta-Humánez, *Galoisian Approach to Supersymmetric Quantum Mechanics*, PhD. Thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, 2009. Arxiv: <http://arxiv.org/abs/0906.3532>.
- [2] P. B. Acosta-Humánez, *Galoisian Approach to Supersymmetric Quantum Mechanics: The Integrability Analysis of the Schrödinger Equation by means of Differential Galois Theory*, VDM Verlag, Dr. Müller, Berlín, 2010.
- [3] P. B. Acosta-Humanez, *La Teoría de Morales-Ramis y el Algoritmo de Kovacic*, *Lecturas Matemáticas*, **NE** (2006), 21–56.

- [4] P. B. Acosta-Humánez, *Métodos Algebraicos en Sistemas Dinámicos*. Ediciones Uniatlántico, 2014.
- [5] P. B. Acosta-Humanez, *Nonautonomous Hamiltonian Systems and Morales-Ramis Theory I. The Case  $\ddot{x} = f(x, t)$* , SIAM Journal on Applied Dynamical Systems, **8** (2009), 279–297.
- [6] P. B. Acosta-Humánez, M. Álvarez-Ramírez, D. Blázquez-Sanz & J. Delgado, *Non-integrability criterium for normal variational equations around an integrable subsystem and an example: The Wilberforce spring-pendulum*, Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series A (DCDS-A), **33** (2013), 965–986.

## 4.2. La Teoría de Picard-Vessiot y las Simetrías Infinitesimales de las Ecuaciones Diferenciales Lineales

**David Blázquez-Sanz**

Universidad Nacional de Colombia, Seccional Medellín, Colombia

*E-mail Address: [dblazquezs@unal.edu.co](mailto:dblazquezs@unal.edu.co)*

### Resumen

En esta charla expondremos los fundamentos de la teoría de Picard-Vessiot desde una perspectiva geométrica. Definiremos el fibrado de Galois asociado a una ecuación, y estudiaremos la relación entre esta construcción y el algebra de Lie de simetrías infinitesimales de la ecuación.

### Referencias

- [1] D. BLÁZQUEZ-SANZ, J. J. MORALES-RUIZ, J.-A. WEIL (2015) “Differential Galois theory and Lie symmetries”. *ArXiv: <http://arxiv.org/abs/1503.09023>* 14 pag.



### 4.3. Sobre campos polinomiales cuadráticos asociados a polinomios ortogonales

**María Campo Donado**

Colegio San Pedro Claver de Cascajal, Sabanalarga - Atlántico, Colombia

*E-mail Address: mariacampod@gmail.com*

#### Resumen

En esta conferencia se presentará una combinación de técnicas algebraicas y cualitativas para estudiar una familia de campos vectoriales polinomiales cuadráticos cuya foliación se reduce a ecuaciones diferenciales que tienen por solución los polinomios ortogonales clásicos. Se dan ejemplos específicos en donde se presenta completamente un análisis Galoisiano y un análisis cualitativo de ciertas familias de polinomios ortogonales. Este es un trabajo conjunto con P. Acosta-Humánez y J. Rodríguez, el cual se basa en [1].

#### Referencias

- [1] P. B. Acosta-Humánez, J.T. Lázaro, J. Morales-Ruiz & Ch. Pantazi, *On the integrability of polynomial vector fields in the plane by means of Picard-Vessiot theory*, Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series A (DCDS-A), **35** (2015), 1767–1800.

## 4.4. Aspectos Geométricos de la teoría de Morales-Ramis

Alexander Gutiérrez Puche

Universidad Autónoma del Caribe, Colombia

*E-mail Address: [algutierrez10@gmail.com](mailto:algutierrez10@gmail.com)*

### Resumen

Esta es una charla panorámica que pretende ilustrar los aspectos geométricos que involucra la Teoría de Morales-Ramis, la cual es considerada como la herramienta más potente para determinar si un sistema hamiltoniano es no integrable. Consideraremos campos vectoriales simplécticos en donde se determina que el algebra de Lie de espacios vectoriales cuyo flujo preserva la forma simpléctica y los hamiltonianos, son aquellos campos vectoriales que corresponde a las 1-formas exactas a una variedad diferenciable  $M$ .

### Referencias

- [1] P. B. ACOSTA-HUMANEZ. (2010) *Galoisian Approach to Supersymmetric Quantum Mechanics. The integrability analysis of the Schrodinger equation by means of differential Galois theory*. VDM Verlag, Dr Müller, Berlin.
- [2] ARNOLD, V. I. (1989) Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, New York, second edition.
- [3] A. CANNAS DA SILVA. (2006) Lectures on Symplectic Geometry, Published by Springer-Verlag, number 1764 of the series Lecture Notes in Mathematics.

## 4.5. Sobre la Teoría de Morales-Ramis y las variacionales de orden dos

Germán Jiménez Blanco

Universidad del Norte, Colombia

*E-mail Address:* gjimenez@uninorte.edu.co

### Resumen

En esta conferencia se presentarán, a manera de motivación, algunos aspectos de la Teoría de Morales-Ramis, la cual puede ser considerada como la teoría de Galois en el contexto de los sistemas dinámicos. Se presentarán ejemplos de sistemas no integrables utilizando la teoría de Galois de Galois diferencial en las ecuaciones variacionales de primer y segundo orden. Este es un trabajo conjunto con P. Acosta-Humánez.

### Referencias

- [1] P. B. Acosta-Humanez, *La Teoría de Morales-Ramis y el Algoritmo de Kovacic*, *Lecturas Matemáticas*, **NE** (2006), 21–56.
- [2] P. B. Acosta-Humánez, *Métodos Algebraicos en Sistemas Dinámicos*. Ediciones Uniatlántico, 2014.
- [3] P. B. Acosta-Humánez, M. Álvarez-Ramírez, D. Blázquez-Sanz & J. Delgado, *Non-integrability criterium for normal variational equations around an integrable subsystem and an example: The Wilberforce spring-pendulum*, *Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series A (DCDS-A)*, **33** (2013), 965–986.
- [4] P. Acosta-Humánez, M. Álvarez-Ramírez & J. Delgado, *Non-Integrability of some few body problems in two degrees of freedom*, *Qual. Theory Dyn. Syst.* **8** (2009), no. 2, 209–239.

- [5] P. Acosta-Humánez & D. Blázquez-Sanz, *Hamiltonian system and variational equations with polynomial coefficients*, Dynamic systems and applications, Dynamic, Atlanta, GA, Vol. **5**, (2008) 6–10.
- [6] P. Acosta-Humánez & D. Blázquez-Sanz, *Non-integrability of some Hamiltonians with rational potentials*, Discrete and Continuous Dynamical Systems Series B, **10**, (2008), 265–293.
- [7] P. B. Acosta-Humánez, D. Blázquez-Sanz & C. Vargas-Contreras, *On Hamiltonian potentials with quartic polynomial normal variational equations*, Nonlinear Studies. The international journal, **16** (2009), 299–313.

## 4.6. Aspectos Numéricos y Algebraicos en un Sistema Líneal Antisimétrico con Elementos Exponenciales

Myrna Irene Jiménez Niebles

Universidad del Norte, Colombia

*E-mail Address: mirenjim1956@gmail.com*

### Resumen

Este trabajo contrasta métodos numéricos con métodos algebraicos, aplicados ambos a la resolución de un sistema de ecuaciones diferenciales lineales 3-dimensionales con matrices antisimétricas definidas en un cuerpo diferencial no constante.

Se aplican al mismo sistema métodos propios de la Teoría de Galois diferencial, sometiendo a una serie de transformaciones, lo que permite resolverlo algebraicamente mediante el algoritmo implementado por Jerry Kovacic.

El mismo sistema es resuelto mediante la aplicación de métodos numéricos, en particular se aplicaron los métodos numéricos de la familia de Runge - Kutta, que en Matlab se especifican como ODE45.

Por último, se calculan los errores absolutos y relativos entre las soluciones Liouvillianas, obtenidas mediante la resolución algebraica y las soluciones obtenidas aplicando métodos numéricos. Este es un trabajo conjunto con P. Acosta-Humánez y J. Ospino.

### Referencias

- [1] P. B. Acosta-Humánez, *Galoisian Approach to Supersymmetric Quantum Mechanics*, PhD. Thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, 2009. Arxiv: <http://arxiv.org/abs/0906.3532>.

- [2] P. B. Acosta-Humánez, *Galoisian Approach to Supersymmetric Quantum Mechanics: The Integrability Analysis of the Schrödinger Equation by means of Differential Galois Theory*, VDM Verlag, Dr. Müller, Berlín, 2010.
- [3] P. B. Acosta-Humaney, *La Teoría de Morales-Ramis y el Algoritmo de Kovacic*, *Lecturas Matemáticas*, **NE** (2006), 21–56.
- [4] P. B. Acosta-Humánez & E. Suazo, *Liouvillian Propagators and Degenerate Parametric Amplification with Time-Dependent Pump Amplitude and Phase*, *Analysis, Modelling, Optimization, and Numerical Techniques*, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, **121** 2015.
- [5] P. B. Acosta-Humánez & E. Suazo, *Liouvillian propagators, Riccati equation and differential Galois theory*, *J. Phys. A: Math. Theor.*, (2013) **46** 455203.

## 4.7. Análisis cualitativo y Galoisiano de una familia de foliaciones tipo Lienard

Alberto Reyes-linero

Universidad Autónoma del Caribe, Colombia

*E-mail Address: areyesmat@gmail.com*

### Resumen

Esta conferencia se centra en el estudio Galoisiano y cualitativo de una familia presentada en el ejercicio 11 de la sección 1.3.3 del libro *Handbook of exact solutions for ordinary differential equations*, ver [2] y también [1], la cual es una familia cinco paramétrica de sistemas de Lienard. Sobre esta familia se realiza primero un estudio Galoisiano, realizando una serie de transformaciones (con ayuda de algunas herramientas como la Algebrización Hamiltoniana) llevando una ecuación de Lienard a una ecuación de Legendre. En ésta, con ayuda de la teoría de Galois diferencial, podremos deducir si estamos en presencia de un sistema integrable o no. Además se realiza un estudio de las propiedades cualitativas de esta familia, tales como las condiciones para que es sistemas este formado por funciones polinomiales, además del estudio de sus puntos críticos, sus condiciones de existencia y estabilidad. Éste este es un trabajo realizado en conjunto con los doctores Primitivo Acosta-Humánez y Jorge Rodríguez Contreras.

### Referencias

- [1] P. B. Acosta-Humánez, J.T. Lázaro, J. Morales-Ruiz & Ch. Pantazi, *On the integrability of polynomial vector fields in the plane by means of Picard-Vessiot theory*, Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series A (DCDS-A), **35** (2015), 1767–1800.

- [2] A.D. Polyanin and V.F. Zaitsev, *Handbook of exact solutions for ordinary differential equations, Secod Edition*. Chapman and Hall, Boca Raton (2003).



## 4.8. Ecuaciones Estándar

Camilo Sanabria

Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia

*E-mail Address: c.sanabria135@uniandes.edu.co*

### Resumen

Las soluciones a ecuaciones diferenciales ordinarias con coeficientes racionales pueden usarse para parametrizar curvas. Entre estas curvas, nos concentraremos en estudiar las que sus funciones de parametrización son soluciones de una misma ecuación ya que presentan muchas simetrías (las cuales incluyen al menos el grupo de monodromia de la ecuación). Con esta idea en mente se puede generalizar un teorema clásico de F. Klein, el cual explica que las ecuaciones diferenciales ordinarias de orden dos con soluciones algebraicas son el levantamiento de una ecuación hipergeométrica por un mapa racional, a otros ordenes. El papel que juegan estas ecuaciones hipergeométricas para orden dos es el que jugarán las ecuaciones estándar en ordenes mayores.

### Referencias

- [1] C. SANABRIA (2014) “On linear differential equations with reductive Galois group”. *Journal of Algebra*, **408**, 63–101.

## Capítulo 5

### POSTERS

En esta sección presentamos los títulos y resúmenes de los trabajos de los investigadores que participaron en la sección de Posters.

## 5.1. Marcos Unitariamente Equivalentes En Espacios de Métrica Indefinida

**Osmin Ferrer Villar**

**Juan De Ávila Tapia**

**John Florez Pacheco**

**Andrés Anaya Zapa**

**Ferney Baena Olascuaga**

**Jose Lopez González**

**Yan Basilio Pinto**

Universidad de Sucre, Colombia

*E-mail Address: osmin.ferrer@unisucra.edu.co*

*E-mail Address: juandeavila235@gmail.com E-mail*

*E-mail Address: Address:johnflorez0822@hotmail.com E-mail*

*E-mail Address: andresdavidanaya@gmail.com E-mail*

*E-mail Address: fbaena01@gmail.com*

*E-mail Address: joje123@hotmail.com*

*E-mail Address:jks-pinto@hotmail.com*

## Resumen

El concepto de marco en espacios de Hilbert fue introducido por Duffin y Schaefferson en el trabajo "Class of non-harmonic Fourier Series". Desde entonces la motivación para trabajar en dicho tema ha crecido debido a las innumerables aplicaciones que se han encontrado. Los frames en espacios de métrica indefinida se introducen en el trabajo [1] y luego varios resultados en estos mismos espacios se obtuvieron en [2], [3] y [4], lo que promete ver los

frames en métrica indefinida como algo atractivo. En este trabajo introducimos los marcos unitariamente equivalentes en espacio de métrica indefinida y probamos resultados equivalentes que se encuentran en espacios de Hilbert; también se muestra que si  $K = K^+ \oplus K^-$  es un espacio de Krein y tenemos marcos unitariamente equivalentes para  $K^+$  y  $K^-$  entonces se obtiene un marco equivalente para  $K$ .

## Referencias

- [1] ESMERAL K., FERRER O., AND WAGNER E..(2015) “ Frames in Krein spaces Arising from a Non-regular W-metric".*Banach J. Math. Anal.*, 9 (2015), No. 1 , 1–16.
- [2] ESMERAL K., FERRER O., AND ACOSTA P, “ Frames of subspaces in Hilbert spaces with w-metrics“ *Analele stiintifice ale universitatii ovidius constanta seria matematica*. 2015-03-05.
- [3] ESMERAL K., FERRER O., AND ESCOBAR G. “ Construction, Extension and Coupling of Frames in Hilbert Spaces with W-Metrics” (Preprint.)
- [4] ESMERAL K., FERRER O., LORA B. “Marcos continuos en Espacios de Krein"(Preprint.)
- [5] T. YA., AND IOKHVIDOV, I. S., §Linear operators in Hilbert spaces with G-metric§, *Russ. Math. Surv.*, 26 (1971), 45–97.
- [6] J., INDEFINITE INNER PRODUCT SPACES, *Springer Verlag*,1974.
- [7] Casazza, Peter G§THE ART OF FRAME THEORY§, *Taiwanese J. Math.*, 4 (2000),No. 2, 129–201.
- [8] Casazza, Peter G., and Leon, Manuel T.§EXISTENCE AND CONSTRUCTION OF FINITE FRAMES WITH A GIVEN FRAME OPERATOR§, *Int. J. Pure Appl. Math.*, 63 (2010), No. 2, 149–157.
- [9] Christensen O., AN INTRODUCTION TO FRAMES AND RIESZ BASES, *Applied and Numerical Harmonic Analysis*, Birkh auser, Boston.
- [10] Daubechies I., §THE WAVELET TRANSFORM, TIME-FREQUENCY LOCALIZATION AND SIGNAL ANALYSIS§, *IEEE Trans. Inform. Theory*, 36 (1990), 961–1005.

- [11] Daubechies, I., Grossmann, A., and Meyer, Y., SPAINLESS NONORTHOGONAL EXPANSIONS, *J. Math. Phys.*, 27 (1986), 1271–1283.
- [12] Deguang Han, and Larson, David R., FRAMES, BASES AND GROUP REPRESENTATIONS, *Memoirs of the American Mathematical Society* vol.147, No. 697, Providence, Rhode Island, 2000.
- [13] Deguang Han, Kornelson, K., Larson David R., and Weber E., FRAMES FOR UNDERGRADUATES, *American Mathematical Society*, Providence, Rhode Island, 2007.
- [14] Giribet J. I., Maestriperi, A., Martínez Pería F., and Massey, P., “ ON FRAMES FOR KREIN SPACES”, *J. Math. Anal. Appl.*, 393 (2012), 122–137.

## 5.2. Integrales elípticas en el estudio de la dinámica no lineal del péndulo simple

Dussán Penagos Anyery y Segovia Chaves Francis

Programa de Física-semillero de física matemática. Universidad Surcolombiana

Neiva-Huila, Colombia

*E-mail: tati\_dussan@hotmail.com, francis.segoviac@gmail.com*

### Resumen

Resolvemos la ecuación diferencial no lineal de segundo orden para el péndulo simple, el cual está formado por una masa puntual  $m$  ubicada en el extremo de una cuerda de longitud  $l$  (masa despreciable) que forma un ángulo  $\theta$  con la vertical. En la solución de la ecuación diferencial se impone como condiciones iniciales generales, que el desplazamiento angular inicial es  $\theta(t = 0) = \theta_0$  y la velocidad angular inicial es  $\dot{\theta}(t = 0) = \phi_0$ , obteniendo así la solución en términos de las funciones elípticas Jacobi  $sn(u, k)$  y la integral elíptica incompleta de primera clase  $F(\varphi, k)$ . Con la información obtenida se gráfica el comportamiento de las oscilaciones no lineales entre periodo y el desplazamiento angular con las condiciones iniciales de  $\theta_0$  y  $\phi_0$ . Construimos los diagramas de fase que describen de manera cualitativa la dinámica del péndulo. Se encuentra que el péndulo puede efectuar tres tipos de orbitas características: un movimiento de rotación, un movimiento de oscilación y un movimiento sobre la separatriz, los cuales dependen de si el sistema tiene la energía necesaria o no para alcanzar el punto de máxima energía potencial. Los resultados presentados pueden ser utilizados para introducir a los estudiantes de ciencias e ingeniería en conceptos como las integrales elípticas y en el uso de paquetes computacionales como MATHEMATICA.

### Referencias

- [1] Abramowitz, M., y Stegun, A. (1972). Handbook of Mathematical Functions, with formulas, graphs, and mathematical tables. Washington, Estados Unidos: Dover.
- [2] Beléndez, A., Pascual, C., Méndez, D., Beléndez, T., and Neipp, C. (2007). Exact solution for the nonlinear pendulum. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 29, 645-648.

### 5.3. Optimización de altura máxima de una boya en el océano usando MATLAB

**Jorge Robinson Evilla, Robinson Conde Carmona, Nohemy González Tinoco.**

Universidad del Atlántico, Colombia

*jorgerobinson@mail.uniatlantico.edu.co,*

*negonzalez@mail.uniatlantico.edu.co, rjconde@mail.uniatlantico.edu.co*

#### Resumen

Las técnicas de optimización se enfocan en determinar la política a seguir para maximizar o minimizar la respuesta del sistema. Dicha respuesta, en general, es un indicador del tipo costo, producción, ganancia, etc., la cual es una función de la política seleccionada. Dicha respuesta se denomina objetivo, y la función asociada se llama función objetivo. En general, el quid de la cuestión en los problemas de optimización radica en que estamos limitados en nuestro poder de decisión.

Una esfera metálica, de pared muy delgada se usa como boya en el océano. De esta boya conocemos, el material del cuál está construida, su radio, su espesor. Sea  $h$  la distancia entre la parte mas alta de la boya y la superficie del océano. Esta altura  $h$  dependerá de la densidad del material con el cuál está construida, de su radio y su espesor.

Se desea modelar el comportamiento de  $h$  en MATLAB, considerando densidad del material, radio y espesor de la esfera, como variables.

El objetivo básico del modelo es optimizar discretamente la altura  $h$  para dimensiones de densidad, radio y espesor dentro de un rango discreto específico. Utilizaremos la optimización discreta que consiste que en determinar valores posibles para cada una de las variables



y evaluar la magnitud  $h$ , para todos los casos posibles. Luego consideraremos los valores óptimos en lo que se refiere al valor máximo de  $h$ .

## Referencias

- [1] GILAT, A. (1999) *MATLAB. An introduction with applications*.. McGraw-Hill.
- [2] GOBERNA, M., JORNET, V., PUENTE, R. (2005) *Optimización lineal: teoría, métodos y modelos*.. McGraw-Hill.

## 5.4. Solución de la ecuación de Korteweg de Vries por el método de la función *EXP*

Sergio Herrera Álvarez y Francis Segovia Chaves

Programa de Física, Universidad Surcolombiana Neiva-Huila, Colombia

*E-mail: francis.segoviac@gmail.com*

### Resumen

En 1895 D. J. Korteweg y G. de Vries obtienen un modelo matemático de una ecuación diferencial parcial para proporcionar una explicación para la propagación de ondas en una sola dirección en la superficie de la superficie de un fluido. Solamente en 1965 fueron las ondas solitarias entendidas, cuando N. Zabusky y M. Kruskal solucionaron la ecuación de Korteweg de Vries (KdV). Las interesantes soluciones de esta ecuación las denominaron solitones. En el presente trabajo comparamos las soluciones conocidas en la literatura de la ecuación KdV con las soluciones multionda que logran obtenerse por el método de la función *exp*. El método de la función *exp* ha sido ampliamente utilizado por muchos autores para obtener soluciones de ondas viajeras y no viajeras, como también soluciones periódicas de ecuaciones de onda no lineales.

### Referencias

- [1] S. Zhang, J. Wang, A. Peng and B. Cai, A generalized exp-function method for multiwave solutions of sine Gordon equation, J. Phys. Pramana, 81, 763-773, 2013.
- [2] S. Zhang, W. Wang and J. Tong, The Exp-Function Method for the Riccati Equation and Exact Solutions of Dispersive Long Wave Equations, Z. Naturforsch, 63, 663 ? 670, 2008.

- [3] A. Ebaid, Application of the exp function method for solving some evolution equations with nonlinear terms any orders, *Z. Naturforsch*, 65, 1039-1044, 2010.

## 5.5. Representación de la dinámica no lineal del ADN mediante la solución de la ecuación no lineal de seno Gordon

Mauricio Oviedo Torres y Francis Segovia Chaves

Programa de Física, Universidad Surcolombiana Neiva-Huila, Colombia

*E-mail: mauricio.nitti@gmail.com, francis.segoviac@gmail.com*

### Resumen

El ADN es una de las moléculas biológicas perteneciente a una clase de biopolímeros y tiene la importante función biológica de conservar y transferir la información genética. Desde un punto de vista físico consideramos el ADN como un sistema dinámico, para ello consideramos un modelo mecánico de  $N$  pendulos acoplados idénticos de longitud  $l$ , masa  $m$  y separados a una distancia  $d$ . Haciendo uso del formalismo de Lagrange, obtenemos la ecuación diferencial parcial hiperbólica no lineal de seno Gordon (sG). Ecuación que permite estudiar la dinámica no lineal del ADN, que involucra el operador de d'Alembert y el seno de la función desconocida que en nuestro caso representa el desplazamiento en un sistema continuo  $u(x, t)$ . En este trabajo solucionamos la ecuación sG por el método de la función *exp* propuesto por He and Wu en el 2006, obteniendo soluciones multionda importantes en el estudio de la ciencia no lineal. Presentamos gráficamente los resultados para soluciones solitónicas de una, dos y tres ondas.

### Referencias

- [1] S. Zhang, J. Wang, A. Peng and B. Cai, A generalized exp-function method for multiwave solutions of sine Gordon equation, *J. Phys. Pramana*, 81, 763-773, 2013.
- [2] A. Ebaid, Application of the exp function method for solving some evolution equations with nonlinear terms any orders, *Z. Naturforsch*, 65, 1039-1044, 2010.
- [3] S. Zhang, W. Wang and J. Tong, The Exp-Function Method for the Riccati Equation and Exact Solutions of Dispersive Long Wave Equations, *Z. Naturforsch*, 63, 663-670, 2008.

## 5.6. Distribución de Wigner para un pozo de potencial delta de Dirac

Jesús Jiménez Arias y Francis Segovia Chaves

Programa de Física, Universidad Surcolombiana Neiva-Huila, Colombia

*E-mail: jesusjimenez951230@hotmail.com, francis.segoviac@gmail.com*

### Resumen

Los potenciales delta de Dirac son característicos para la propagación de electrones en cristales unidimensionales con una estructura periódica, representan un modelo artificial que describe de forma explícita muchas de las características físicas del comportamiento cuántico de los electrones. Aplicaremos el formalismo de la mecánica cuántica para solucionar la ecuación de Schrodinger para un potencial tipo delta de Dirac  $V(x) = \alpha\delta(x)$ . Con las soluciones obtenidas calculamos la función de Wigner  $W$ , función que constituye una herramienta para estudiar el estado de sistemas cuánticos a través de su representación en el espacio de fases. Graficamos la función de Wigner  $W$  en función de  $x$  y  $p$ , observamos que  $W$  no puede interpretarse como una densidad de probabilidad para cada punto del espacio de fases porque no es definida positiva; presentamos las diferencias entre función de Wigner y la distribución clásica de probabilidad.

### Referencias

- [1] P. A. M. Dirac, The Principles of Quantum Mechanics, Oxford, 1930.
- [2] H. W. Kee, Theory and application of the quantum phase-space distribution functions, Phys. Rep. 259, pp. 147-211, 1995.

## 5.7. Solución de la ecuación de Schrodinger en puntos cuánticos esféricos con condiciones de frontera Ben

Daniel Duke

Diego Giraldo Guzmán y Francis Segovia Chaves

Programa de Física, Universidad Surcolombiana Neiva-Huila, Colombia

*E-mail: diegogiraldoguzman@gmail.com, francis.segoviac@gmail.com*

### Resumen

El objetivo del presente trabajo es explorar en el contexto de la aproximación de masa efectiva, los efectos de la variación de masa de los portadores de carga en un punto cuántico ( $QD$ ). Solucionamos la ecuación de Schrodinger en coordenadas esféricas teniendo en cuenta que la masa efectiva en el interior de un punto cuántico de radio  $R$  es  $m_i$ , rodeado por una capa dieléctrica de masa  $m_0$ . La solución del problema de valores propios esta determinada en términos de las funciones de Bessel, como caso particular consideramos los estados con simetría esférica donde el momento angular es  $l = 0$ . Al imponer las condiciones de frontera de Ben Daniel Duke, generalizamos los trabajos reportados en la literatura donde  $\beta = 1$ , encontramos que la energía en el estado fundamental del punto cuántico es determinada de manera crucial con una dependencia en el factor de discontinuidad  $\beta = \frac{m_i}{m_0}$ .

### Referencias

- [1] U. Woggon, Optical Properties of Semiconductors Quantum Dots. Springer Verlag-Berlin 1997, vol. 136.
- [2] L. Schiff, Quantum Mechanics, pp. 82-84. Mc Graw-Hill Book Co., Singapore, 1968.

## 5.8. Solución de la ecuación de Schrodinger no lineal (1 + 1) en medios tipo Kerr

Emilse Cabrera Capera y Francis Segovia Chaves

Programa de Física, Universidad Surcolombiana Neiva-Huila Colombia

*E-mail: emili\_9613@hotmail.com, francis.segoviac@gmail.com*

### Resumen

En el presente trabajo nos concentraremos en estudiar la propagación de solitones ópticos espaciales unidimensionales en medios materiales no lineales tipo Kerr, donde el índice de refracción presenta una dependencia con la intensidad del campo eléctrico. Para ello se resuelve analíticamente la ecuación Schrodinger no lineal cuya solución permite calcular el perfil de solitón. Con ayuda del software Mathematica se gráfica las soluciones obtenidas, en ellas se muestra que los solitones ópticos son pulsos estables cuya forma y espectro son preservados a grandes distancias, formando así su propia guía de onda durante toda la propagación. Los resultados que se presentan son muy importantes ya que nos muestran el comportamiento de los solitones al contrarrestarse los efectos de dispersión y así brindar la posibilidad de transmitir pulsos más cortos a grandes distancias. De manera general, se encuentra un proceso no lineal de auto-enfocamiento, en el que existe un balanceo con el fenómeno inherente de difracción de la luz, resultando así que se propague un haz óptico invariante.

### Referencias

- [1] T. Herr, V. Brasch, J. D. Jost, C. Y. Wang, Temporal solitons in optical microresonators, *Nature Photonics*, vol. 8, pp. 145-152, 2014.



- [2] S. López, M. Esparza, G. Lem y J.C. Gutiérrez, Ondas solitarias no lineales: una introducción a los solitones ópticos espaciales, Rev. Mex. De Física, vol. 60, pp. 39-50, 2014.

## 5.9. Modos electromagnéticos superficiales en presencia de medios lineales y no lineales

Vanessa Carreño Díaz, Nathaly Roa Motta y Francis Segovia Chaves

Programa de Física, Universidad Surcolombiana Neiva-Huila, Colombia

*E-mail: vanessacarrenodiaz@gmail.com, nroa0610@gmail.com, francis.segoviac@gmail.com*

### Resumen

La respuesta no lineal de un medio bajo la aplicación de un campo externo es muy común en la naturaleza, y es usualmente encontrada bajo la aplicación de campos externos suficientemente fuertes. En este trabajo consideramos la propagación de un campo electromagnético monocromático de frecuencia  $\omega$  en medios con una no linealidad tipo Kerr en sus propiedades dieléctricas. Resolvemos analíticamente la ecuación de onda escalar para el caso de una polarización transversal eléctrica (TE), la solución encontrada está en términos de las funciones elípticas inversas. Mediante ella, demostramos la existencia de ondas superficiales TE, y calculamos el flujo de energía a lo largo de la interfase de separación. Generalizamos nuestros resultados a la presencia de medios convencionales y metamateriales.

### Referencias

- [1] A. D. Boardman, Electromagnetic surfaces modes. Ed., New York: Wiley, 1982.
- [2] A. A. Zharov, I. V. Shadrivov, and Yu. S. Kivshar. Phys. Rev. Lett. 91, 037401, 2003.

## 5.10. Solución de las ecuaciones de movimiento de los osciladores de Lane Emden y de Caldirola Kanai

Leonardo Pastrana Arteaga y Francis Segovia Chaves

Programa de Física, Universidad Surcolombiana Neiva-Huila, Colombia

*E-mail: l.h.leonardo@hotmail.com, francis.segoviac@gmail.com*

### Resumen

Presentamos la solución de la ecuación de movimiento del oscilador de Lane-Emden, donde la masa es  $m(t) = m_0 t^\alpha$  y la frecuencia angular característica del sistema es  $w = w_0$ . La ecuación de movimiento para este oscilador puede ser entendida como la ecuación de movimiento para un oscilador armónico amortiguado con parámetro de amortiguamiento dependiente del tiempo  $\gamma(t) = \frac{\alpha}{t}$ . Analizamos la solución de la ecuación de movimiento por el método de Frobenius para  $\alpha = 2$  y  $\alpha = 4$ . Gráficamente presentamos la variación en el tiempo de  $x(t)$  y  $v(t)$ , y su correspondiente diagrama de fases. Comparamos los resultados con la hamiltoniana de Caldirola-Kanai, la cual ha sido estudiada en el contexto de la mecánica cuántica como un modelo alternativo en la descripción de sistemas disipativos. De igual manera, solucionamos la ecuación de movimiento para el oscilador Caldirola-Kanai, con  $m(t) = m_0 e^{\gamma t}$ ,  $\gamma = 2$  y  $w = 8$ . Presentamos la variación con el tiempo de  $x(t)$  y  $v(t)$ , los cuales tienden a cero para tiempos asintóticos. Al comparar con los resultados del oscilador Lane-Emden con  $\alpha = 2$ , se observa que para tiempos asintóticos el primero es menos amortiguado, una vez que el parámetro de disipación disminuye a medida que aumenta el tiempo. Finalmente, se discute la diferencia que se produce entre las definiciones de la mecánica hamiltoniana y energía a los sistemas dependientes del tiempo.

## Referencias

- [1] E. Kanai, Progress os Theoretical Physics 3, 440 (1948).
- [2] P. Caldirola, Nuovo Cimento 18, 393 (1941).

## 5.11. Construcción de las ecuaciones de movimiento de un Pistón a partir de la Geometría diferencial de variedades

Daniel Cedeño Giron y Hernando Gonzales Sierra

Programa de Física, Universidad Surcolombiana Neiva-Huila, Colombia

*E-mail: Daniel0.o@hotmail.com, hergosi@hotmail.com*

### Resumen

Un sistema físico, matemático o de otro tipo es no lineal cuando las ecuaciones de movimiento, evolución o comportamiento que regulan su comportamiento son no lineales. En particular, el comportamiento de sistemas no lineales no está sujeto al principio de superposición, como lo es un sistema lineal. Las ecuaciones no lineales son de interés en física y matemáticas debido a que la mayoría de los problemas físicos son implícitamente no lineales en su naturaleza.

El sistema biela manivela de una maquina motriz, se compone de una biela  $\bar{AB}$  cuyo extremo A llamado pie de biela, articulado en B con una manivela  $OB$  describe una circunferencia de radio  $\bar{OB}$ . El pie de biela esta articulado en una pieza denominada patín solidario con el pistón que se desplaza entre dos guías el movimiento ejecutado por éste no es armónico simple lo que indica un sistema no lineal.

### Referencias

- [1] S.H. Strogatz, Nonlinear Dynamics and Chaos; reading, Massachusetts, 1994.
- [2] A.H Nayfeh, Nonlinear Oscillations; New York, 1979.

## 5.12. Análisis de Ondas Viajeras y método de la tangente hiperbólica para una ecuación de Fisher

Gonzaga Ospina Patiño, John Faber Arredondo Montoya, Anibal Muñoz Loaiza

Grupo de modelación Matemática en Epidemiología (GMME), Facultad de Educación,  
Universidad del Quindío, Colombia.

*gonzagaospina95@gmail.com, anibalml@hotmail.com*

### Resumen

Muchos modelos en la epidemiología no son fácilmente solucionados mediante técnicas analíticas debido a su gran complejidad, por lo cual, se han formulado métodos que faciliten la solución de los mismos y se formula una ecuación diferencial ordinaria no lineal que interpreta la dinámica de un proceso infeccioso tipo SI con recuperación y cobertura de prevención. Se analiza la ecuación en términos del umbral epidémico  $R_0$ ; luego se introduce un término de difusión determinando así una ecuación diferencial parcial de tipo Fisher, la cual es analizada mediante los métodos de la tangente hiperbólica y el de Ondas Viajeras.

Se obtiene mediante simulación que existe una trayectoria en la vecindad de la solución estacionaria inestable (silla), que es atraída por la solución estacionaria estable (nodo), llamada Heteroclínica.

### Referencias

- [1] KESHET L. E. *Mathematical models in biology*. New York: SIAM. 586p.

## 5.13. Un Modelo Dinámico Discreto Para La Prescripción Adecuada De Un Medicamento

Jaime Polanía Perdomo, Luis Eduardo Bermudez, Haner Villota

Universidad Surcolombiana, Colombia

*E-mail Address: lucho1225@gmail.com*

### Resumen

La prescripción adecuada de un medicamento es fundamental para prevenir enfermedades infecciosas resistentes a los antibióticos, el dolor crónico resistente a los analgésicos, la tolerancia y los efectos tóxicos de los mismos. La autoprescripción y el uso indebido de los medicamentos por parte de los pacientes es un fenómeno cada vez más frecuente, por lo que se hace necesario estudiar los efectos sobre la salud de la prescripción irregular. Un modelo dinámico discreto resulta apropiado para describir la concentración en sangre de un fármaco administrado a dosis repetidas e irregulares. Una ecuación diferencial de decrecimiento proporcional puede describir el comportamiento ideal de un medicamento administrado vía endovenosa. Estableciendo concentraciones máximas y mínimas del medicamento podemos establecer una formulación adecuada, caracterizada por una dosis y un periodo regular. De igual forma podemos predecir el comportamiento de un fármaco autoprescrito o usado de forma irregular. Por medio de un software matemático y el método numérico de Runge-Kutta solucionamos el modelo y obtenemos gráficas que nos muestran la concentración del fármaco a través del tiempo, comportamiento susceptible de ser caracterizado fractalmente. A cada gráfica se calculó la dimensión fractal de box counting encontrando un valor mayor que 1 para formulación adecuada y una dimensión menor que 1 para la autoprescripción.

### Referencias

- [1] POLANÍA, LUIS ARTURO. (2011) *Un Enfoque Cualitativo a las EDO y Teoría de Wavelets*. DINUSCO.
- [2] MONTEALEGRE, MAURO (2002) *Fundamentos de los Sistemas Dinámicos*. Universidad Surcolombiana.



## 5.14. Simulación de un Modelo con transmisión vertical y control con trampas para el dengue

**Linda Poleth Montiel, Dumar Villa, Anibal Muñoz Loaiza.**

Grupo de Modelación Matemática en Epidemiología (GMME), Facultad de Educación, Universidad del Quindío, Colombia  
*linpol615@hotmail.com*, *anibalml@hotmail.com*

### Resumen

En la actualidad el dengue es una enfermedad infecciosa transmitida por el vector *Aedes aegypti* de gran impacto en la salud pública, para su prevención se aplican métodos de control integrado como son el biológico, mecánico y químico, en este avance de investigación se presenta un modelo de simulación de la dinámica de transmisión horizontal y vertical de uno de los serotipos del virus del dengue, incluyendo control por la captura de mosquitos mediante trampas.

Se formula un modelo con base en ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales que interpreta la dinámica de la población humana (hospedero) acoplada a la del mosquito adulto, teniendo como desarrollo la simulación mediante software Maple, usando valores estimados para los parámetros de la revisión bibliográfica.

### Referencias

- [1] POLWIANG, R. (2015) *The Seasonal Reproduction Number of Dengue Fever impact of Climate to Transmission*. Peerj PrePrints.

- [2] J. LIU-HELMERSSON, H. STENLUND, A. WILDER-SMITH, J. ROCKLÖV (2014)  
*Vectorial Capacity of Aedes aegypti. Effects of Temperature and Implications for Global Dengue Epidemic Potential.* Plos One, 9(3).

## 5.15. Un Modelo de Simulación para la Incidencia del Dengue en el Departamento del Quindío

Mauricio Roperó Pérez, Oscar Marino García Arias, Anibal Muñoz Loaiza

Grupo de modelación Matemática en Epidemiología (GMME), Facultad de Educación,  
Facultad de Ciencias Básicas y Tecnologías, Universidad del Quindío, Colombia

*rmauricio16@hotmail.com, anibalml@hotmail.com*

### Resumen

Se presenta un avance de un modelo de simulación que interpreta la dinámica de transmisión e incidencia a un serotipo de virus del dengue, mediante ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales, con parámetros dependientes de la temperatura promedio en el Departamento del Quindío. Se determina el umbral de crecimiento poblacional del mosquito *Aedes aegypti* y el Número Básico de Reproducción,  $R_0$  mediante la matriz de la siguiente generación y se realiza el análisis de sensibilidad para ambos umbrales, se finaliza mostrando simulaciones de la dinámica usando los valores de los parámetros estimados, mediante MAPLE.

### Referencias

- [1] RODRIGUES H., MONTEIRO M., TORRES D. (2013) *Sensitivity Analysis in a Dengue Epidemiological Model*. Conference papers in Mathematics, Article ID 721406.
- [2] LIU-HELMERSON J., STENLUND H., WILDER-SMITH A., ROCKLÖV J. (2014) *Vectorial Capacity of Aedes Aegypti: Effects of Temperature and Implications for Global Dengue Epidemic Potential*. PloS ONE 9(3): e89783. doi: 10.1371/journal.pone.0089783.

## 5.16. Análisis de la Capacidad Vectorial y el Número Básico de Reproducción

**Oscar Andrés M. Arias, Julían Alejandro Olarte García, Anibal Muñoz Loaiza**

Grupo de modelación Matemática en Epidemiología (GMME), Facultad de Educación,  
Universidad del Quindío, Colombia

*oscarandres.09@hotmail.com, jaolarteg@uqvirtual.edu.co, anibalml@hotmail.com*

### Resumen

Entre los factores relacionados con el vector, se estudia la Capacidad Vectorial Relativa, considerada de gran importancia, pues se refiere a la habilidad del vector para transmitir un patógeno. A su vez, la habilidad para ser un buen vector depende principalmente de barreras naturales a la infección, y con base en el Número Básico de Reproducción, es posible saber la evolución de la infección en el tiempo.

Se calculan la Capacidad Vectorial Relativa y el Número Básico de Reproducción, tomando en cuenta la temperatura promedio del Departamento del Quindío y otros valores de la literatura para estos parámetros. Se realizan las correspondientes simulaciones para estos factores empleando MAPLE.

### Referencias

- [1] RODRIGUES H., MONTEIRO M., TORRES D. (2013) *Sensitivity Analysis in a Dengue Epidemiological Model*. Conference papers in Mathematics, Article ID 721406.
- [2] LIU-HELMERSON J., STENLUND H., WILDER-SMITH A., ROCKLÖV J. (2014) *Vectorial Capacity of Aedes Aegypti: Effects of Temperature and Implications for Global Dengue Epidemic Potential*. PloS ONE 9(3): e89783. doi: 10.1371/journal.pone.0089783.

## 5.17. Un modelo de simulación para el Chikungunya con capacidad vectorial

Steven Raigosa Osorio, Hans Meyer Contreras Tamayo, Anibal Muñoz Loaiza

Grupo de modelación Matemática en Epidemiología (GMME), Facultad de Educación,  
Universidad del Quindío, Colombia

*Iven-411@hotmail.com, hans.meyer13@hotmail.com, anibalml@hotmail.com*

### Resumen

Se formula un modelo de simulación con base en ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales siguiendo el formalismo del modelo de Sir Ronald Ross para la malaria, integrando en el término de incidencia la capacidad vectorial del *Aedes aegypti* y el efecto de la temperatura de tipo sinusoidal en la probabilidades de transmisión del virus a las personas susceptibles y a los mosquitos no portadores del virus. Se determinan y se simulan la capacidad vectorial  $C_v(T)$  y el umbral epidemico Número Básico de Reproducción en términos de la temperatura  $R_0(T)$  y en términos del tiempo  $R_0(t)$ . Además, se simulan en Maple, la población de personas infectadas y población de mosquitos hembras portadores del virus y se muestra el plano de fase del sistema, con base en valores de los parámetros estimados por otros autores.

### Referencias

- [1] L. YAKOB, A. C. A. CLEMENTS (2013) *A Mathematical Model of Chikungunya Dynamics and Control: The Major Epidemic on Reunión Island*. PLOS ONE, 8(3): e57448. doi:10.1371/journal.pone.0057448.

- [2] D. MOULAY, M. A. AZIZ-ALAOUI, M. CADIVEL (2011) *The Chikungunya disease: Modeling, vector and transmission global dynamics*. Elsevier, Mathematical Biosciences 229,50-63.

## 5.18. Pruebas estandarizadas en los municipios del Atlántico

**Luz Yinet Rivera Marengo**

Universidad del Atlántico, Colombia

*E-mail Address: yinethluz@hotmail.com*

### Resumen

El presente trabajo tuvo como propósito los resultados obtenidos en las pruebas estandarizadas (ICFES) Y busca analizar el listado de mejores resultados o Ranking obtenido por los municipios: Galapa, Baranoa, Piojó, Luruaco, Repelón, y Sabanalarga del departamento del Atlántico durante el periodo 2006-2013.

Siguiendo el orden en que se realizó el estudio, los promedios generales de cada asignatura por municipio en los diferentes años en donde se observa que cada valor se encuentra por debajo de un promedio exacto de 50, situándose de esta forma, cada distrito muy lejos del promedio nacional del ICFES.

Para tal propósito, en primera instancia se seleccionaron instituciones educativas por municipio que cumplieran con el requisito de aplicar las pruebas en el periodo antes mencionado, teniendo en cuenta que como el único instrumento cuantitativo que de alguna manera mide el resultado final de proceso formativo en la Educación , el Examen de Estado SABER PRO, se consolida como la estandarización para la evaluación externa de la calidad de los egresados de cada una de las instituciones educativas oficiales y no oficiales, las cuales se fundamentan en el diseño de una prueba que consta de diferentes componentes de acuerdo

a lo establecido desde cada una de las áreas del saber , siendo el ICFES la autoridad de inspección vigilancia y control y la sociedad en general, que se dispone para evaluar la calidad del servicio público educativo.

## Referencias

[1] *[http : //www.icfesinteractivo.gov.co/resultados/res\\_est/sniece\\_log\\_per.jsp](http://www.icfesinteractivo.gov.co/resultados/res_est/sniece_log_per.jsp)*



## 5.19. Diseño de una interfaz en Matlab para enseñanza de las cónicas

**Alvaro Herrera y Carlos Jiménez**

Universidad de La Guajira, Colombia

*aherrera@uniguajira.edu.co*

En las últimas décadas se han introducido nuevas tecnologías de la información y las comunicaciones (TICs) en los procesos de enseñanza de las matemáticas en la mayoría de las instituciones de educación, esto ha sido posible, gracias a los diversos avances y adelantos tecnológico en las distintas actividades del hombre de hoy; sin embargo, las actividades de sus docentes aún están basadas en metodologías tradicionalistas. Se desarrolló una simulación de las cónicas con el aplicativo Matlab, como una herramienta de apoyo didáctico en la enseñanza y aprendizaje de la geometría analítica, de tal manera que le garanticen la calidad del conocimiento a través de los criterios donde los ejercicios y problemas no se circunscriban solamente al salón de clase. Adicionalmente se busca propiciar escenarios tanto en el docente como el discente, poniendo en práctica los tres ejes de la semiótica de la que habla Raymon Duval en sus tres momentos: La formación de una representación identificable, el tratamiento de una representación y la conversión de una representación.

### Referencias

- [1] Duval, R. (1995) *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Peter Lang., Suisse.
- [2] Delores, Etter. (1998) *Solución de problemas de ingeniería con Matlab*. Segunda edición. Editorial Prentice Hall., México.
- [3] Cuevas, E. Zaldivar, D., y Pérez M. (2010) *Procesamiento digital de imágenes con Matlab y Simulink*. Alfaomega., Madrid.

## 5.20. La Enseñanza de la transformada de Fourier utilizando Matlab

Carlos Jiménez<sup>1</sup>, Susana Salinas de Romero<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Grupo GIMA. Universidad de la Guajira, Riohacha, Colombia.

<sup>2</sup>CIMA.Universidad del Zulia. Maracaibo-Venezuela

carlosj114@gmail.com

### Resumen

El propósito de esta investigación fue el desarrollo de un Programa Computacional para la enseñanza de la Transformada de Fourier, así como también sus aplicaciones, utilizando Matlab, el cual permite al estudiante aprender y afianzar por sí mismo los objetivos de los programas correspondientes a estos temas de la transformada de Fourier, en la asignatura de Ecuaciones Diferenciales. El Programa Computacional fue elaborado en lenguaje GUIDE (Interface gráfica de usuario) manejado a través del software de Matlab (Laboratorio de Matrices).2015.

### Referencias

- [1] Delores, Etter. (1998) Solución de problemas de ingeniería con Matlab. Segunda edición. Editorial Prentice Hall., México.
- [2] Sydney Burrus. (1998) Tratamiento de la señal utilizando Matlab. Editorial Prentice Hall.
- [3] Boyce, W. (1967) Ecuaciones Diferenciales y problemas con valores en la frontera. Limusa., México.

## 5.21. El Docente en la enseñanza de las Matemáticas en estudiantes con discapacidad Cognitiva

**Yulieth Cerpa Pérez, Cristian Cárdenas Herrera, Yenifer Fontalvo Marriaga,  
Sonia Valbuena**

Universidad del la Atlántico, Licenciatura en Matemáticas, Colombia

*yuliethcerpap@hotmail.com*

### Resumen

Una de las tendencias más difundidas consiste en el empeño que se ha puesto a todos los procesos de pensamiento que intervienen en la enseñanza de las matemáticas en estudiantes con discapacidad cognitiva, la cual se caracteriza por la implementación de estrategias didácticas que realiza el docente con el fin de desarrollar las competencias básicas, los conocimientos, los procesos cognitivos y las habilidades de pensamiento en los estudiantes. Contrario a esto, en Colombia existen casos en los que las instituciones educativas que están conformadas por aulas integradas, no cuentan con un cuerpo docente de matemáticas especializado para atender a los estudiantes que poseen algún tipo de discapacidad cognitiva, ya que hay un desconocimiento por parte de éstos profesores sobre las metodologías apropiadas para trabajar con los niños con discapacidad y que se pueden emplear con el fin de promover y mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje en ellos.

Teniendo en cuenta que toda persona, sin excepción alguna, tiene derecho a la educación, existen instituciones educativas inclusivas conformadas por aulas integradas por niños regulares y niños con alguna discapacidad cognitiva en donde se requiere que el docente cuente con una formación idónea para garantizar que los estudiantes con discapacidad cognitiva

logren aprender los mismos contenidos que los estudiantes regulares con las adaptaciones curriculares que demanda dicha discapacidad (MEN, 2006).

Sabiendo que para los docentes se ha convertido en un reto la enseñanza de las matemáticas a los niños con discapacidad cognitiva, se ha optado por investigar más a fondo sobre cómo son llevados a cabo todos los procesos de enseñanza en la práctica docente, para esto, son usadas las entrevistas clínicas como técnica de recolección de información a profesionales en el área, así como también las entrevistas a los docentes de matemáticas y las observaciones a diversas actividades pedagógicas en las que estén involucrados estudiantes con discapacidad cognitiva, tales como Autismo, Síndrome de Down, Síndrome de Asperger, Retraso Mental.

En éste trabajo de investigación se hace un análisis de lo que actualmente está ocurriendo en las instituciones educativas sobre la actividad pedagógica que lleva a cabo el docente al enseñar las matemáticas a los estudiantes con discapacidad cognitiva y lo que, por el Artículo 47 de la ley 115 de 1994 debería ser, para crear espacios de reflexión que permitan trabajar en propuestas para optimizar los procesos de enseñanza-aprendizaje de estudiantes con discapacidad

## Referencias

- [1] FERNÁNDEZ, A. (2003) “Educación Inclusiva: Enseñar y aprender entre la diversidad”. Educación Inclusiva: Enseñar y aprender entre la diversidad. Revista Digital UMBRAL 2000, 13, 2-3. Recuperado de <http://www.reduc.cl/wp-content/uploads/2014/08/EDUCACIONINCLUSIVA.pdf>.
- [2] MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, MEN (1994). Ley 115. Ley general de educación, Bogotá, Colombia.
- [3] LEY 1618 (2013). “Ley Estatutaria, Bogotá, Colombia”.

- [4] MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. MEN (2006) “Orientaciones pedagógicas para la atención educativa a estudiantes con discapacidad cognitiva”, 35.
- [5] MURIEL, D. GALEANO, J. (2014) “¿Hay inclusión educativa en Colombia? Primera parte: niños y niñas con discapacidad cognitiva”. Recuperado de <http://www.hechoencali.com/portal/index.php/actualidad/6492-hay-inclusion-educativa-en-colombia-primera-parte>.
- [6] REPÚBLICA DE COLOMBIA, MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. “Lineamientos de política para la atención educativa a la población con Necesidades Educativas Especiales”. Recuperado de <http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-84325archivo.pdf>.
- [7] UNESCO. (1992). “Las Necesidades Especiales En El Aula: Conjunto de materiales para la formación de profesores”. Paris, UNESCO, pp.192.

## 5.22. El estudio de la Hipérbola utilizando Geogebra a través de una plataforma virtual interactiva gratuita en estudiantes de décimo

Luis Fernando Olivo, Yilmar Tamara, Jhonathan Castro, Sonia Valbuena,  
Antalcides Olivo

Universidad del Atlántico, Licenciatura en Matemáticas, Colombia

*lolivodiaz@hotmail.com*

El presente trabajo aporta una estrategia didáctica para facilitar el estudio de la hipérbola por parte de los estudiantes, a través del uso de un software especializado en geometría dinámica (GeoGebra) articulado a una plataforma virtual interactiva gratuita YILO, dicha estrategia plantea actividades que permitirán a los discente desarrollar habilidades y destrezas para la resolución y visualización de situaciones problemas referentes a la hipérbola, ya que esta es la cónica de mayor complejidad en su estudio; esto se hará aprovechando los intereses de los estudiantes por el uso de la tecnología y fundamentado en las estrategias pedagógicas y didácticas planteadas por Fernández y Bermudez en donde se implementa una plataforma virtual como apoyo a la educación, además de la teoría de la geometría dinámica en la educación propuesta por Miranda.

La presente investigación propuso facilitar el estudio de la hipérbola y sus propiedades en estudiantes de décimo grado, la estrategia didáctica de este trabajo investigativo se materializó a través del uso de un software especializado en geometría dinámica (GeoGebra) para que los estudiantes lograran identificar los elementos y propiedades de esta, realizaran construcciones geométricas a partir de las definiciones, potenciando los procesos implicados en su aprendizaje, y que permitiera a estudiantes, docentes en formación y en ejercicio mejorar las competencias tecnológicas propuestas en el (MEN M. d., 2008), pues promueve el uso y dise-

ño de actividades presentadas en una plataforma virtual interactiva y gratuita llamada YILO.

Un problema referente al proceso de aprendizaje de la hipérbola por parte de los estudiantes de décimo grado, es la falta de estrategias didácticas empleadas por los docentes para la enseñanza de la temática, ya que no tienen en cuenta la gran variedad de recursos existentes, ya sea tecnológicos, didácticos, convencionales o de cualquier otro tipo, que faciliten el aprendizaje de esta, para (Godino, 2004) en la enseñanza de las matemáticas se deben utilizar todos los procedimientos, recursos y estrategias necesarias para ayudar al alumno (soporte pedagógico) a adquirir unos aprendizajes significativos.

## Referencias

- [1] BROUSSEAU, G. (1986). “Fundamentos y métodos de la didáctica matemática”. Francia: Universidad de Burdeos.
- [2] FERNÁNDEZ, BERMÚDEZ, M. (2009). “LA PLATAFORMA VIRTUAL COMO ESTRATEGIA PARA MEJORAR EL RENDIMIENTO ESCOLAR DE LOS ALUMNOS EN LA I.E.P CORONEL JOSÉ JOAQUÍN INCLÁN DE PIURA” . Revista Digital Sociedad de la Información. Edita Cefalea.
- [3] GODINO, J. (2004). “Didáctica de las Matemáticas para Maestros”. Granada: Universidad de Granada.
- [4] MEN, M. D. (2008). “Ser Competente en Tecnología: ¿Una necesidad para el desarrollo?”. Bogotá-Colombia. Miranda, R. (2010).  $\S$ Carmetal 3.1 $\check{T}$ . Geometría Dinámica. Disponible en: [http://www.geometriadinamica.cl/2010/01/carmetal 3 1/](http://www.geometriadinamica.cl/2010/01/carmetal%203%201/).

## 5.23. Diseño e implementación de un objeto virtual de aprendizaje para la enseñanza de las funciones cuadráticas

Jordi Paula, Jesus Castro, Sonia Valbuena, Yesika Rojas

Universidad del la Atlántico, Licenciatura en Matemáticas, Colombia

*lolivodiaz@hotmail.com*

### Resumen

En este trabajo investigativo basado en el estudio realizado sobre las dificultades presentes en el manejo erróneo de las funciones cuadráticas, se plantea una propuesta de intervención didáctica, enmarcada en el ámbito educativo y se basa en el desarrollo de competencias matemáticas en la temática, con estudiantes de noveno grado, se basó en la implementación de un objeto virtual de aprendizaje, como mediación didáctica en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Con este trabajo investigativo se busca además, contribuir con la articulación de los contenidos curriculares con las nuevas tecnologías, permitiendo nuevos ambientes de aprendizaje, donde se potencie el aprendizaje autónomo.

### Referencias

- [1] CAMMAROTO, A., MARTINS Y PALELLA, S (2003). “Análisis de las estrategias instruccionales empleadas por los profesores del área de matemática”.
- [2] MEN, M .D (2014), “REDA: Recursos educativo digitales abiertos”. Bogotá.



- [3] BROUSSEAU, G. (1986). “Fundamentos y métodos de la didáctica matemática”. Francia: Universidad de Burdeos.
- [4] FERNÁNDEZ, BERMÚDEZ, M. (2009). “LA PLATAFORMA VIRTUAL COMO ESTRATEGIA PARA MEJORAR EL RENDIMIENTO ESCOLAR DE LOS ALUMNOS EN LA I.E.P CORONEL JOSÉ JOAQUÍN INCLÁN DE PIURA” . Revista Digital Sociedad de la Información.
- [5] GODINO, J. (2004). “Didáctica de las Matemáticas para Maestros”. Granada: Universidad de Granada.
- [6] MEN, M. D. (2008). “Ser Competente en Tecnología: ¿Una necesidad para el desarrollo?”. Bogotá-Colombia. Miranda, R. (2010). §Carmetal 3.1. Geometría Dinámica. Disponible en: [http://www.geometriadinamica.cl/2010/01/carmetal 3 1/](http://www.geometriadinamica.cl/2010/01/carmetal%203%201/).

## 5.24. Recurso educativo digital abierto para la resolución de problemas Aritméticos de enunciado verbal mediante la comprensión lectora en tercer grado

Mildred Niebles Lezama, Manuel Sarmiento, Sonia Valbuena

Universidad de la Costa, Programa Todos a Aprender, Colombia

*milnile1119@hotmail.com*

### Resumen

Desarrollar adecuados niveles de comprensión lectora y de resolución de problemas, así como habilidades en el uso y apropiación de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC), se constituyen en herramientas indispensables para el individuo del Siglo XXI, por cuanto estas le permiten interactuar de manera efectiva en la sociedad, gracias a la comprensión de la realidad circundante como de los procesos sociales, culturales, ambientales, políticos, ente otros. Con base en un enfoque de investigación mixta y desde los postulados del paradigma emergente, el presente trabajo busca indagar por las relaciones existentes entre los procesos de comprensión lectora, la resolución de Problemas Aritméticos de Enunciado Verbal (PAEV) y las Tecnologías de la Información y la Comunicación, TIC como mediadoras en este proceso. La muestra objeto de estudio la conformaron los estudiantes de tercer grado de la IED La Magdalena. La recolección de la información se llevó a cabo a través de instrumentos de pre-test, intervención, post-test, así como encuestas, listas de chequeo y diario de campo para recoger información sobre el desarrollo de los procesos pedagógicos en el aula. Las conclusiones obtenidas a partir del análisis de la información demuestran que

el empleo de un Recurso Educativo Digital Abierto, contribuye a mejorar la comprensión y resolución de los PAEV en los estudiantes de tercer grado; así mismo que es necesario fortalecer el uso de las TIC en las prácticas de aula de los docentes desde las diferentes áreas del conocimiento. De igual forma, se hace necesario definir estrategias institucionales que potencien el trabajo con PAEV desde los primeros grados de la educación básica. A partir de estos resultados, se presenta un recurso tecnológico basado en Realidad Aumentada que, empleando los postulados teóricos de George Polya y Schoenfeld, busca fomentar en los estudiantes las habilidades para leer, comprender, planear, ejecutar y comprobar los resultados de los problemas aritméticos de una manera reflexiva, dinámica y amena para los estudiantes.

## Referencias

- [1] BUITRAGO, R. D. (2013) “Estado del arte: Realidad aumentada con fines educativos”. *Revista de Innovación e Investigación Ingenieril*, 2(3), 50-59.
- [2] CABRERA, A. J. P. (2004). “Edgar Morín y el Pensamiento de la complejidad”. *Revistas ciencias de la Educación*, 23-14.
- [3] PEDRAZA, C. L. E., VALBUENA, D. S. (2014). “Plataforma Móvil con Realidad Aumentada para la Enseñanza de los Cálculos [Mobile Platform with Augmented Reality for the Teaching of Calculus]”. *Ventana Informática*, 30-40.
- [4] POLYA GEORGE. (1978) “Estrategias para la solución de problemas”. Recuperado de: <http://ficus.pntic.mec.es/fheb0005/Hojasvarias/Materialdeapoyo/EstrategiasPolya.pdf>.